

Asymptotic solutions of certain total differential equations

神戸大理 高野 恭一

次の完全積分可能な全微分方程式系を考える。

$$(E) \quad dy = \left(\sum_{i=1}^n x_i^{-\sigma_i-1} A_i(x) dx_i \right) y,$$

$\sigma_i > 0$ integer, y は複素 n 次元ベクトル, $A_i(x)$ は $m \times m$ 行列で $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{C}^n$ について多重角領域 $S(\underline{\Theta}, \underline{\bar{\Theta}}, r) = \prod_{i=1}^n S_i(\underline{\Theta}_i, \underline{\bar{\Theta}}_i, r)$ で正則で, S の任意の閉角領域において $x \rightarrow 0$ のとき

$$A_i(x) \sim \sum_{k \geq 0} A_{ik} x^k$$

と一様に漸近展開されるものとする。ここで

$$S_i(\underline{\Theta}_i, \underline{\bar{\Theta}}_i, r) = \{ x_i \in \mathbb{C} \mid \underline{\Theta}_i < \arg x_i < \underline{\bar{\Theta}}_i, |x_i| < r \},$$

$k = (k_1, \dots, k_n)$, $x^k = x_1^{k_1} \dots x_n^{k_n}$. 次の仮定をおく。

(仮定) 各 i , $1 \leq i \leq n$, について A_{i0} の固有値 $\lambda_i^1, \dots, \lambda_i^m$ は distinct.

この小文の目的は $S(\underline{x}, \underline{\alpha}, x)$ の部分多重角領域で 固有領域 と呼ばれるところ $\mathcal{D}(\mathcal{E})$ の漸近解を構成することである。

積分可能条件はよく知られているように

$$d\Omega = \Omega \wedge \Omega,$$

$$\Omega = \sum_{i=1}^n x_i^{-\alpha_i-1} A_i(x) dx_i \quad \text{であることに注意しておく。}$$

§ 1. 形式解の存在定理.

定理 1. A_{i0} の固有値が相異なるという仮定のもとで、次のような形式的変換を求めることができる；

$$y = \left(\sum_{k \geq 0} P_k x^k \right) z, \quad \det P_0 \neq 0$$

($\sum_{k \geq 0} P_k x^k$ は形式的巾級数) をうまくとると $(\mathcal{E})$ は次の形の方程式系に変換される,

$$dz = \left(\sum_{i=1}^n (\Lambda_i(x_i) + x_i^{-1} R_i) dx_i \right) z$$

ここで

$$(i) \quad \Lambda_i(x_i) = \text{diag} (\lambda_i^1(x_i), \dots, \lambda_i^m(x_i))$$

$$\lambda_i^\alpha(x_i) = \sum_{h=0}^{\alpha_i-1} \lambda_{i,h}^\alpha x_i^{-\alpha_i-1+h}$$

$$\lambda_{i,0}^\alpha = \lambda_i^\alpha \quad \alpha=1, \dots, m \quad \text{は } A_{i0} \text{ の固有値}$$

$$(ii) \quad R_i = \text{diag} (\rho_i^1, \dots, \rho_i^m) . \square$$

さて

$$\lambda_i^{\alpha*}(x_i) = \int_0^{x_i} \lambda_i^\alpha(x_i) dx_i$$

とおき、定理1の行列 $\sum_{k \geq 0} P_k x^k$ の第 j 縦ベクトルと $\sum_{k \geq 0} p_k^j x^k$ とかくと、

定理2 $\square$ (E) は次の形の m 個の形式解をもつ。

$$\left(\sum_{k \geq 0} p_k^j x^k \right) \left(\prod_{i=1}^n x_i^{p_i^j} \right) \exp \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i^{j*}(x_i) \right), \quad j=1, \dots, m. \quad \square$$

証明は形式的変換

$$y = \left(\sum_{k \geq 0} P_k x^k \right) z$$

と

$$y = P_0^{(0)} z$$

$$y = \left(I + \sum_{|k| \geq 1} P_k^{(N)} x^k \right) z, \quad N=1, 2, \dots$$

の積に分解して行く。先づ (E) と対応化する変換を求め次に定理1で述べた最終的な形にもつていく変換を見つけるという手順で行う。 A_0 の固有値が相異なるという条件をつけたいので、積分可能条件の果た役割は変換と上のように分解しておけば大変みやすい。

