

SH 型トルクによる多層構造地盤の 震動特性について (2)

島 通 保 ・ 入 倉 孝 次 郎

CHARACTERISTICS OF VIBRATIONS PRODUCED BY SH-TYPE TORQUE IN A MULTILAYERED ELASTIC GROUND (2)

By *Michiyasu SHIMA, Kojiro IRIKURA*

Synopsis

Integrals for displacement field near SH torque source are exactly calculated by digital computer for the branch line integrals and the residues, when an elastic isotropic solid half space is composed of homogeneous layers with parallel boundaries. The numerical results are compared with spectra in the case where an infinite train of harmonic plane waves is vertically transmitted to the surface layers, and with experimental values obtained by vibrating machine. It is clarified from these results that when the observing points in the vibration test are in the basis, the characteristic frequency of ground in earthquakes can be inferred.

1. 序

地盤の自然地震による震動特性を推定する実験的方法として、我々は数年来、いわゆる起振機による方法を試みてきており、自然地震によって求められた震動特性に相当する結果の得られることが確められた。しかし、震源が起振機であるため、地盤の震動特性は点状震源によるものであり、したがってその結果をもつてたゞちに、平面入射波である自然地震波による震動特性を推定することはできない。

自然地震のS波部分による震動特性に対応する特性を調べるため、まず第一段階として、震源はSHタイプのトルクとし、鉛直軸について軸対称のSH的ネジレ波を出すものを取扱った。理論的な取扱いは第1報で詳細に説明したので¹⁾、今回は略し、数値計算の方法、その結果の考察および、起振機によって行った震動実験の測定結果との比較について述べることにする。

記 号

$\bar{v}_j$: j 番目の層の変位の θ 成分 (円筒座標系)

ω : 角振動数

ρ_j : 密度

β_i : S 波伝播速度

k_j : 角波数

r_j : $\sqrt{R_j^2 - R^2}$

μ_j : 剛性率

d_j : 層の厚さ

2. SH 型トルク震源による解

Fig. 1 に示されているような、いくつかの平行層からなる半無限弾性体中にある、軸対称で点状のトル

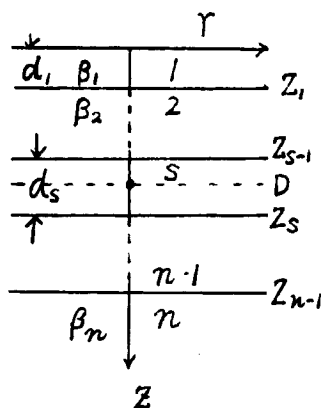


Fig. 1

ク震源によって発生した波動の変位は、各層で、水平の廻転成分（方位角成分）のみによって表わされ、

$$\bar{v}_j(r, z) e^{i\omega t}$$

のような調和振動をするものとする、空間部分 $\bar{v}_j(r, z)$ は次のようなポテンシャル $\bar{x}(r, z)$ によって表わされる。

$$\bar{v}_j(r, z) = -\frac{\partial \bar{x}_j(r, z)}{\partial r} \dots\dots\dots (1)$$

震源としては、簡単のため、SH タイプの軸対称のトルクを採用すると、そのポテンシャルは

$$\bar{x}(r, z) = \frac{e^{ik_1\sqrt{r^2+z^2}}}{\sqrt{r^2+z^2}} \dots\dots\dots (2)$$

である。

このような震源に対する各層の変位 $\bar{v}_j(r, z)$ は

$$\bar{v}_j(r, z) = -i \int_0^\infty \frac{\partial \bar{x}_j(z)}{\partial k} J_1(kr) dk = \int_0^\infty F_j(k, r_3) J_1(kr) dk \quad (j=1, 2, 3) \dots\dots\dots (3)$$

のように表わされる。

∂_j/c に対する表示は、第1報の (30), (31), (34) において示されている。

3. 積分の数値計算の方法

この $F_j(k, r_3)$ はいづれも k について偶関数であり、 r_1, r_2, r_3 の3つの根号をもつが、 r_1, r_2 の2つの表層に関する根号については、偶関数であるため、 k_1, k_2 はリーマン面上の分岐点とはならない。 k_3 の点からのみ分枝の切目を入れればよい。したがって、リーマン面は2葉である。

