

加振されたボルトに取り付けられたナットの弾道的運動

富永 広貴[†] 宮崎 修次^{††}

[†] 佐賀大学医学部 〒849-8501 佐賀県佐賀市鍋島五丁目1番1号
^{††} 京都大学情報学研究科 〒606-8501 京都府京都市左京区吉田本町
E-mail: hhirotaka@cc.saga-u.ac.jp, hhsyuji@acs.i.kyoto-u.ac.jp

あらまし ネジやボルト・ナットを含む構造物を加振するとネジやナットが緩むことはよく知られている。ナットが取り付けられたボルトに、電動歯ブラシのような振動体を接触させると、接触する角度を変えることで、接触点へ近づく運動、遠ざかる運動、不規則な行ったり来たりする運動が観測される。このような運動を現象論的に記述するような、周期外力を含み、同心円状の狭く深い溝を持つ二次元ポテンシャルを持つ運動方程式を導入する。ナットの運動は質点のポテンシャルの溝の中の回転運動に対応させる。電動歯ブラシのボルトへの様々な当て方は、周期外力をかける方向の選び方に対応させる。この現象論的モデルを数値解析することで、質点の位置の角度成分の周期的な往復運動、一方向回転運動、カオス拡散が得られた。ポテンシャルの回転方向には sinusoidal な凹凸を与えている。この凹凸に加振体を当てる角度で力の回転方向成分に非対称性が与えられる。

キーワード ボルト, ナット, 弾道的運動, カオス拡散

Ballistic motion of a nut attached to a vibrationally-stimulated bolt

Hirotaka TOMINAGA[†] and Syuji MIYAZAKI^{††}

[†] Faculty of Medicine, Saga University Nabeshima 5-1-1, Saga, 849-8501 Japan
^{††} Graduate School of Informatics, Kyoto University Yoshida-Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto, 606-8501 Japan
E-mail: hhirotaka@cc.saga-u.ac.jp, hhsyuji@acs.i.kyoto-u.ac.jp

Abstract A nut attached to a bolt in immediate contact with a vibrating body such as electric toothbrush shows ballistic motion or chaotic diffusion along the axis of the bolt. A two-dimensional potential with a circular trench and an external oscillating field are introduced to reproduce phenomenologically the above-mentioned motion of the nut. The ballistic motion corresponds to a rotational motion in the circular trench. The way of contact between the bolt and the vibrating body is simplified and expressed by a direction of the external field.

Key words tribology, bolt, nut, chaotic diffusion, ballistic motion

1. はじめに

ねじやボルト・ナットを含む構造物を加振するとねじやナットが緩むことはよく知られている。ねじ, ボルト, ナットで構成された機械部品には各種振動実験がなされ, 緩みが生じないか調べることは工学的に重要である。NHKの生活情報番組「ためしてガッテン」において, M3の規格(直径約3mm)の長さ28cm程度の鉄製のボルトにステンレス製のナットを取付け, 電動歯ブラシを図1のようにボルトの軸の方向に平行に当てると, その当てる向きによってナットはそれぞれ図の矢印の方向に運動するという現象が「原理が複雑にからみあって, すっきりとした説明がしにくい」との専門家のコメント付きで紹介されている[1]。我々は鉄製およびステンレス製のサイズM4(直径約4mm)~M12(直径約12mm)の幾種類かのボルトとナットに

対して, 加振体として電動歯ブラシの他, 電気シェーバー, 大直径のボルトに対してはAC駆動の電動マッサージ器などを使用し実験を行ったところ, 全てのボルト・ナットでこの現象を観測することができた。この現象はボルトを縦にしても横にしても斜めにしても起こること, 即ち, 重力の影響は無視できるということもわかった。実際, ナットの運動方向が加振体を当てる角度にどのように依存しているか見てみるために, 加振体を接触する向きをボルトに平行な状態から徐々に180度変えていったところ, ナットの進行方向はある一定の角度(転移点)で変わるということがわかった。即ち, 加振体をボルトに当てる角度はナットの運動方向を決める連続的なパラメータであると考えられる。この転移点近傍では, その場で停滞もしくは不規則に行ったり来たりする運動が観測された。これは非線形力学系の観点から, カオス拡散(chaotic diffusion)のマクロ

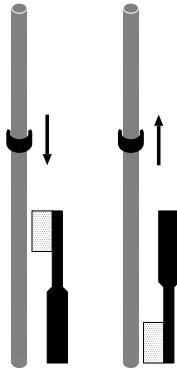


図 1 電動歯ブラシの当て方とナットの運動方向

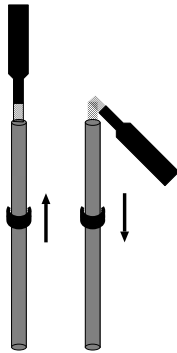


図 2 加振体をチューブで接続

な例と考えられる。次にボルトと加振体が直接接続している場合どうなるか調べてみた。図 2 のようにボルトの先端に加振体をゴムチューブやガムテープなどで直接接続し、ボルトの軸に対して加振体を徐々に傾けていくと、同様な現象（傾ける角度によりナットの進行方向がある一点で変化する）が見られることがわかった。この結果から、加振体から受ける力が離散的か連続的かによらず起こる普遍的な現象である事が示唆される。

