

数学ソフトウェア再考

濱田龍義

福岡大学理学部/JST CREST

TATSUYOSHI HAMADA

FUKUOKA UNIVERSITY/JST CREST *

1 序

筆者は 2003 年 2 月に KNOPPIX/Math Project を開始して以来、様々な数学ソフトウェアを Live Linux と呼ばれる CD/DVD 起動の Linux 上に収集し紹介を行ってきた。最近になって、KNOPPIX/Math を発展的に解消して、後継プロジェクトとして MathLibre Project[1] を新たに開始した。

数学ソフトウェアは、欧米で開発されたものが圧倒的に多いのだが、一方で、日本で開発された素晴らしい数学ソフトウェアも多数存在する。特に日本の数学関係者による取り組みの歴史は無視できない。日本の数学ソフトウェアについて世界に紹介することも MathLibre Project の目的の一つである。

本稿では、日本における数学ソフトウェア開発の歴史について、簡単にではあるが、まとめたものである。主に数学研究、および数学教育の視点から紹介するが、数値計算については、ソフトウェア開発の歴史のなかで特に膨大な蓄積があることから、ここでは除外している。

2 計算機の誕生と数式処理

歴史上、最初のコンピュータについては諸説あるが、ドイツの Konrad Zuse によって 1941 年に開発された Zuse Z3、そして米国ペンシルバニア大学の John Mauchly と J. Presper Eckert を中心とするグループによって 1946 年に開発された ENIAC の名前を欠かすことはできない。

1940 年代がコンピュータの黎明期とすれば、数式処理の黎明期はいつであろうか？最初の計算機代数ソフトウェアと呼ばれているのは、1953 年に出版された 2 つの独立な修士論文とされている。ひとつは H. G. Kahrmanian による “Analytical differentiation by a Digital Computer”，もうひとつは J. Nolan による “Analytical differentiation on a digital computer” である。

最初の専門家向けのシステムは 1961 年に J. R. Slagle によって発表されたシステムである。このシステムは SAINT(Symbolic Automatic INtegrator) と呼ばれた。SAINT の登場までは学部初年級の微分積分の問題といえども、人しか解くことができなかったのが、SAINT は、このような問題を解くことができた。

その後、1960 年代は現在も使われている数式処理アルゴリズムが多数開発された。1965 年には Gröbner 基底のための Buchberger アルゴリズム、1967 年から 1970 年にかけては有限体上の多項式の因数分解を行う Berlekamp アルゴリズム、1968 年から 1970 年にかけては初等関数の不定積分のための Risch アルゴリズム、1969 年には整数係数の多項式の因数分解を行う Zassenhaus アルゴリズムなどが開発されている。

*hamada@holst.sm.fukuoka-u.ac.jp

1960年代は汎用の数式処理システムが生み出された時代でもあった。この時代の2大巨頭と言っても良いシステムが“REDUCE”と“Macsyma”である。REDUCEは1963年頃から構想が練られ1968年には複数の研究者の手に渡っていた。REDUCEの開発を行ったAnthony C. Hearnはスタンフォード大学の理論物理学のポストドク研究者であったため、物理からの要請によって開発された数式処理システムである。一方、Macsymaは1960年代にMITの人工知能グループによって開発されたシステムである。1968年にCal Engelman, William A. Martin, Joel Mosesの3人によって始められ、予算、人員ともに大規模なプロジェクトであった。REDUCEもMacsymaもLISP言語で実装されており、両者とも1980年代には商品化されている。

1980年代は、現在も盛んに使われている商用数式処理システムが相次いで公開された時代でもある。“Maple”、“Mathematica”等の汎用システムが開発され、1980年代後半には商用数式処理システムとして知られるようになった。また、代数や組み合わせ論において定評のある“Magma”の前身である“Cayley”もまた、この頃に開発されたシステムである。

