

## 『塵劫記』の商業問題と三率法

—『算法統宗』, *Epitome Arithmeticae Practicae* との比較研究

**Commercial problem in the *Jinko-ki* and "Rule of three"**

**: Comparative study with the *Suanfa Tongzong* and the**

***Epitome Arithmeticae Practicae*.**

曾我昇平

Shohei Soga\*

### Abstract

The *Jinko-ki* played the role important for development of mathematics in Japan., and many researches have also been done. However, since spirit of innovation is not observed in the contents of the *Jinko-ki*, the evaluation from a mathematics viewpoint is low. Rather, the *Jinko-ki* is evaluated highly in respect of cultural history, history of education, an economic history, etc. In research from this viewpoint, they make portions other than a solution applicable to consideration. Moreover, in the research from a mathematics viewpoint, the portion of a solution is not historical reading which is carrying out the interpretation which uses contemporary

This paper aims at historical reading of the solution portion in the *Jinko-ki*. And I considered it as the object about the commercial problem in the *Jinko-ki*.

This paper surveys and compares with the treatment of the *Jinko-ki* the treatment of the commercial problem in the China mathematics and Western mathematics which had big influence on the *Jinko-ki* formation.

The commercial problem in the *Jinko-ki* specialized in the practical commercial problem, and the result became clear that it was a high mathematics document of convenience..

---

Received November 20, 2017. Revised January 19, 2018.

2010 Mathematics Subject Classifications: 01A27, 01A45

Key Words: *Jinko-ki*, Commercial problem, *Suanfa tongzong* and *Epitome Arithmeticae Practicae*.

\* 四日市大学・関孝和数学研究所 Seki Kowa Institute of Mathematics, Yokkaichi University, 1200 Kayo Yokkaichi Mie 512-8512, Japan. e-mail: skim@yokkaichi-u.ac.jp

©2018 Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University. All rights reserved.

## § 1 序

数学史の研究では、数学の発展に貢献した専門書や学術書に重きが置かれ、「実用数学書」や「教科書」に関してはさほど重視されてこなかった。特に「商業問題」に関しては、そこで扱われている問のほとんどが比例計算で解けるものであり、高度の数学が必要でなかったことがその理由であった。しかし、「商業問題」には経済生活からの実例が豊富で、経済活動が具体的に分かるものである。当時の人々の生活や文化を示す史料として見直され、数学史研究もなされるようになってきた<sup>1</sup>。

江戸時代、両換算や両替行為の原型となった書は、寛永期に刊行された吉田光由の『塵劫記』<sup>2</sup>である。寛永通宝の鑄造により錢相場が低迷するまでは、その現実に対応させるべき両替算の部分に改定が加えられている<sup>3</sup>。『塵劫記』は、江戸時代を通して再版、改訂版、類似本、さらに多くの海賊版までもが出版された和算書の代表である。書名に『塵劫記』と付け加えるだけで「楽しく学べる実用数学書」を意味するようになったほどである<sup>4</sup>。つまり、『塵劫記』の価値は、数学の専門書ではないが、江戸期を代表する「実用数学書」であり、多くの寺小屋で使われる優秀な「教科書」であったことにある。

『塵劫記』の研究は、著者や成立過程<sup>5</sup>、内容についての分析に留まらず、「遺題継承」によって発展した数学の進歩と和算文化の普及の面から<sup>6</sup>、あるいは商業数学や寺小屋で使われた教科書としての評価の面からなど、多岐にわたっている。しかし、多くの研究の中で『塵劫記』成立過程での中国・西洋数学の影響に関する検証と、実用数学書としての検証については十分明確になってはいない。

本稿では、『塵劫記』に影響を与えた中国書の『算法統宗』<sup>7</sup>における商業問題の取り扱いに関して、中国の「実用数学書」の古典である『九章算術』<sup>8</sup>を含めて考察する。この2つの書の「商業問題」は、その時代の経済活動が反映さ

<sup>1</sup> 三浦伸夫（2016）『フィボナッチ アラビア数学から西洋中世数学へ』、現代数学社、144-156 頁、第 10 章商業問題参照。

<sup>2</sup> 吉田光由、佐藤健一（校注）（2006）『塵劫記』初版本、研成社。

<sup>3</sup> 中川すがね（2014）「江戸時代の和算書における貨幣両替(一)」、『愛知学院大学文学部紀要』44、29-45 頁。29 頁参照。

<sup>4</sup> 鳴海風（2012）『江戸時代の天才数学者』、新潮社、14-15 頁参照。

<sup>5</sup> 王青翔（1987）「『算法統宗』と『塵劫記』の比較研究」、『数学史研究』114,1-40 頁。

鈴木久男（1986）「算法統宗と塵劫記」、『国士館政経論叢』56、1-38 頁。

平山諦（1993）『和算の誕生』、恒星社厚生閣、第二章参照。

<sup>6</sup> 鳴海風前掲書、22-24 頁参照。

<sup>7</sup> 程大位（1592）『新編直指算法統宗』、新安。

吉田光由、大矢真一（校注）（1977）『塵劫記』、岩波書店。257-258 頁の校注者解説に、吉田光由は師の毛利重能との関係から『算法統宗』に接することができたこと、両者の類似点がほとんどないことが記されている。