ところで、加振により回転運動が引き起こされる現象は様々な系で見られる。身近なところでいえば、液体の入った容器を左右に加振することで液体を回転させることもできるし、フラフープの運動のように周期的に力をかけて回転運動を持続させることもできる [2]。簡単な非線形力学系においても、我々の過去の論文においても報告しているように、直線的周期外力をかけた回転対称性を持った 2 重井戸（メキシカンハット型）ポテンシャル中の質点の運動を記述する運動方程式において、井戸の底を回る回転運動が発生する [3]。その他、加振系は、粉体、流体、力学系問わず現在も様々な系で活発に研究されている [4]。しかし、その多くは系の対称性のため、発生する回転運動の回転方向は初期条件によって決まることになる。初期条件によらずに回転方向を決めようとするれば、筒らによる分子モーターのモデルのように、ポテンシャルにラチェットのような何らかの非対称性を導入する必要がある [5]。例えば、支持棒の側面に溝を刻み、その先端にプロペラを自由に回るようにピンや釘で止めたものを、擦り棒で溝の角を擦ってプロペラを回すというガリガリとんぼ（ガリガリプロペラ）という伝承玩具がある [6]、これは指で支持棒の側面を押さえることで（どちらの側

面を押さえるかで）非対称性が導入され、プロペラの回転方向が制御される。ボルト・ナット加振系の場合は、ボルトとナットそれ自体は対称性を有しているが、加振体はモータの回転により振動しているため、その振動自体が非対称であり、その非対称性がボルトという構造体に接触する角度と相互作用して、回転方向が決まると考えられる。我々は、ボルト・ナットの詳細なメカニズムには踏み込まずに、ボルト・ナット系において見られる運動を現象論的に記述するような

現象論的なモデルをできるだけ簡単なポテンシャルを使って導入した [7]～[10]。ナットの上下動（もしくは左右動）は質点のポテンシャルの溝の中の回転運動に対応させ、電動歯ブラシのボルトへの様々な当て方は、周期外力をかける方向の選び方に対応させた。実はこのポテンシャルは、論文 [3] の回転対称なポテンシャルの回転方向に sinusoidal な凹凸を付けただけのものである。

2. 現象論的モデル

ボルトに刻まれた溝は、直角三角形を円柱に巻きつけたときの斜辺として表現でき、ナットはこの直角三角形の斜辺（斜面）上に静止している矩形（箱）とみなすことができる。箱の重力、垂直抗力の斜面に平行な成分と垂直な成分のそれぞれがつり合い、ナット（箱）が静止していると表現できる [11]。理想的には、箱の底面は一様に斜面に接しているが、微視的には、底面も斜面も不規則な形状をしており、底面と斜面が最も強く接触しているコンタクトポイントのようなものが存在し、加振したときには、このコンタクトポイントがランダムウォーカーのように運動するのではないかと予想する。そして、このコンタクトポイントに働く力は摩擦や散逸に関するものを除いて、何らかのポテンシャルから得られると仮定し、このポテンシャルは時間的に振動する成分も持つと仮定してポテンシャル

$$V(X, Y, t) = V_0(X, Y) + h \cos \Omega t (\mathbf{e} \cdot \mathbf{r})$$

$$V_0(X, Y) = \{1 - (X^2 + Y^2)\}^2 - \frac{a}{2}(X^2 - Y^2)$$

$$V_0(r, \theta) = (1 - r^2)^2 - \frac{a}{2}r^2 \cos 2\theta$$

を導入した。粘性摩擦を仮定して運動方程式は、

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\nabla V(X, Y, t) - \mu \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

と書ける。ここで、 m は質点の質量、 μ は粘性摩擦係数、 a は動径方向のポテンシャルの深さに対する円周方向のポテンシャルの凸凹の大きさを表しここでは $1/100$ 程度に取る。 $\Omega, h, \mathbf{e}$ はそれぞれ振動外力の角振動数、振幅と加振方向の単位ベクトルである。また、加振方向は図 3(a) のように $\phi(\phi)$ で表す。図 3(b)～(d) は、 $m = 1, a = 0.01, \mu = 0.01, \Omega = 0.1\pi$ の時、 $\phi = 0.25\pi$ の時系列である。外力の振幅により、周期運動、一方向回転運動、カオス拡散運動が見られる。加振方向 (ϕ) により一意的に回転方向が決まる条件を調べるために、一方向回転運動の回転数を加振方向 $\phi = 0 \sim \pi$ に対し、様々な初期値で調べてみた。図 4(a),(b) は、 $\phi = 0.25\pi, 0.75\pi$ で初期値を横軸 $\theta = 0 \sim \pi$ 、縦軸 $r = 0.95 \sim 1.05$ 、 $\dot{r} = -0.1, 0, 0.1$ 、 $\dot{\theta} = -0.1, 0, 0.1$ で取り、正