3 日本における数学ソフトウェアの歴史

日本国内における数学ソフトウェアの歴史について振り返る。ここでは日本数学会の和文刊行誌である「数学」に注目する。「数学」は日本数学会が設立された翌年1947年4月から毎年4回発行されている。主に日本数学会会員による、数学に関する論説、企画記事、書評、学界ニュースなどが掲載されており、現在はJSTにより無償公開されている。執筆者、購読者ともに国内の数学者であることを考えると、日本の数学研究コミュニティにおいて、計算機がどのように受け入れられたかを知る上で資料としての価値があるものと思われる。

最初に「数学」で計算機の話が具体的に紹介されたのは日本大学の武田楠雄による1953年の論説[2]である。序文に「電子計算機という‘ことば’が日本でいわれ始めてからもう三四年にもなるが、その間‘数学’にまとまった報告もなく、序論的解説も現れなかつた。」という記述もあり、当時の様子が垣間見られる。「筆者は十数年来真空管に興味をもっていた関係で、かなり‘新興機械’に魅かれた。」とあり、武田の個人的な興味も影響しているようである。この論説では、当時、最高性能の計算機を用いた熱流の偏微分方程式や1000億以下の素数の抽出などの話題を紹介している。まだ大容量の貯蔵装置（現代では記憶装置と呼ばれるもの）が、まだ存在しなかったことについて記述されている。終戦後、国内に紹介されて間もない「電子計算機」について国内外の情報を交えて紹介されている点が大変興味深い。

1956年には、東北大学電気通信研究所および日電気社による大型電子計算機の共同開発がスタートした。この計算機はSENAC-1 (SENdai Automatic Computer)[3]と名付けられ、1958年3月に東北大学に納入され、同年11月に稼働した。SENAC-1は、内部記憶装置が1024ワードの当時としては大容量の記憶装置を備えていた。1961年には、東北大学応用物理学科の桂重俊らによって有理数計算のソフトが情報処理学会で発表されている[4]。

武田の記事から10年後の1963年、東京大学の高橋秀俊による「電子計算機と整数論」という論説が「数学」に寄稿されている[5]。高橋は物理学者であり、東大大型計算機センターの初代所長として尽力した方でもある。実験数学という立場から整数論への応用について、Mersenne数やFermat数における計算機の利用について紹介をしている。また、整数論の計算機への応用についても言及しており、誤り訂正符号や疑似乱数、 $\text{mod } p$ 演算についても紹介している。

「数学」における数式処理についての記事は、さらに10年後、1972年、津田塾大学の渡辺隼郎による「数式処理をめぐって」が初出と思われる[6]。線形常微分方程式の大域的解法を機械化する試みとして、そのアルゴリズムとFORTRANによる実装が紹介されており、先駆的業績として知られている。ここでも記憶装置の容量が問題となっている。続いて1974年、上智大学の和田秀男による「整数論と計算機について」

と題する論説がある [7]. 序文において「電子計算機は純粋数学にいかに関与するのであろうか. その可能性にはどのようなものがあり, 限界はどこにあるのだろうか. このようなことを計算機を使ったことのない数学者に知ってもらい, 計算機に興味を持ってもらおう, というのがこの論説の目的である.」とあるように数学者の間で計算機に対する態度が分かれていたことが類推される. 整数論だけでなく, 結び目理論や, 有限代数体の基本単数やイデアル類群の計算についても紹介している. 興味深いのは [8] を参照して「計算機を利用して大きな表が作れると面白いと思う. 4色問題なども計算機を利用すると面白いと思う」と述べている点である. この2年後, 1976年に Kenneth Appel と Wolfgang Haken によってこの問題は計算機によって証明されたことは有名である [9]. 1981年, 京都大学数理解析研究所の一松信は「数式処理と数学研究への応用」[10]において, 多岐に渡って数式処理の応用について述べている. 実例の一つとして, 1980年にカリフォルニア大学バークレー校で第4回国際数学教育会議 (IV-ICME) が開催され, Macsyma の実演を含む講演が行われたことが紹介されている. 一松はこの論稿で数式処理体系に関する3つの問題を挙げている. 「1° 現行の体系の不親切さ. 2° 人間に難しい計算は, 計算機にも難しいという本質的困難. 3° 軟件流通の問題.」3番目の軟件とはソフトウェアのことであるが, この流通問題に対して, MathLibre Project が一定の提案をしていると言えないだろうか.