実軸に沿って $J_1(kr)$ の $k \rightarrow \infty$ に対する収束は遅いから、これを2つのハンケル函数に分け、収束の早い線に沿う積分に変換してから計算する。すなわち (3) は

$$\bar{v}_j(r, z) = \frac{1}{2} \int_0^\infty F_j(k, r_3) H_1^{(1)}(kr) dk + \frac{1}{2} \int_0^\infty F_j(k, r_3) H^{(2)}(kr) dk \dots\dots\dots (4)$$

$F_j(k, r_3)$ のリーマン面での性質をみってみると、その分岐点は k_3 のみであるから、分岐点からの切目は Fig. 2 のように入れられる。また $F_j(k, r_3)$ の分母 $J_{11}-J_{21}$ の零点に、 $F_j(k, r_3)$ は極をもつ。 $J_{11}-J_{21}=0$ の実根はリーマン面の上葉の k_3 と k_1 の間にあるが、複素根は上葉に存在しないことが示され

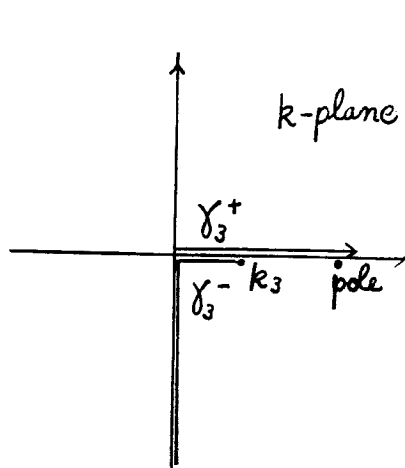


Fig. 2

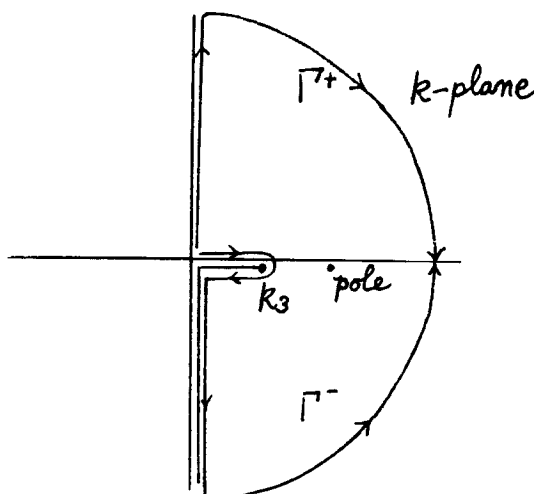


Fig. 3

る²⁾。また分岐点 k_3 および極は Fig. 2 の実軸の第 4 象限側に存在する。

我々の求めているのは、 r の小さい値に対する変位であるから、線積分の計算方法として通常とられる steepest descent の方法をとることができないので $|k| \rightarrow \infty$ に対してなるべく収束の早いような積分路に変える。Cauchy の定理に従って、実軸から、(4) の第 1 項の積分は Fig. 3 の Γ^+ の積分路に、第 2 項は Γ^- の積分路に移す。各々の積分において、無限大円からの寄与は零になる。また

$$R_e(r_3) > 0 : \text{第 1 象限} (\equiv r_3^+)$$

$$R_e(r_3) < 0 : \text{第 4 象限} (\equiv r_3^-)$$

になり、

$$H_1^{(1)}(kr) = -H_1^{(2)}(-kr)$$

なることを考慮すると、

$$\begin{aligned} \bar{v}_3(r, z) = & \frac{1}{2} \left[\int_0^{k_3} \{F_i(k, r_3^+) - F_j(k, r_3^-)\} H^{(2)}_1(r) dk \right. \\ & + \frac{2}{i\pi} \int_0^\infty \{F_j(i\tau, r_3^+) - F_j(i\tau, r_3^-)\} K_1(\tau r) d\tau \\ & \left. - 2\pi i \sum \text{Res}\{F_j(k, r_3) H_1^{(2)}(kr)\} \right] \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