§2. 漸近解の存在定理

結果を述べるために第微分方程式の不確定特異点の理論がよく知られたいる固有領域の定義を述べる。

$$\mu_i^{\alpha}(x_i) = \operatorname{Re} \lambda_i^{\alpha*}(x_i)$$

とおくと

$$\mu_i^\alpha(x_i) - \mu_i^\eta(x_i) = \sigma_i^{-1} \cos(\sigma_i \theta_i - \omega_i^{\alpha\eta}) |x_i|^{-\sigma_i} + O(|x_i|^{-\sigma_i+1})$$

と表わされる。ここで $\theta_i = \arg x_i$, $\omega_i^{\alpha\eta} = \arg(-\lambda_i^\alpha + \lambda_i^\eta)$.

開角領域 $S_i(\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i, r) = \{x_i \in \mathbb{C}; \underline{\theta}_i < \arg x_i < \bar{\theta}_i\}$
は次の条件を満たすとき $\lambda_i^*(x_i)$ に関する $\lambda_i^*(x_i)$ の角領域と呼ばれる。

$$\cos(\sigma_i \varphi - \omega_i^{\alpha\eta}) > 0 \quad \text{for } \underline{\theta}_i < \varphi < \bar{\theta}_i.$$

さて、 $S_i(\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i, \infty)$ が任意の $\alpha (\neq \eta)$ に対して $\lambda_i^*(x_i)$ に関する $\lambda_i^*(x_i)$ の角領域を真に含むとかなないとき、 $S_i(\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i, \infty)$ は $\lambda_i^*(x_i)$ の固有領域と呼ばれる。固有領域の概念は最も広い角領域で漸近解を構成するために福原先生によって得られたものである。(12) 参照)。

すぐわかるように $\bar{\theta}_i - \underline{\theta}_i < \sigma_i \pi$ ならば $S_i(\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i, \infty)$ はすべての $\lambda_i^*(x_i)$ の固有領域である。

漸近解の存在定理は次のように述べられる。

定理3 すべて n の i について $S_i(\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i, \infty)$ ($\underline{\theta}_i \leq \theta_i < \bar{\theta}_i \leq \bar{\theta}_i$) が $\lambda_i^*(x_i)$ の固有領域であるとすると。このとき $S(\underline{\theta}, \bar{\theta}, r) = \prod_{i=1}^n S_i(\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i, r)$ で正則なバウトに開き $y^2(x)$ の2次の性質を満たすものが存在する。

(i) $y^2(x) \left(\prod_{i=1}^n x_i^{\rho_i^\lambda} \right) \exp \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i^*(x_i) \right)$ は (E) の真の解

(ii) $S(\underline{\theta}, \bar{\theta}, r)$ において $y^2(x)$ は $\sum_{k=0}^n p_k^2 x^k$ に漸近展開

される, i.e. $S(\underline{0}, \bar{\theta}, r')$ の任意の開部分多重角領域におい

て

$$f^2(x) \sim \sum_{k \geq 0} p_k^1 x^k$$

と一様に漸近展開される。

このような $f^2(x)$ の自由度は任意の i について $S_i(\underline{0}, \bar{\theta}, x)$ が $\lambda_i^{\alpha_i}(x_i)$ に関する $\lambda_i^{\beta_i}(x_i)$ の負領域であるというふうな α ($\neq \eta$) の個数に一致する。□

注意. 多重角領域 $S(\underline{0}, \bar{\theta}, x)$ が小さく取ればほど程、自由度は小さくなる。(E)において $A_i(x)$ が $x=0$ で正則ならば自由度が 0 即ち $f^1(x)$ が unique であるように $S(\underline{0}, \bar{\theta}, x)$ がとれる。

§3. 定理3の証明の概略.