一方「数学」以外の出版物についても注目したい. 京都大学数理解析研究所講究録は1964年より刊行されている. 1970年3月9日よりにかけて行われた短期共同研究「電子計算機による数式処理」(代表者一松信)は, 電子技術総合研究所等の国立の研究所や企業からの参加者を交えたもので, 日本の数式処理および数学研究において先駆的な試みであったのではないだろうか [11].

1980年代になると, 佐々木建昭の「数式処理」[12], 和田秀男の「コンピュータと素因子分解」[13]などの書籍も出版された. 特に, 1994年に出版された木田祐司, 牧野潔夫による「UBASICによるコンピュータ整数論」[14]は数学研究におけるコンピュータの利用という観点から大変興味深い本である.

日本における汎用の数式処理システムの開発事例は大変少ないが, “AL”, “GAL”, “Risa/Asir”, “kan/sml”等が知られている. AL (Algebraic Language) は日本電信電話公社横須賀電気通信研究所の池原悟らによって1975年に開発された. 当時, 多くのシステムが Lisp 上に実装されていたが, AL はアセンブラで作成されていた. 多項式/有理式の問題にはかなり力を発揮していたが, 多倍長整数には対応しておらず, 実行環境も大型計算機 DIPS-1 のみであったため, 利用者が限られていたことは残念である.

GAL (General Algebraic Language/Laboratory) は1985年頃, 理化学研究所の佐々木建昭が開発したシステムであり, 大規模な有理式を高速に処理することを目標に設計された. 当初は富士通 M200 などの大型汎用機上の Lisp で開発されていたが, 後に奈良女子大の加古富志雄による移植によって, 一般のワークステーションでも動作するようになった. 現在, 開発は止まっているようだが, 加古によってソースコード等が公開されている [15].

Risa/Asir は富士通株式会社 国際情報社会科学研究所第一研究部第三研究室で, 計算機代数の研究成果として, 竹島卓, 横山和弘, 野呂正行の3名の手によって1990年ごろに誕生した. 開発の経緯については [16] に詳細に書かれている. Risa/Asir は2014年現在, 一定のユーザを獲得し, 継続的に開発されているプロジェクトである. 富士通から, 神戸大学を経て立教大学に移動した野呂正行を中心とするグループによって開発が進められ, グレブナー基底計算について, 最新のアルゴリズムが実装されている. 通常, 毎年6月に行われる数式処理学会, 12月に京都大学数理解析研究所で行われる研究集会, 3月に行われる Risa/Asir Conference 等では, ユーザや開発者によって Risa/Asir 上の実装についての研究発表が行われている.

kan/sml は1991年から神戸大学の高山信毅によって開発された研究ソフトウェアである. kan/sml は環を調べるためのソフトウェアであり, kan は文字通り環のことであり, sml は stackmachine 1 の略である. 特に微分作用素環を扱う機能が充実している. また, 同じく高山によって主導されている統合数学ソフトウェアプロジェクト OpenXM プロジェクトがあるが, kan/sml は Risa/Asir とともに, OpenXM を構成する重要なピースの一つとなっている [17].

4 専門分野に特化したソフトウェア

汎用ではなく、ある種の分野に特化した数学ソフトウェアの存在は、大変興味深いものである。当然の帰結であるが、数学者が研究上の動機から開発をしたものは概ね、何かの分野に特化されたものがほとんどである。また、数学の研究分野ごとに計算機との親和性は異なるので、数学ソフトウェアの開発事例について分野ごとに偏りがあることは明らかと思われる。ここでは、各分野ごとに開発されてきた数学ソフトウェアを振り返ることにする。

特に、日本の数学ソフトウェアを語る上で、トポロジーは欠かすことができない分野の一つである。ここに幾つかを紹介する。

“Hcad3D”は東京工業大学の西本順一によって開発されたソフトウェアである [18]。Mark B. Phillips によって開発された双極平面上の図形を簡単に作図、反転、移動させることができるツール “Hypercad” に触発され、開発を試みたようである。Poincaré 球体が画面に表示され、有限個の半空間を指定すればその共通部分である多面体を描画することができる。