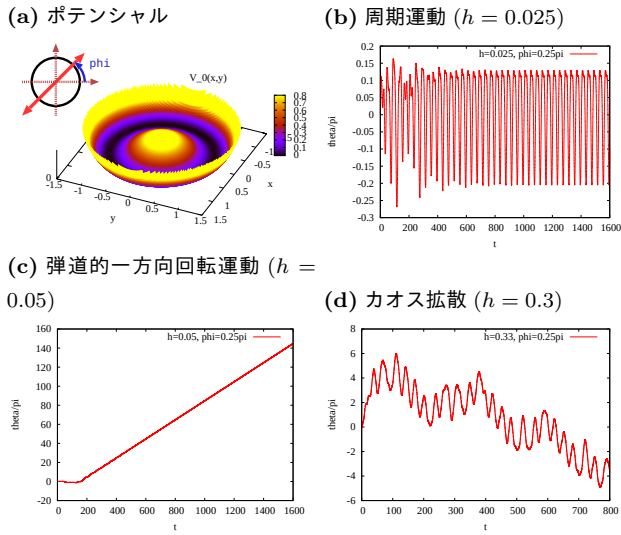


図 3 ポテンシャルと時系列

の回転を赤，負の回転を青で表したものである。 $m = 1$ の場合，加振方向 ϕ ではなく，初期値に依存して回転方向が決まっていることがわかった。定常な方向回転運動は主に周期外力に駆動されたものであるが，この結果は慣性項 $(m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2})$ の影響が大き過ぎたためであると考えられたので，慣性項の影響を低減するため質量を $m = 0.02$ にして計算したのが，図 4(c),(d) である。このように質量を小さくして相対的にポテンシャルによる力の効果が大きくなると，初期値にかかわらず加振方向が回転方向を決めている事がわかる。これは弾道的な方向回転運動の回転方向を加振方向により制御する事ができたということであり，即ちこの系はパラメータを適切に選ぶことで，ボルト・ナット加振系に見られる運動を現象論的に再現できる可能性があるということを意味する。

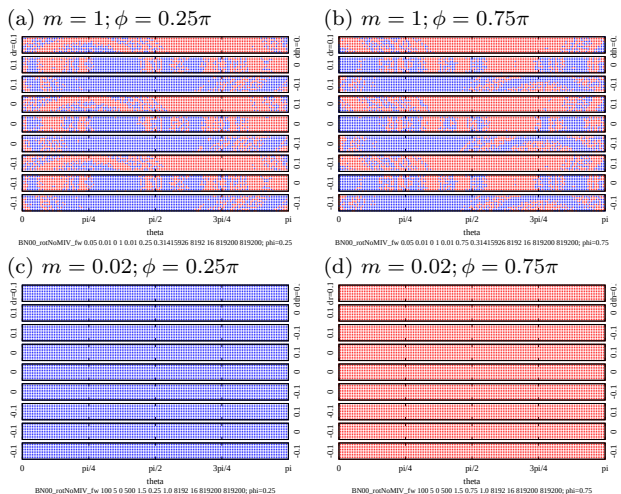


図 4 初期値依存性

3. おわりに

加振されたボルトとナットの運動を記述する現象論的モデル方程式を導入し，数値計算により運動形態のパラメータによる変化を調べたが，慣性項の影響がそれなりに大きいと，弾道的

同一方向回転運動の回転方向は，加振方向よりむしろ初期値に依存する事がわかった。しかし，質量を小さくすることにより相対的に慣性項の影響を低減していけば，加振方向によって回転方向を制御できるようになることがわかった。現象論的には，このような簡単な非線形力学系で運動状態を記述できる事がわかったが，実際のボルト・ナット系における弾道的な方向回転運動が起こるメカニズムはまだ解明されていない。今後の課題である。

文 献

- [1] <http://www9.nhk.or.jp/gatten/archives/P20100512.html>
- [2] 吉武裕ほか，日本機械学会論文集 (C 編) **71** 巻 707 号 (2005-7), 2172-2179.
- [3] H. Tominaga, H. Fujisaka and W. Just, J. Phys. Soc. Jpn, **66** (1997), 3406-3410.
- [4] M. Fujii et al., Phys. Rev. E, **85**, 041304 (2012)
- [5] H. Tutu and Y. Hoshino, Phys. Rev. E, **84** (2011), 061119.
- [6] 戸田盛和，「おもちゃの科学 (1)」，日本評論社 (1995).
- [7] 富永広貴，宮崎修次，信学技報 NLP2013-17(2013-5), 43-46.
- [8] 富永，宮崎，日本物理学会講演概要集，第 69 巻第 2 号第 2 分冊，142.
- [9] 形の科学会誌，第 29 巻，第 2 号 (2014)，175-176.
- [10] 富永，宮崎，日本物理学会第 70 回年次大会 (2015 年) 概要集，3071.
- [11] 米谷俊一，「ねじ結合と摩擦係数」(コンポーネント技術 特集), Yamaha motor technical review, 2004