3.1 $\sum_{k \geq 0} p_k x^k$ を定理1の形式的中級数とすると、十分大きい l について $y = (\sum_{|k| \leq l} p_k x^k) w$ なる変換があるかじのほどとしておくことにしよう。ここで、(E)は

$$dy = \left(\sum_{i=1}^n (\lambda_i(x_i) + x_i^{\sigma_i-1} A_i(x)) dx_i \right) y$$

でしかも $S(\underline{0}, \bar{\theta}, x)$ において

$$A_i(x) \sim \sum_{|k| \geq \sigma_i} A_{ik} x^k$$

と漸近展開されると仮定しておこう。

3.2. $\varphi(x_i) \left(\prod_{i=1}^n x_i^{p_i^*} \right) \exp \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i^*(x_i) \right)$ $\mathcal{M}(E)$ の sol. であることは、
 $\varphi = {}^t(\varphi^1, \dots, \varphi^m)$ なる 1 次形式の sol. であることは、
 同様に示される。

$$(3.1) \quad d\varphi^\alpha = \left(\sum_{i=1}^n (\lambda_i^\alpha(x_i) - \lambda_i^\eta(x_i)) dx_i \right) \varphi^\alpha \\ + \sum_{\beta=1}^m \left(\sum_{i=1}^n x_i^{-\sigma_i-1} b_i^{\alpha\beta}(x) dx_i \right) \varphi^\beta, \quad \alpha=1, \dots, m,$$

ここで

$$b_i^{\alpha\beta}(x) = [A_i(x)]^{\alpha\beta} - \delta_\alpha^\beta p_i^\eta x_i^{\sigma_i},$$

δ_α^β は Kronecker の δ 記号。また

$$(3.2) \quad b_i^{\alpha\beta}(x) \sim \sum_{|k| \geq \sigma_i} b_{ik}^{\alpha\beta} x^k \quad \text{as } x \rightarrow 0 \quad x \in S(\mathbb{Q}, \mathbb{Q}, r)$$

3.3. 十分大きな正整数の N について

$$\varphi^\alpha = \sum_{|k| < N + \sigma} p_k^{\alpha\eta} x^k + \varphi_N^\alpha \quad \sigma = \max \sigma_i$$

と表わすと、(3.1) は

$$(3.3)_N \quad d\varphi_N^\alpha = \left(\sum_{i=1}^n (\lambda_i^\alpha(x_i) - \lambda_i^\eta(x_i)) dx_i \right) \varphi_N^\alpha \\ + \sum_{\beta=1}^m \left(\sum_{i=1}^n x_i^{-\sigma_i-1} b_i^{\alpha\beta}(x) dx_i \right) \varphi_N^\beta \\ + \sum_{i=1}^n x_i^{-\sigma_i-1} c_{iN}^\alpha(x) dx_i, \quad \alpha=1, \dots, m$$

に整理される。 $\varphi^\alpha = \sum_{k \geq 0} p_k^{\alpha\eta} x^k$, $\alpha=1, \dots, m$ なる (3.1) の解であることは、

$$(3.4) \quad c_{iN}^\alpha(x) \sim \sum_{|k| \geq N + \sigma} c_{ik}^{\alpha\eta} x^k \quad \text{as } x \rightarrow 0 \text{ in } S(\mathbb{Q}, \mathbb{Q}, r).$$

従って、2 定理 3 と証明 4 とに於いては次のことになり、十分

である。: φ_i^α $\alpha \in I$, (I は定理 3 の後半で述べた 2 つのうち

は α の集合), $1 \leq i \leq n$ ($\underline{\theta}_i < \theta_i^* < \bar{\theta}_i$) と $r_n > 0$ が存在して
次のことになりえる。任意の $C^\alpha \in \mathbb{C}$, $\alpha \in I$ と $0 < r \leq r_n$ に対し
次の条件を満たす $(3.3)_N$ の解が unique に存在する。

(i) $\int_N^\alpha(x) \quad \alpha=1, \dots, m: \quad S(\underline{\theta}, \bar{\theta}, r_n)$ で正則。

(ii) $\int_N^\alpha(\xi^\alpha) = C^\alpha, \quad \alpha \in I,$

ここで $\xi^\alpha = r \cdot (\exp(\sqrt{-1} \theta_1^\alpha), \dots, \exp(\sqrt{-1} \theta_n^\alpha))$