“モノミー君”は、1991 年ごろに明治大学の阿原一志によって Macintosh 上に実装されたソフトウェアであり、与えられた代数曲線や代数曲面に対して、その位相幾何学的情報を計算できる [19]。阿原は、その他にも精力的に数学ソフトウェアを開発している。“テルアキ”は曲面上の閉曲線を対称にして、デーンツイストを操作するパズルゲームである。2013 年に逆井卓也との共著で書籍 [20] を出版している。“Hyplane”は 63 度、63 度、54 度からなる二等辺三角形をつなぎ合わせることで、負定曲率曲面を多面体で構成して可視化するソフトウェアである。“Splitica”は星型特異ファイバーの数え上げ、および、高村分裂族のアニメーション表示を行うことができる。“KidsCindy”はテーマや操作性を自由に選べる動的幾何学ソフトウェアである。“DyGeom”は Mathematica 上に実装された作図ツールであり、“KETpic”と呼ばれる教材作成支援ツールとの連携が可能である。

“Opti”は大阪大学の和田昌昭によって 1998 年頃から開発されている一点穴空きトーラス群の擬等角変形を視覚化するためのツールである。MacOS 上で動き、等距離円周、Ford 領域、極限集合などが変形してゆく様子をインタラクティブに見ることができる [21]。

“gm series”は 1998 年頃から横浜国立大学の根上生也によって開発が進められているグラフ理論のためのツール群である。グラフを自由自在にいじって実験ができるものを意図して作られた汎用ソフトウェアであり、gm standard, gm learning, gm applet などが公開されている [22]。

“Knot2000”は奈良女子大学の落合豊行によって開発された結び目理論のためのツールである。その他にも落合研究室からは、幾つもの数学ソフトウェアが公開されていたが、落合の退職に伴い、同じく奈良女子大学の加古富志雄によって落合研究室時代のコンテンツが現在も公開されている [23]。

“KNOT”は神戸市立工業高等専門学校の児玉宏児による結び目理論のための研究ツールである。knot/link diagram を描き、不変量等を計算することができる。また、3 次元空間内の結び目、絡み目だけでなく、4 次元空間内の絡み面なども扱うことができる。KNOT は GNU Sather によって実装されており、主に UNIX 系の OS で動作する [24]。また、九州大学の角俊雄により Windows 版の knotGTK として移植も行われている [25]。

トポロジーに関する数学ソフトウェアは、国内に限っただけでも非常に多く存在することがわかる。この背景には、10 年以上に渡る研究集会「トポロジーとコンピュータ」の存在は欠かせない。2001 年に奈良女子大学で始められて以来、内外のトポロジー関連のソフトウェアが、この研究集会で紹介されている [26]。

代数、特に数論もまた、計算機利用の試みが続けられてきた分野である。例えば、フランスボルドー大学の Henri Cohen によって開発が始められた数論ツール “PARI/GP” などは、国内でも一定のユーザを獲得している。1980 年代より木田祐司によって開発された “UBASIC” に続き、2003 年ごろから首都大学東京の中村憲による数論システム開発実験室によって “NZMATH” の開発が進められた [27]。それまでの数学

ソフトウェアが LISP や C 言語を用いて開発されていたのに対し、NZMATH はオブジェクト指向スクリプト言語 Python を用いて開発された。

その他には、京都大学の稲生啓行によって Mandelbrot 集合や Julia 集合などを高速に表示するプログラム “qfract” が公開されており [28], MathLibre にも収録されている。また、開発チームとして参加している例としては、米国の Richard Palais によって始められたプロジェクトである “3D-XplorMath” が挙げられる。元々は Mac 上で Pascal を用いて実装されていたが、Java に移植した “3D-XplorMath-J” の開発に早稲田大学の Martin Guest, 首都大学東京の酒井高司が携わっている [29]。