<sup>8</sup> 『九章算術』の原本は残存していない。（魏）劉徽註 263 年。本稿では（劉徽註（1989）『九章算術』、四部叢刊初編子部、上海）を使用した。

れているものである。それ故、人々の生活や文化を示す史料として扱い、問題と計算術について考察する。最後に、『塵劫記』に影響を及ぼした可能性を指摘<sup>9</sup>されている『同文算指』<sup>10</sup>及び *Epitome Arithmeticae Practicae*<sup>11</sup> (以後 *EAP* と略記) についての比較を行い、『塵劫記』の商業問題について言及する。

## §2. 『算法統宗』における商業問題

### 2.1 『算法統宗』の構成

古代中国数学は、天体の運行を計算し農事暦をつくることによって農業生産を高めることや、土地の面積を計算し課税や賦役を合理的に課すること等の統治体制の維持に役立てることが目的であった<sup>12</sup>。明代には中国の経済の中心は南方に移り、商業が盛んになっていった。算木を使用した古代数学から、中国ソロバンを使用した数学へと変化した。数学的には、高次方程式や多元方程式等が操作可能な算木と比べ、ソロバンでは操作は難しくなるのである。しかし、四則計算の容易さと速さ、特に小数計算の容易さはソロバンの利点であった。それは「商業問題」では避けられない割り算を実用に応用することができたことである。

例えば『九章算術』での割算は、「方田」章で「實如法而一不滿法者以法命之（實を法で割り、余りは法を分母とする）」と記され、劉徽は「子皆從此例（除法はこの例に従う）」と註している<sup>13</sup>。故に、 $13500 \text{ 錢} \div 2350 = 5 + \text{余り}$  となり、余りは「二千三百五十錢分之千七百五十」、約分して「四十七錢分之三十五」で表示される<sup>14</sup>。この表記は、計算的には正しいが商業的な実用性は低いものである。

一方、明朝期の『算法統宗』では、分数計算は『九章算術』由来の章ではなく、その前におかれた基礎計算の巻之一と巻之二で扱われている。商業問題の割算は余りを求めるのではなく、割り進めた結果を補助単位に換算し表示している<sup>15</sup>。

『算法統宗』における各種の交換計算の扱いについて、『九章算術』での扱いと比べてみる。『算法統宗』巻二は、『九章算術』の「粟米」ではなく「粟布」であり、「粟是米也布是錢也」と記され、交易の主体が物々交換ではなく、金銭取引への変化が見て取れる。

また、『算法統宗』の術は「若粟換稻置粟以稻率乘之為以粟率為法除

<sup>9</sup> 平山諦、前掲書、第2章「吉田光由」に、師の毛利重能とイエズス会士カルロ・スピノラの関係からローマ学院数学科教授クリストファー・クラヴィウスの数学に接することができた可能性についての言及がある。ただし、可能性に留まっている。

<sup>10</sup> 利瑪竇(授)、李之藻(演)、徐光啓(選)(1614)『同文算指』。(海山仙館叢書本)。

<sup>11</sup> Christopher Clavius, *Epitome Arithmeticae Practicae*, Roma, 1583.

<sup>12</sup> 城地茂(2014)『和算の発見 東洋で生まれたもう一つの数学』, 化学同人, 10-11 頁参照。

<sup>13</sup> 前掲書『九章算術』, 「方田」4 頁。

<sup>14</sup> 前掲書『九章算術』, 「粟米」18 頁。

<sup>15</sup> 前掲書『算法統宗』, 1 斤=16 両, 1 両=24 銖を使って換算している。

之稻得<sup>16</sup>」とあり、『九章算術』の今有術「曰以所有数乗所求律為實以所有率為法<sup>17</sup>」（今有術に曰く、有る所の数を以て求める所の率に掛けて實となし、有る所の率を以て法となす）と同等であり、式表示すれば（ $a:b=c:d$  のとき  $d=b \times c \div a$ 、「三率法」<sup>18</sup>）である。しかし、『九章算術』のように「然先除後乗或有餘分故術反之<sup>19</sup>」（しかし、先に除し後に乗ずれば餘分あり、故に術は反にする）との先除後乗の指摘は、『算法統宗』では「粟布」章にはなく、卷之一首篇の計算論の中に次のように位置づけられている。