こゝで

$$F_3(k, r_3^+) - F_3(k, r_3^-) = i4\mu_1 k^2 [AC \cos Q_3 + (BC + D) \sin Q_3] \dots\dots\dots (6)$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} & B &= \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \\ a &= -\cos Q_1 \cos Q_2 + \left(\frac{\mu_2 \gamma_2}{\mu_1 \gamma_1}\right) \sin Q_1 \sin Q_2 \\ b &= -\left(\frac{\mu_3 \gamma_3}{\mu_1 \gamma_1}\right) \sin Q_1 \cos Q_2 - \left(\frac{\mu_3 \gamma_3}{\mu_2 \gamma_2}\right) \cos Q_1 \sin Q_2 \\ c &= \mu_3 \gamma_3 \{\cos Q_1 \cos Q_2 - \left(\frac{\mu_1 \gamma_1}{\mu_2 \gamma_2}\right) \sin Q_1 \sin Q_2\} \dots\dots\dots (7) \\ d &= \mu_1 \gamma_1 \sin Q_1 \cos Q_2 + \mu_2 \gamma_2 \cos Q_1 \sin Q_2 \end{aligned}$$

$$C = \cos Q_1 \cos Q_2 - \left(\frac{\mu_1 r_1}{\mu_2 r_2} \right) \sin Q_1 \sin Q_2$$

$$D = \sin Q_1 \cos Q_2 / \mu_1 r_1 + \cos Q_1 \sin Q_2 / \mu_2 r_2$$

$$Q_1 = r_1 d_1, \quad Q_2 = r_2 d_2, \quad Q_3 = r_3 (z - d_1 - d_2)$$

$F_2(k, r_3^+) - F_2(k, r_3^-)$ に対しては (7) において Q_2, Q_3 を

$$Q_2 = r_2 (z - d_1), \quad Q_3 = 0$$

に変える。

$F_1(k, r_3^+) - F_1(k, r_3^-)$ に対しては (7) において Q_1, Q_2, Q_3 を

$$Q_1 = r_1 z, \quad Q_2 = Q_3 = 0$$

に変える。

(5) の積分において, $H_1^{(2)}(kr), K_1(\tau r)$ は $k, \tau \rightarrow 0$ において, 特異点となるが, この問題に対する $F_j(k, r_3^+) - F_j(k, r_3^-)$ との積は $k, \tau \rightarrow 0$ において零になるから零は被積分項の特異点とはならない。

一般に r の小さい点においては, 第1, 第2項の線積分の項と, 第3項の極からの項とは値の大きさが同程度であるので, 各項の計算精度が不十分であると, 全く無意味な結果をもたらす。

4. 計算結果とその考察

(5) を使って, いくつかの層構造に対して, 振幅 $\bar{v}_j(r, z)$ の周波数特性を計算した結果を以下において

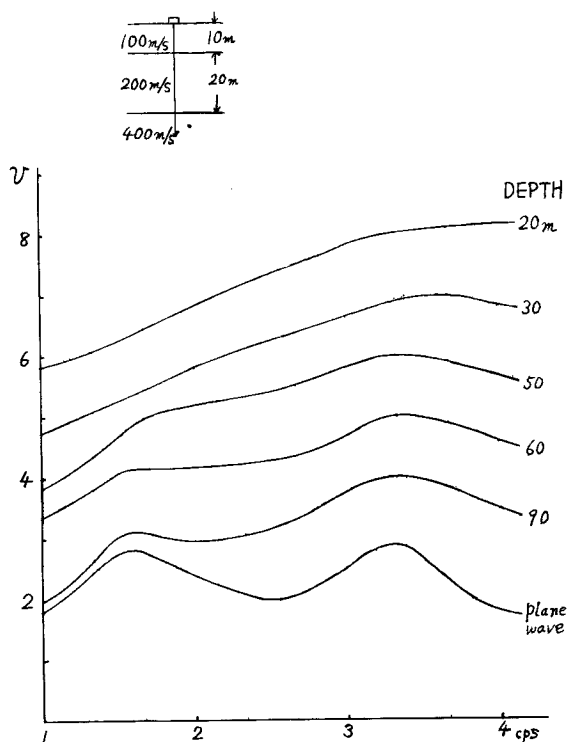


Fig. 4 Amplitudes of displacement versus frequency for several depths and SH plane wave