4.1 教育

教育分野における数学ソフトウェアについても数多く開発がされている。ここでは、教育実践事例が特に多いものを紹介する。一つは大阪教育大学附属高等学校の友田勝久が開発した “Grapes” である [30]。関数グラフ作成ソフトとして、多くのユーザを抱えており、また、頻繁に講習会が開かれ、継続的にコミュニティが運営されていることも興味深い。

文教大学の白石和夫によって開発された “十進 Basic” もまた数学教育ソフトウェアと呼んで良いだろう [31]。大変多くの数学的な例も収録しており、高校の数学の教科書等でも度々紹介されていたソフトウェアである。

豊富な実践事例という意味では、愛知教育大学の飯島康之による作図ツール “GC” (Geometric Constructor) は大変興味深い [32]。1990 年ごろより MS-DOS 上に実装され、その後、Visual Basic, Java, HTML5 など、様々な言語、プラットフォームに移植され、長い歴史を持つソフトウェアである。大変多くの教育実践事例や教材が用意されている。

4.2 ゲーム

数学者によるソフトウェア作品は研究ツールや教育ツールにとどまらず、ゲームまで存在する。明治大学の阿原一志による Teruaki もゲームの一種であるが、iPad や Android 等の最近のタブレット端末用のアプリにゲーム的な数学ソフトウェアが存在する。

“Region Select” は、大阪市立大学数学研究所の河内明夫、清水理佳（現、群馬工業高等専門学校）、岸本健吾（現、大阪工業大学）の研究グループが「結び目理論」を元に開発した領域選択ゲームである [33]。実装はアプリ開発の実績がある株式会社グローバルエンジニアリングによって行われたが、Android アプリとして公開され、内外で好評を博している。

“清少納言知恵の板” は、愛媛大学の平田浩一によって開発された iPad 用のアプリである [34]。日本で生まれたシルエットパズルのことで、似たものとしてタングラムが知られている。1742 年、江戸時代中期の書物が、文献上の初出と言われており、また、この書物の題名が「清少納言知恵の板」であった。

トポロジカルゲームと呼ばれるジャンルがある。“Euler Getter” は、大阪大学の安田健彦によって発案、実装されたボードゲームである。六角形のマス目で構成されたボード上で行う陣取りゲームであり、様々な環境に移植されている。

5 数学文書の執筆, $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 以前と $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 以降

日本の数学研究コミュニティにおいて、 $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 特に $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ （正確には $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X} 2_{\epsilon}$ ）は既に標準的な執筆環境と言って良いだろう。一般に $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ の普及は 80 年代後半から 90 年代初頭と思われるが、 $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ が普及する前

の数学文書執筆環境はどうであっただろうか。残念ながら、筆者自身も研究を始める以前の話であり、ごく一部の情報しかリアルタイムで経験していない。また、上の世代に尋ねても、所属していた場所によって執筆環境が大きく異なるようであり、電子タイプライターを使っていたという方もいれば、ワードプロセッサを使っていたという方もあり、標準的な環境というものは存在していなかったように思われる。しかし、一方で、数学者自身によって開発された執筆環境が幾つか知られており、一定のユーザを獲得していたようである。ここでは1980年代に国内の数学者によって開発された数式記述能力を備えた文書執筆環境について、幾つかを紹介するのみに留める。

もっとも初期のワープロはNECのPC-8801上に実装された東京大学の飯高茂(学習院大学名誉教授)による“飯高ワープロ”と大島利雄(現、城西大学)による“大島ワープロ”と思われる。この当時、数学記号はカタカナ記号を巧みに活用して表示していたそうである。例えば、 $\alpha \rightarrow \text{ア}$, $\eta \rightarrow \text{イ}$ などである。大島はDOS, Windows環境用のプレビューアであるdvioutの作者としても知られている。