(iii) $\int_N^\alpha(x) = O(|x|^N).$

3.4. 簡単な場合

$$\lambda^{\alpha\beta*}(x) = \sum_{j=1}^n (\lambda_j^{\alpha*}(x_j) - \lambda_j^{\beta*}(x_j))$$

とおく。

$$\int_N^\alpha(x) = u^\alpha(x) \exp(\lambda^{\alpha*}(x))$$

なる変換をすれば $(3.3)_N$ は

$$(3.5)_N \quad du^\alpha = \sum_{\beta=1}^m \left(\sum_{i=1}^n x_i^{-\sigma_i-1} \theta_i^{\alpha\beta}(x) \exp(\lambda^{\alpha*}(x)) dx_i \right) u^\beta \\ + \sum_{i=1}^n x_i^{-\sigma_i-1} c_{iN}^\alpha(x) \exp(\lambda^{\alpha*}(x)) dx_i, \quad \alpha=1, \dots, m$$

となる。これは積分方程式

$$(3.6)_N \quad u^\alpha(x) = u^\alpha(\xi^\alpha) + \int_{\xi^\alpha}^x \sum_{i=1}^n \xi_i^{-\sigma_i-1} \left\{ \sum_{\beta=1}^m \theta_i^{\alpha\beta}(\xi) \exp(\lambda^{\beta*}(\xi)) u^\beta(\xi) \right. \\ \left. + c_{iN}^\alpha(\xi) \exp(\lambda^{\alpha*}(\xi)) \right\} d\xi_i, \quad \alpha=1, \dots, m,$$

と同値である。

$$\begin{aligned} \bar{S}_i(\underline{\theta}', \bar{\theta}', r_n, \tau_i(\varphi)) \\ = \left\{ x_i \in \mathbb{C} \mid \underline{\theta}' \leq \arg x_i \leq \bar{\theta}', |x_i| \leq r_n \int_{\underline{\theta}'}^{\arg x_i} \cot \tau_i(\varphi) d\varphi \right\} \end{aligned}$$

$\tau_i(\varphi)$ は $[\underline{\theta}', \bar{\theta}']$ 上 def. され $\sin \tau_i(\varphi) > 0$ なる区分的連続関数,

$$\bar{S}(\underline{\theta}', \bar{\theta}', r_n, \tau(\varphi)) = \prod_{i=1}^n \bar{S}_i(\underline{\theta}', \bar{\theta}', r_n, \tau_i(\varphi))$$

と定義する。定理 3 を示すには次のことを示せばよい:

$\underline{\theta}', \bar{\theta}'$ ($\overset{i=1, \dots, n}{\underline{\theta}_i < \underline{\theta}' < \bar{\theta}' < \bar{\theta}_i}$, $\underline{\theta}'$ は $\underline{\theta}_i$ に $\bar{\theta}'$ は $\bar{\theta}_i$ に十分近い)

が任意に与えられたとき $[\underline{\theta}', \bar{\theta}']$ 上定義され, $\sin \tau_i(\varphi) > 0$

なる区分的に連続な関数 $\tau_i(\varphi)$ と ξ^α と x と $\bar{S}(\underline{\theta}', \bar{\theta}', r_n, \tau(\varphi))$

の中で結ぶ積分路 Γ_α が存在して (ξ^α は $\alpha \in I$ に対しては

3.3. で与えられ, $\alpha \notin I$ に対しては $\exp(\mu^\alpha(x)) = 0$, $\mu^\alpha(x) =$

$\sum_{i=1}^n (\mu_i^\alpha(x_i) - \mu_i^\alpha(x_i))$ であるように選ぶ), 次の積分方程式

の解 $u^\alpha(x)$, $\alpha = 1, \dots, m$ として ($u^\alpha(x): \text{cont. on } \bar{S}, \text{ hol. in } \bar{S}^\circ$)

$$|u^\alpha(x)| = O\left(\left(\sum_{j=1}^n |x_j|^N\right) \exp(\mu^\alpha(x))\right)$$