示す。数値計算の対象とした層構造は、通常の都市の地盤において多く見られるものに近い。S波速度で、第1層 100 m/sec、第2層 200 m/sec、第3層 400 m/sec の組と、第1層 100 m/sec、第2層 300 m/sec、第3層 600 m/sec の組であり、これに対して数種の厚さを与えて、変位振幅 $|u_j(r, z)|$ を計算したものが Fig. 4～Fig. 7 に示されている。この場合、震源は地表の原点にあって、発生する SH 波の振幅の周波数特性は変位について平坦であるから、点が震源に近づけば、変位振幅の周波数特性は平坦になるはずである。また計算した点は原点の真下ではなく、 $r=5\text{ m}$ の点である。これは r が余り零に近いと、積分の収束が極端に悪く計算時間が長くなるためと、実際の観測において地震計設置点は普通、起振機の真下ではなく、その中心から数 m ずらして、地中に定められるからである。

それぞれ、地表から 100 m 近くまでの数点におけるものが図示されている。(2) のタイプの震源に対して、振幅は地中に入るにつれて速やかに減少するが、深さの変化による振幅の周波数特性の変化をみやすくするため、図示する際に、それぞれの層構造に対して、各深さでの振幅特性をその最大値が深さによらず同一の値を示すように規格化し、さらにその振幅の零の線を順次 1 づつ上にずらして、振幅の周波数特性の曲線を描いた。また一番下の曲線は、変位について周波数特性一定の平面 SH 入射波に対する地表の変位の周波数特性を表わしている。

図においては、地表の震源に対する地中点の変位振幅として表わされているが、弾性波動論における相反性の定理によると、震源と受震点の位置を逆にした場合、同一の起振力に対して、元と同じ振動の得られることが明らかにされているから、図のような例は、地中加振による結果と考えてもよい。図に示された周波

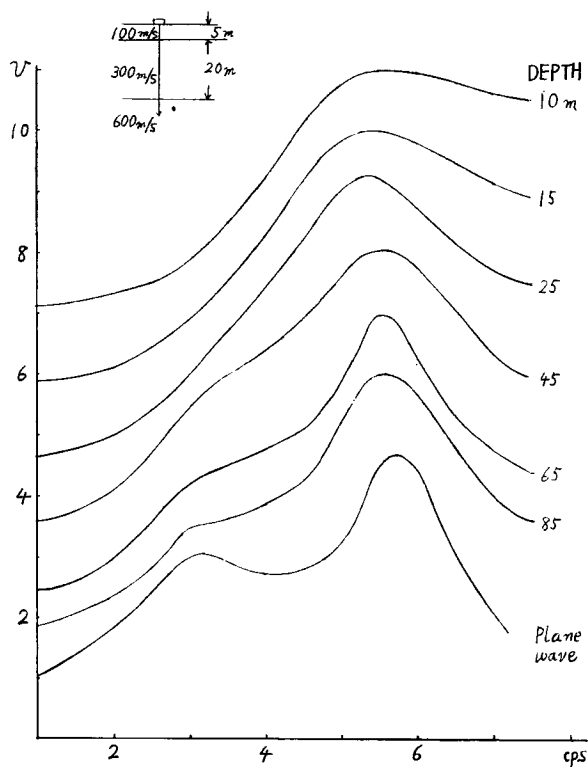


Fig. 5 Amplitudes of displacement versus frequency for several depths and SH plane wave

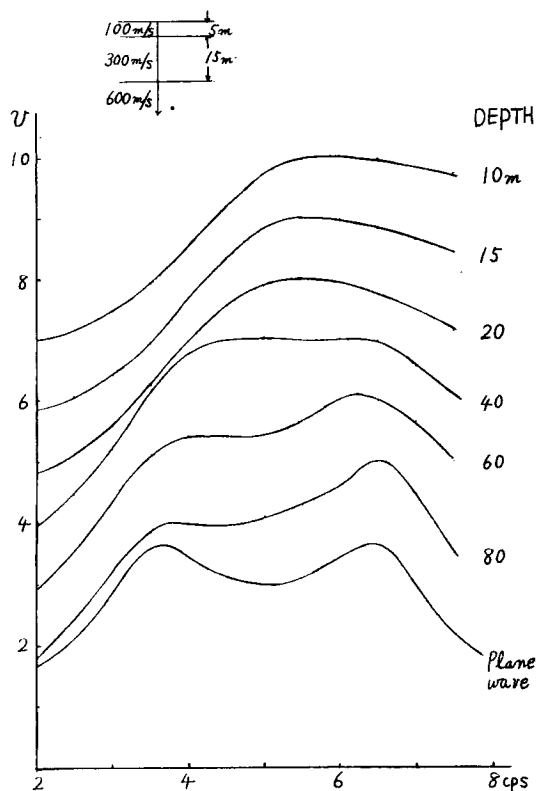


Fig. 6 Amplitudes of displacement versus frequency for several depths and SH plane wave