一方、著者の周りで比較的用户が多かったのが久保ワープロとも呼ばれる“WPMP”である。WPMPは広島大学の久保泉によって開発された[35]。T_EXが普及した後もしばらくは一定のユーザを獲得している。多くの数学者がWPMPの開発に貢献しており、森重文によって東芝製PCへの移植が行われ、小田忠雄によってWPMPで書いた原稿から直接製版ができるようになったということである。また、WPMPからT_EXへのコンバータやスペルチェッカーが谷口礼偉によって作成されている。他にも数学者謹製のワープロが存在し、慶応大学の榎本彦衛による“C-FORM”(榎本ワープロ)、神戸大学の野海正俊による“ZED”(野海ワープロ)が知られている。ZEDはNEC PC9801用の数学ワープロソフトでLattice Cで開発されており、日本語にも対応していた。その後、SharpのX68000にも移植されている。また、立教大学の島内剛一、日本サイバネテクスの浅本紀子(現、お茶の水女子大)によるSPE等が知られており、1990年代初頭に岩波書店から販売されている[36]。

国内におけるT_EXの普及については多くの研究者の尽力に負うところが大きい。特に近畿大学の角藤亮(素粒子論)によって、15年以上整備されているWindows上でのT_EX環境“W32T_EX”の存在は欠かせないものである。また、東京大学の乙部厳己(現、信州大学)によるT_EXユーザ環境“Gui-Shell”, 大阪大学の小磯憲史によるMacOS向けユーザ環境“JT_EX”, 山口大学の菊政勲によるWindows L^AT_EX 2_ε用の統合環境エディタ“EwinT_EX3”, 九州大学の鈴木正和、福岡教育大学の藤本光史による手書き数式エディタ“InftyEditor”, 東京大学の阿部紀行(現、北海道大学)によるWindows用T_EXインストールツールPPT_EXインストーラ3, 東京大学の北川裕典によるT_EX拡張である“e-pT_EX”などが知られている。また、北川を中心とするメンバーによって次世代日本語T_EX環境である“LuaT_EX-ja”の開発が進められている。さらに、現在T_EXの配布形式の主流の一つである“TeXLive”については、北陸先端科学技術大学院大学のNorbert Preiningによる功績が大きい。

惜しむらくは、特にT_EXが普及する以前の状況については、ほとんど記録が残っていないため、早急に記録を残しておくべきものと思われるが、すでにソースコード等紛失したものも多く残念である。

6 まとめ

限られた時間の中で日本で開発された数学ソフトウェアについて調べたが、思いの外、多彩で多くのソフトウェアが数学者自身によって開発されてきたことに改めて驚かされる。一方で、このような研究支援のための数学ソフトウェアの歴史は、コンピュータの発展とともに埋もれていくものも多く、早急に記録を残しておくことが望まれる。

KNOPPIX/MathとMathLibre Projectを最初に公開して以来、既に10年以上の月日が過ぎた。当初は、数学関係者に様々な研究ツールを紹介することだけが目的であった。しかし、それだけに留まらず、その時

