

氏 名	中 山 弘 隆
	なか やま ひろ たか
学 位 の 種 類	工 学 博 士
学 位 記 番 号	工 博 第 397 号
学位授与の日付	昭 和 50 年 1 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	工 学 研 究 科 数 理 工 学 専 攻
学 位 論 文 題 目	STUDIES ON NUMERICAL METHODS FOR CONSTRAINED OPTIMIZATION PROBLEMS (制約を受ける最適化問題に対する数値解法に関する研究)
論文調査委員	(主 査) 教 授 榎 木 義 一 教 授 得 丸 英 勝 教 授 明 石 一

論 文 内 容 の 要 旨

最適決定は工学，経済学はもちろん，あらゆる分野において重要な役割を果たすが最近の目ざましい電子計算機の発展に伴い，複雑な問題をも高速に処理できる数値解法の開発が大きな課題となっている。本論文は，数値計画法では最も一般的とされる非凸な問題に対する新しい数値解法を提案し，その幾何学的性質，収束の良好さを明らかにすると共にいくつかの数値例によってその有効性を検証し，さらには選考順序のついた2目的最適化問題に対する解析，および数値解法の提案を行ったもので，7章からなっている。

第1章は緒論であって，この研究の目的を明らかにするために，これまでに提案された最適化のための諸手法の歴史的背景とその問題点について述べ，さらに本論文で提案される手法の発想の必然性，および多目的最適化問題への展開の重要性について触れている。

第2章は非凸計画問題に対する解析の基礎となる凸計画問題の理論的結果を幾何学的な観点を中心にまとめたものである。

第3章は従来のラグランジュ関数を一般化することにより，非凸計画問題においても凸計画問題と類似の理論的結果が得られることを示している。なかでも，支持超曲面の存在，一般化ラグランジュ関数に対する鞍点の存在，主問題と双対問題の解の一致，および一般化ラグランジュ関数により拘束付問題を拘束のない問題に変換したときの解の最小性の保証，が等価になるという定理は新しい数値解法を開発する上で大きな基礎となる。このような理論的考察をもとに，従来の主要な数値解法の幾何学的解釈が与えられる。

第4章では，拘束条件付最適化問題に対する変換手法の一つとして，乗数法とよばれる数値解法を提案している。前章で得られた理論的結果をもとに，逐次近似法として，双対アルゴリズムとして，鞍点を求めるアルゴリズムとして，の3つの立場から乗数法を検討し，各々について収束の証明を与えている。さらに，実際の計算に際して，打ち切りの評価を与える定理などが導かれている。

第5章は乗数法の最適制御問題への適用である。まず、終端状態に拘束のある最適制御問題は事実上、可達集合上での有限次元問題に変換されることを利用し、前章までで得られた乗数法の直接の適用を行っている。つぎに、状態空間に制限のある最適制御問題に対しても乗数法の応用が試みられ、関数空間での一般化ラグランジュ関数に対して解が極小値を与えることの証明がなされている。以上、両者について数値計算例もあわせて報告されている。

第6章では、選好順序のついた2つの目的関数をもつ最適化問題に対する解析がなされている。まず、必要条件が導かれ、それをもとに数値解法が提案され、その収束の証明が与えられている。非線形計画法におけるペナルティ法や特異な問題に対する正則化法がこの種の問題の一例として解釈できるということが明らかにされると共に、選考順序のついた2つの目的関数をもつ最適制御問題に対する必要条件が求められている。

第7章は結論、および将来の展望である。乗数法は広汎な非凸計画問題にまで適用でき、従来のSUMTのように無限大、あるいは零に移行させるパラメータを含まず、したがって収束が安定であること、および工学的、経済学的に重要な意味をもつラグランジュの乗数をも解と同時に求めることができる、などの乗数法の特色がまとめられている。さらに、これらの特色が実際面にどのように活かされるかが、公害規制における課税、補助金制度を一例にとり解説されている。

論文審査の結果の要旨

最適化は意思決定の際、重要な役割を果たすが、特に現在、実際面においてしばしば生じる複雑な非線形モデルに対する最適化手法の開発が重要な課題となっている。本論文は、拘束条件付最適化問題に対する新しい数値解法の提案を主眼とし、その幾何学的解釈、収束性を明らかにすると共に、選好順序のついた2つの目的関数をもつ最適化問題に対する解析をも加えており、得られた主な成果は次の通りである。

(1) 凸計画問題において成り立つことによく知られている理論的結果が非凸計画問題に対しても、従来のラグランジュ関数を拡張した一般化ラグランジュ関数を用いることにより成り立つことが幾何学的な考察を中心に明らかにされている。すなわち、与えられた非凸計画問題（主問題）に対して、支持問題、双対問題が定義されるが、これらの問題間の相互関係として、(i)支持超曲面の存在、(ii)一般化ラグランジュ関数の鞍点の存在、(iii)主問題と双対問題の解の一致、(iv)一般化ラグランジュ関数により拘束付問題を拘束のない問題に変換した時、解が一般化ラグランジュ関数を最小にすること、の4つの命題がすべて互に等価になるという定理が導かれている。この結果をもとに、従来のいくつかの代表的な数値解法の幾何学的解釘がなされ、それにもとづいて新しい数値解法（乗数法）が提案されている。

(2) 先に得られた最適性に関する等価条件の定理により、逐次近似法、双対アルゴリズム、鞍点を求めるアルゴリズム、の3つの観点から乗数法が考察され、おのおの場合に対して収束の証明が与えられている。

(3) 実際の計算に際して有効となるいくつかの乗数法の性質が示され、つづいて、終端状態に制約のある最適制御問題、および状態空間に制約のある最適制御問題に乗数法を適用し、数値実験によってその有効性が検証されている。

(4) 最後に、選考順序のついた2つの目的関数をもつ最適化問題に対し、その収束と共に、従来の非線形計画法におけるペナルティ法や、特異問題に対する正則化法がこの種の問題の一例として解釈され得ることが明らかにされている。

以上、要するに、本論文は、制約を受ける最適化問題に対する新しい数値解法（乗数法）を確立し、その種々の性質、収束性を明らかにし、さらに實際上、よく起きる多目的最適化の一つのアプローチを与えたもので、その応用範囲は極めて広く、実用上、学術上寄与するところが少くない。よって、本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。