数範囲に対して、各構造とも、基盤層の点に対応する下の4本の曲線においては、曲線は1つのピークと、もう1つの不明瞭なピーク、あるいは振幅の低周波数側に向っての急な減少開始点（以下この点を肩と呼ぶ）を示している。位相関係を示す Fig. 8～Fig. 11 から明らかであるが、この中低サイクルのピークないし肩状の点は、2つの層から成る表層の基本モードによるものであり、高サイクルのピークは2次モードを表わすものである。次にその上の2本ないし3本の曲線は、第2層の点の変位振幅を表わすものであるが、これらの点では、基盤層の点で現れた低サイクルの基本モードに相当する特徴は、ほぼ完全に消え、2次モードのピークのみ現れている。第1層ではこの山も消えてしまう。このように深部に入るにつれて、表層による地盤震動の周波数特性は次第に明瞭になっていく。

第2層においては、2次モードのみ現れているが、これは位相関係からもわかるように、第2層以下を基盤層とみなし、第1層のみ表層とみたときの基本モードにあたる。したがって、基盤層において、2層からなる表層の基本モードが現れたこととあわせて考えるならば、結局、地中の各点より上にある層を、表層とみなすならば、そのような表層に対する変位振幅の周波数特性は、基本モードおよび高次のモードとも推定することが可能である、といういゝ方もある。

図からも明らかなように、深部にいたるにつれて、山谷の差は明瞭になっているから、なるべく深い点で測定する方がよいが、実際問題として、経済的にいってなるべく浅い方が望まれる。基本モードについても、振幅の低サイクルに向う際の減少の様子を細かく測定すれば、その点を見出すこともできるであろう。

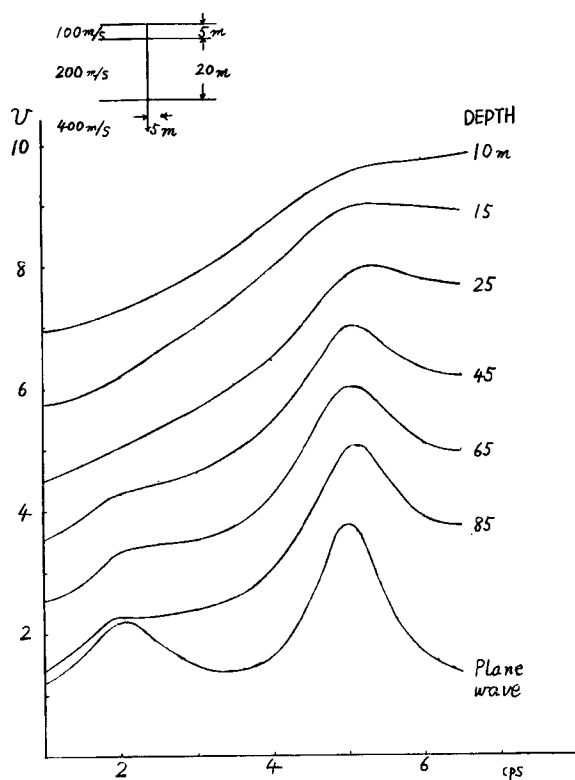


Fig. 7 Amplitudes of displacement versus frequency for several depths and SH plane wave