なるものが unique に存在する。

$$(3.7)_N \quad u^\alpha(x) = g(\alpha) c^\alpha + \int \sum_{i=1}^n \xi_i^{-\sigma_i-1} \left\{ \sum_{\beta=1}^m \xi_i^{\alpha\beta}(\xi) \exp(\lambda^{\alpha\beta}(\xi)) u^\beta(\xi) \right.$$

$$\left. + C_{iN}^\alpha(\xi) \exp(\lambda^{\alpha\beta}(\xi)) \right\} d\xi_i, \quad \alpha = 1, \dots, m.$$

$$g(\alpha) = \begin{cases} 1 & \alpha \in I \\ 0 & \alpha \notin I \end{cases}$$

上記の命題は「福原の不動点定理」を用いて証明される。

次の節で Γ_α のとり方を説明する。 $\Gamma_\alpha(\varphi)$ のまの方は次の不等式と等しい後でないと説明できないので別の機会にきちんと述べることにしてこゝでは省略する。

§4. 積分路 Γ_α , $\alpha=1, \dots, m$ の選り方

各 i に対し $2 \leq \alpha=1, \dots, m, \alpha \neq j$ と次のように分類する。

$$J_i^1 = \{ \alpha \mid \cos(\sigma_i \varphi - \omega_i^{\alpha, 1}) < 0 \quad \text{for } \underline{\theta}_i < \varphi < \bar{\theta}_i \}$$

$$J_i^2 = \{ \alpha \mid \cos(\sigma_i \varphi - \omega_i^{\alpha, 2}) > 0 \quad \text{for } \underline{\theta}_i < \varphi < \bar{\theta}_i \}$$

$$J_i^3 = \{ \alpha \mid \cos(\sigma_i \varphi - \omega_i^{\alpha, 3}) < 0 \quad \text{for } \underline{\theta}_i < \varphi < \theta_{\alpha, i}^+ \}$$

$$\cos(\sigma_i \varphi - \omega_i^{\alpha, 3}) < 0 \quad \text{for } \theta_{\alpha, i}^+ < \varphi < \bar{\theta}_i \}$$

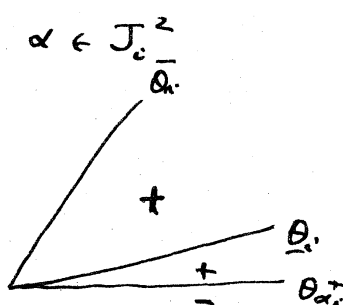
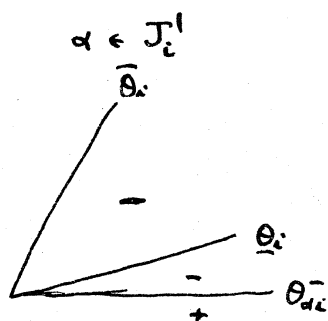
$$J_i^4 = \{ \alpha \mid \cos(\sigma_i \varphi - \omega_i^{\alpha, 4}) > 0 \quad \text{for } \underline{\theta}_i < \varphi < \theta_{\alpha, i}^- \}$$

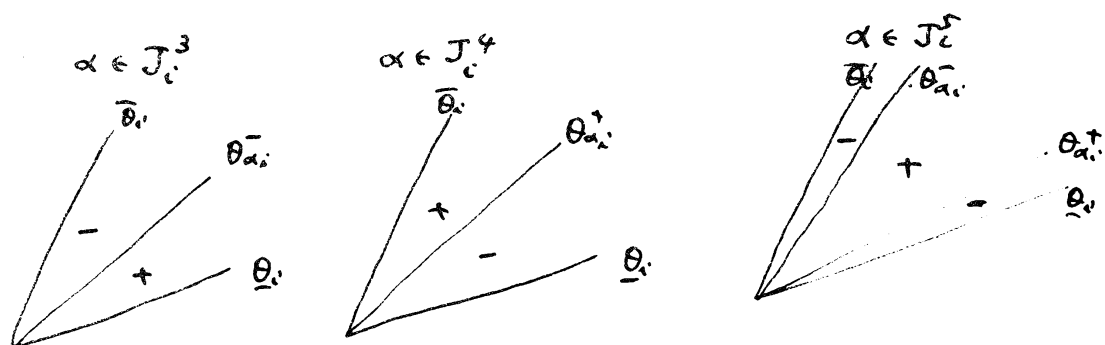
$$\cos(\sigma_i \varphi - \omega_i^{\alpha, 4}) < 0 \quad \text{for } \theta_{\alpha, i}^- < \varphi < \bar{\theta}_i \}$$