代ごとの数学ソフトウェアの歴史を切り取り、動作可能なまま保管することができるというプロジェクトの特質は、今後も継続して取り組む価値があるものと確信する。

参 献

- [1] MathLibre Project, <http://www.mathlibre.org/>
- [2] 武田楠雄, 「電子計算機の成長 – 貯蔵装置を中心としての概説」 –, Vol. 5, (1953) No.3, 179–183.
- [3] SENAC-1(NEAC-1102), 黎明期のコンピュータ, IPSJ コンピュータ博物館, <http://museum.ipsj.or.jp/computer/dawn/0020.html>.
- [4] 桂重俊, 「数式処理黎明期」 数式処理 Vol. 12 (2005) No. 1, 5–8.
- [5] 高橋秀俊, 「電子計算機と整数論」, Vol. 15, (1963) No. 1, 1–6.
- [6] 渡辺隼郎, 「数式処理をめぐって – 線形常微分方程式の大域的解法を機械化する一つの試み–」, Vol. 24, (1972) No.1 28–38.
- [7] 和田秀男, 「整数論と計算機について」, Vol. 26, (1974) No. 3, 193–200.
- [8] H. Yamabe and D. Pole, “A Cornptational Approach to the Four-dolor Problem”, Math. Comp., Vol. 15 (1961), 250–253.
- [9] K. Appel and W. Haken, “Every planar map is four colorable”, Bull. Amer. Math. Soc. 82 (1976), no. 5, 711–712.
- [10] 一松信, 「数式処理と数学研究への応用」, Vol. 33 (1981) No. 4, 362–367.
- [11] 京都大学数理解析研究所講究録「電子計算機による数式処理」, 代表者 一松信, No. 109 (1971).
- [12] 佐々木建昭, 「数式処理」, 情報処理叢書 7 (1981) 情報処理学会.
- [13] 和田秀男, 「コンピュータと素因子分解」 (1987) 遊星社.
- [14] 木田祐司, 牧野潔夫「UBASIC によるコンピュータ整数論」 (1994) 日本評論社, <http://www.rkmath.rikkyo.ac.jp/~kida/kima.htm>.
- [15] 加古富志雄, GAL, <ftp://ftp.ics.nara-wu.ac.jp/pub/gal/>
- [16] 竹島卓, 「数式処理システム Risa/Asir の開発と応用」, 学位論文, <http://www.lib.kobe-u.ac.jp/repository/thesis/d2/D2002848.pdf>.
- [17] 高山信毅, 「微分作用素環用システム kan/sml」, 数式処理 11, 27–34, 2004, 日本数式処理学会.
- [18] 小島定吉, 西本順一「幾何学とコンピュータ」 Vol.44 (1992) No.4, 348–352.
- [19] 阿原一志, 「代数曲線のトポロジーとその計算ソフトウェア「モノミー君」について」, Memoirs of the Institute of Sciences and Technology, Meiji University, 34 (1995) 19–46.
- [20] 阿原一志, 逆井卓也, 「パズルゲームで楽しむ写像類群入門」 (2013) 日本評論社.
- [21] 和田昌昭, OPTi Home Page, <http://delta.math.sci.osaka-u.ac.jp/OPTi/index.html>.
- [22] 根上生也, gm シリーズ開発プロジェクト, <http://www.ngm.ed.ynu.ac.jp/negami/gmproj.html>
- [23] 落合豊行, Ochiai Laboratory’s WEB Site (in Fujio Kako’s webpage), <http://kako.ics.nara-wu.ac.jp/~kako/ftp/ochiai/freesoft.html>.
- [24] 児玉宏晃, KNOT プログラムの紹介, <http://www.math.kobe-u.ac.jp/~kodama/>.

- [25] 角俊雄, knotGTK, <http://www.artsci.kyushu-u.ac.jp/~sumi/C/knot/>.
- [26] 研究集会「トポロジーとコンピュータ」, 代表者 山下靖, 奈良女子大学, <http://vivaldi.ics.nara-wu.ac.jp/tc/2001.html>.
- [27] 中村憲, 首都大学東京, <http://tnt.math.se.tmu.ac.jp/nzmth/>.
- [28] 稲生 啓行, 京都大学, <https://www.math.kyoto-u.ac.jp/~inou/>.
- [29] Richard Palais, University of California at Irvine, <http://vmm.math.uci.edu/3D-XplorMath/>.
- [30] 友田勝久, GRAPES, 大阪教育大学, <http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~tomodak/grapes/>.
- [31] 白石和夫, 数学教育を考える, http://www.geocities.jp/thinking_math_education/.
- [32] 飯島康之, Forum of Geometric Constructor, 愛知教育大学, <http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/iijima/>.
- [33] 河内明夫, 清水理佳, 岸本健吾, Region Select, 大阪市立大学, <https://www.osaka-cu.ac.jp/ja/news/2011/1348>.
- [34] 平田 浩一, 清少納言知恵の板, iTunes, <https://itunes.apple.com/ja/app/qing-shao-na-yan-zhi-huino-ban/id512448313>.
- [35] 久保泉, 谷口礼偉, WPMP と TeX Converter, <http://www.mathlibre.org/wiki/index.php?数学ソフトウェアとフリードキュメント%2F19>
- [36] 島内剛一, 浅本紀子, 数学用ワープロ SPE(Ver. 2), 1991 年, 岩波書店, <https://www.iwanami.co.jp/BOOKS/14/6/1400310.html>.