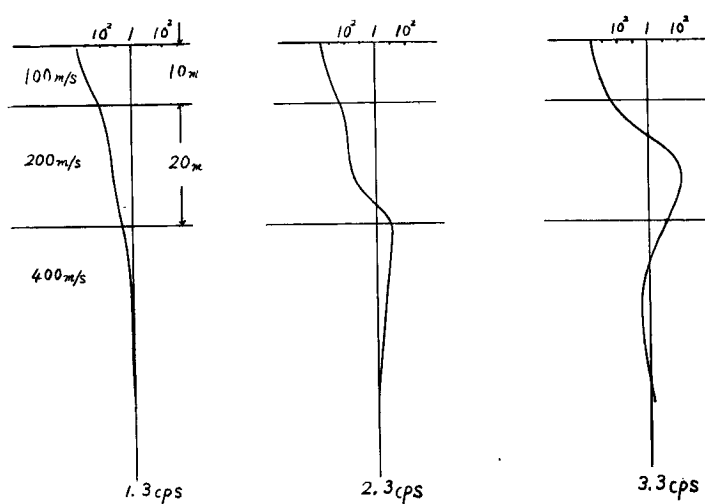


Fig. 8 Amplitudes dependent on depth

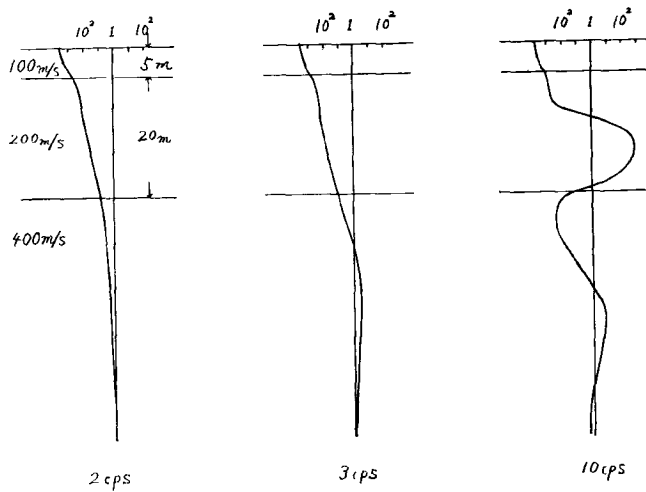


Fig. 9 Amplitudes dependent on depth

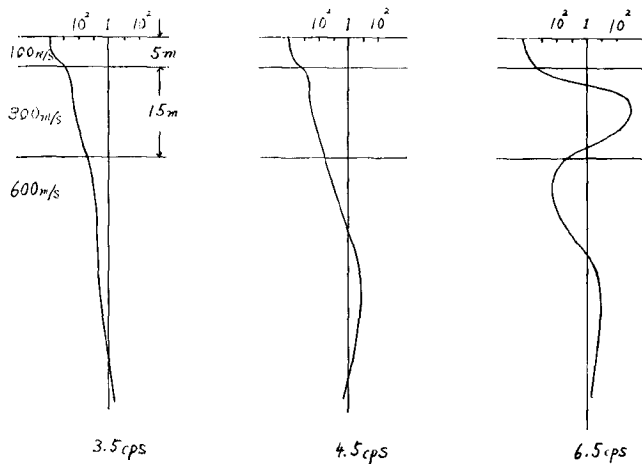


Fig. 10 Amplitude dependent on depth

し、またその減少開始点は、基本モードの位置に近いから ($\pm 10\%$ 程度の誤差)、基盤面にかなり近い観測点でも、基本モードを発見できそうである。

次に振幅の深さ方向の分布、位相関係を示すため、それぞれの層構造に対して、基本モードの位置の周波数、谷に相当する周波数、2次モードの位置の周波数の3つの周波数に対して振幅分布を示したものが Fig. 8~Fig. 11 である。それぞれのモードに対して、そのモードを特色づける位相の関係が明瞭に現れている。基本モードの場合、入射平面波では、固有周波数において基盤面がほぼ節になっていたが、点震源の場合には、上の周波数よりかなり高い方にずれなければ、基盤面は節になっていない。2次モードの固有周波数ではほぼその周波数で基盤面は節になっている。