$$J_i^5 = \{ \alpha \mid \cos(\sigma_i \varphi - \omega_i^{\alpha, 5}) < 0 \quad \text{for } \underline{\theta}_i < \varphi < \theta_{\alpha, i}^+ \}$$

$$\text{or } \theta_{\alpha, i}^- < \varphi < \bar{\theta}_i$$

$$\cos(\sigma_i \varphi - \omega_i^{\alpha, 5}) > 0 \quad \text{for } \theta_{\alpha, i}^+ < \varphi < \theta_{\alpha, i}^- \}$$





定理3で述べた α の集合 I は

$$I = \bigcap_{i=1}^n J_i^1$$

であることに注意する。

次に $\alpha \in J_i^1$ ($\alpha \in J_i^2$) に對して $\theta_{\alpha_i}^-$ ($\theta_{\alpha_i}^+$) は

$$\cos(\sigma_i \theta_{\alpha_i}^\pm - \omega_i^{q_i}) = 0$$

$$\cos(\sigma_i \varphi - \omega_i^{q_i}) < 0 \quad (> 0), \quad \theta_{\alpha_i}^- < \varphi < \bar{\theta}_i \quad (\theta_{\alpha_i}^+ < \varphi < \bar{\theta}_i)$$

に於て成立する。 $S_i(\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i, \infty)$ から $\lambda_i^{q_i}(\pi_i)$ の固有領域で

あること、 $\underline{\theta}_i', \bar{\theta}_i'$ から $\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i$ へ十分小さい ε_i だけずらすと不変

式をみたす $\varepsilon_i > 0, \varepsilon_i' > 0$ が存在する。

$$(\theta_{\alpha_i}^- + \sigma_i \pi) - \bar{\theta}_i > \varepsilon_i \quad \alpha \in J_i^3$$

$$\underline{\theta}_i - (\theta_{\alpha_i}^+ - \sigma_i \pi) > \varepsilon_i \quad \alpha \in J_i^4$$

$$(\theta_{\alpha_i}^- + \sigma_i \pi) - \bar{\theta}_i, \quad \underline{\theta}_i - (\theta_{\alpha_i}^+ - \sigma_i \pi) > \varepsilon_i \quad \alpha \in J_i^5$$

$$4\varepsilon_i' < \varepsilon_i$$

$$(\theta_{\alpha_i}^- + \sigma_i \pi) - \bar{\theta}_i', \quad \underline{\theta}_i' - \theta_{\alpha_i}^- > 4\varepsilon_i' \quad \alpha \in J_i^1$$

$$(\theta_{\alpha_i}^+ - \sigma_i \pi) - \bar{\theta}_i', \quad \underline{\theta}_i' - \theta_{\alpha_i}^+ > 4\varepsilon_i' \quad \alpha \in J_i^2$$

4.1. Γ_η のと"方

Γ_η は 0 と $x \in \xi_i$ の折線"、例"と"方

$$0 \leq |x_1| \leq |x_2| \leq \dots \leq |x_n|$$

Γ_η は $\Gamma_\eta: (\xi_1(t), \dots, \xi_n(t))$ とし

$$\xi_i(t) = \begin{cases} x_i \cdot \left| \frac{x_n}{x_i} \right| t, & 0 \leq t \leq \left| \frac{x_i}{x_n} \right| \\ x_i & \left| \frac{x_i}{x_n} \right| \leq t \leq 1 \end{cases}$$

と"方

4.2. Γ_α ($\alpha \neq \eta$)

$$\Gamma_\alpha = \Gamma_{\alpha_1} + \dots + \Gamma_{\alpha_n}$$

Γ_{α_i} は $(x_1, \dots, x_{i-1}, \xi_i^\alpha, \xi_{i+1}^\alpha, \dots, \xi_n^\alpha)$ と $(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, \xi_{i+1}^\alpha, \dots)$ と"方"道", x_i -plane 上の道と"方"と"方"と"方". $\{ \Gamma_{\alpha_i} \}_{i=1, \dots, n}$ の"方"と"方"と"方"と"方".