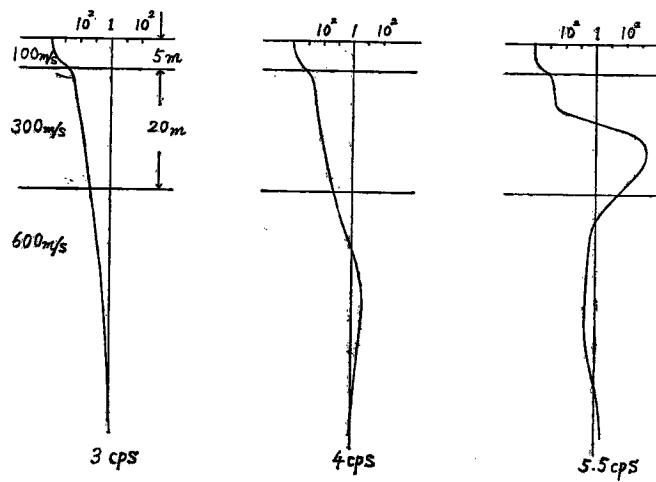


Fig. 11 Amplitude dependent on depth

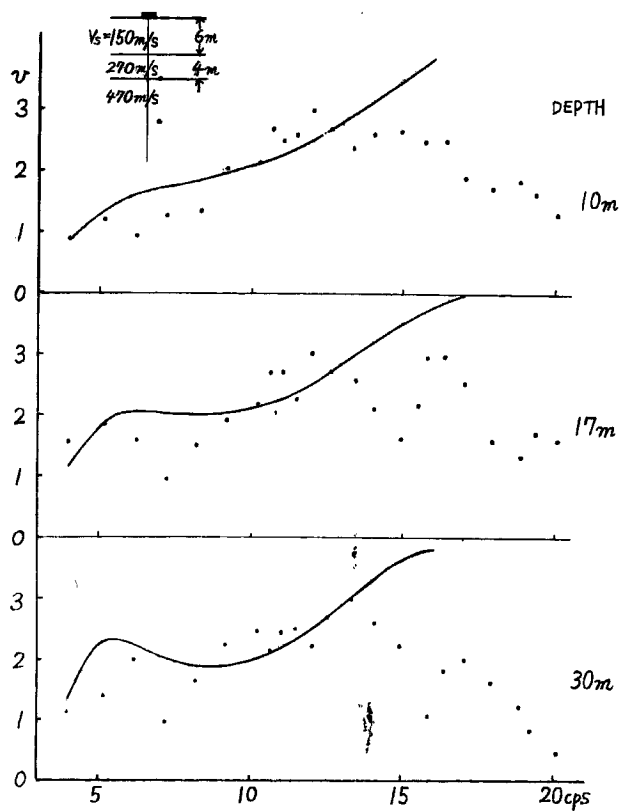


Fig 12 Theoretical and experimental amplitude of displacement versus frequency

5. 実験との比較および結論

次に昨年、SH 波探査によって判明した地盤構造において、起振機によってその震動特性を求めた例があるので、(5)によって計算された結果と比較してみる。たゞ(5)の式は震源がSH型のトルクで、起振機の水平一方向の加振力とは異なっているが、比較の点が震源の真下に近い角度であれば、震動特性も主にその方向に発射された波の多重反射によると思われるので、振幅の絶対値の一致は無理であっても、固有周波数の一致を調べる程度であれば意味があろう。

測定値および、S波速度で表わされた地盤構造に対する点震源の理論曲線を測定点の深さにおいて求めたものが Fig. 12 に示されている。

SH 波探査によれば、一応の基盤面は約 9 m の深さに見られるから、これから下の -10 m, -17 m, -30 m では基本モードから現れるはずである。理論曲線、測定値とも 5~6 サイクルあたりに基本モードのピークが見られ、曲線の形も低サイクルでは定性的にはあっている。13 サイクル以上で、理論曲線は増大し続けるのに対し、測定値は一定あるいは減少し始める。先にも述べたように、震源に違いのある外に、粘性を入れた理論になっていないことにより、高サイクルの低下を説明できないと思われる。今後さらにこの粘性による影響をしらべていくつもりである。

以上いくつかの構造に対する理論的な変位振幅の周波数特性の例が示され、測定値との比較が試みられたが、その結果、観測点が基盤中に設置されれば、基本モードの固有周波数から推定され得ることが示された。しかし 10 サイクル以上の固有周波数を推定しようとするには、粘性の影響を充分調べておかないと、殆んどない固有のモードをあると見誤る恐れがある。

数値計算には東京大学および京都大学計算センターの HITAC 5020 を用いた。

参 考 文 献

- 1) 島 通保・入倉孝次郎：SH 型トルクに多層構造地盤の震動特性について (1), 防災研究所年報, 11号A (昭和43.3) 193頁~201頁.
- 2) Ewing, W.M., W.S. Jardetzky, and F. Press: Elastic Waves in Layered Media, 1957, pp. 124-254.
- 3) 吉川宗治 その他：人為加振による地盤の震動特性について, 防災研究所年報, 11号 A (昭和43.3) 165頁~177頁.