4.2.1. $\Gamma_{\alpha_i} : \alpha \in J_i^1$ の"方"と"方"

$\{ \vartheta_i^\alpha \}_{i=1, \dots, n}^{\alpha \in J_i^1}$ と"方"と"方"と"方"と"方"と"方".

$$\underline{\vartheta}_i < \vartheta_i^\alpha < \bar{\vartheta}_i$$

$$\vartheta_i^\alpha < \vartheta_i^\beta$$

$$\vartheta_i^\alpha = \vartheta_i^\beta$$

if

$$\theta_{\alpha i} > \theta_{\beta i}$$

$$\theta_{\alpha i} = \theta_{\beta i}$$

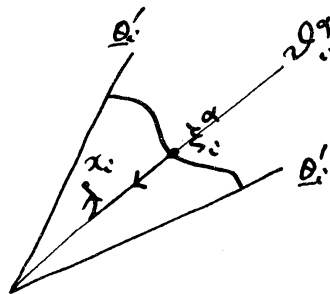
と"方".

$$\xi_i^\alpha = x_n \exp \left(\int_{\underline{\vartheta}_i}^{\vartheta_i^\alpha} \cot \tau_i(\varphi) d\varphi + \sqrt{-1} \vartheta_i^\alpha \right)$$

$$\in L, \quad \Gamma_{\alpha_i} = \Gamma_{\alpha_i}^{(1)} + \Gamma_{\alpha_i}^{(2)}$$

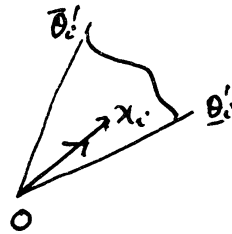
$$\Gamma_{\alpha_i}^{(1)} : \quad \arg \xi_i = \vartheta_i^\alpha, \\ |x_i| \exp\left(\int_{\arg x_i}^{\vartheta_i^\alpha} \cot \tau_i(p) dp\right) \leq |\xi_i| \leq x_N \exp\left(\int_{\vartheta_i^\alpha}^{\vartheta_i^\alpha} \cot \tau_i(p) dp\right)$$

$$\Gamma_{\alpha_i}^{(2)} : \quad \xi_i(p) = |x_i| \exp\left(\int_{\arg x_i}^p \cot \tau_i(p) dp + \sqrt{-1} p\right)$$



$$4.2.2. \quad \Gamma_\alpha : \alpha \in J_i^2$$

このときは $\xi_i^\alpha = 0$ かつ $x_i \wedge a$ 直線 Γ_{α_i} に $\in$ 3.



$$4.2.3. \quad \Gamma_\alpha : \alpha \in J_i^3 \cup J_i^4 \cup J_i^5$$

$\vartheta_i = \arg x_i \in [2, \dots]$. $\cos(\vartheta_i \vartheta_i - \omega_i^{\alpha_2}) \geq \sin(4\vartheta_i \varepsilon_i')$ のとき

は $\xi_i^\alpha = 0$ と $x_i \in a$ 直線 Γ_{α_i} に $\in$ 3.

$\cos(\vartheta_i \vartheta_i - \omega_i^{\alpha_2}) < \sin(4\vartheta_i \varepsilon_i')$ のときは $\Gamma_{\alpha_i} = \Gamma_{\alpha_i}^{(1)} + \Gamma_{\alpha_i}^{(2)}$

2' $\vartheta_{\alpha_i} - 4\varepsilon_i' \leq \arg x_i \leq \vartheta_i'$ のときは

- [2] M. Hukuhara, Sur les points singuliers des équations différentielles linéaires III, Mém. Fac. Sci. Kyushu Univ. 2 (1941), 125-137.
- [3] W. Wasow, Asymptotic expansions for ordinary differential equations, Interscience Publishers, New York, 1965.
- [4] M. Yoshida and K. Takano, Local theory of Fuchsian systems I, Proc. Japan Acad. vol. 51, No. 4 (1975), 219-223.