異乗同除者謂先応除法而後用乘法者其除法多有畸零不盡之数則何由而用乘法呼故變法而先

用乘法然後用歸除雖有畸零数之不盡者耐可命之故曰異乗同除至于精奥其變通之大術矣<sup>20</sup>

『九章算術』の今有術についての劉徽の註には、「少者多之始一者数之母故為率者必等之於一」（少は多の始め、一は数の母、故に率をなすは必ず一に等しくする）があり、ここに単位量の考えや比例算の基本の考えが明示されている。

また、『九章算術』が統治体制の維持に起因する「等級差を考慮した比例配分問題」であったのに対し、『算法統宗』では「衰者等也物之混者求其等而分之<sup>21</sup>」と記されており、それは「商業問題」の解決を目指したものである。使用する術は「衰分歌」であり、「三率法」の複合使用が示されている。

## 2.2 「粟布」の商業問題

「粟布」には、粟を基準にした他の 12 種の穀物との交換率が記されている。

問 1 は「今有穀八百六十八石五斗礬為糙米四百一十六石八斗八升問每穀一石礬米若干<sup>22</sup>」であり、一石あたりの礬米について  $416.88 \div 868.5 = 0.48$  で求めている。単位量を求める問が 4 問あり、その後に實の部分に掛け算が必要となる問が挿入されている。その問は「原借人小麥四百五十六石令將白米照依時價估折還之其麥每石價四錢五分白米每石價七錢五分問詎還白米若干<sup>23</sup>」であり、 $456 \times 4.5 = 7.5 \times \square$ ,  $456 \times 4.5 \div 7.5 = 273.6$  と計算している。その後、両替問題が 2 問配置されている、

換算問題についての術は「衡法斤秤歌（斤如兩身加六 減六留身兩見斤 論

<sup>16</sup> 前掲書『算法統宗』、卷之四、一丁裏。

<sup>17</sup> 前書『九章算術』、13-14 頁、今有と術曰の間に劉徽の註が入れられている。

<sup>18</sup> 西洋数学では「三数法」、インド数学では「三量法」と訳されるが、本稿では『同文算指』で李之藻が *Regula Trium* の訳語とした「三率法」を使用する。

<sup>19</sup> 前掲書『九章算術』、14 頁

<sup>20</sup> 前掲書『算法統宗』、卷一 十一丁表。

<sup>21</sup> 前書、卷之五、一丁裏。

<sup>22</sup> 前書、卷之四、一丁裏。

<sup>23</sup> 前書、卷之四、二丁裏。

銖三百八十四 六十四分為一斤 二十四銖為一兩 三十二兩一裏名 …) <sup>24)</sup>」にまとめられている。

「衡法斤秤歌」の最後の七語に「両下別有毫裏厘分」があり、斤・両・銖の単位系とは別の十進小数の位取りに合わせた単位が示されている。

問 28 の換算問題は「今有金一十二斤半問訣兩若干<sup>25)</sup>」であり、 $12.5 \times 16 = 200$  で求める単純な問題が配されている。同様に、一斤＝十六両の換算が問 37 まで続く。

問 35 は「今有大青四百三十二斤一兩每斤價銀二兩問該銀若干<sup>26)</sup>」であり、 $432 \text{ 斤 } 1 \text{ 兩} = 432 + 1 \div 16 = 432.0625$  より  $1 \text{ 斤} : 432.0625 \text{ 斤} = 2 \text{ 兩} : \square \text{ 兩}$  を求める計算である。よって  $432.0625 \times 2 = 864.125$  となる。 $864.125 \text{ 兩} = 864 \text{ 兩 } 1 \text{ 錢 } 2 \text{ 分 } 5 \text{ 厘}$  と求めている。小数点以下を、余りの換算ではなく、ソロバン表示、小数表示に従って位取りを行っている。

問 36 は「今有杏仁二百一十八斤二兩每斤價五錢銀二分問該銀若干<sup>27)</sup>」であり、 $1 \text{ 斤} : 218 \text{ 斤 } 2 \text{ 兩} = 0.52 \text{ 兩} : \square \text{ 兩}$  より、 $(218 + 2 \div 16) \times 0.52 = 113.49$  となり一百一十三兩四錢九分を答としている。これら問の表記自体も「三率法」である。

問 38 は「今有棗于七十八斤二兩米棗一斤換粟二斤四兩問該粟若干<sup>28)</sup>」である。 $78 \text{ 斤 } 2 \text{ 兩} = 78 + 2 \div 16 \text{ 斤} = 78.125 \text{ 斤}$ 、 $2 \text{ 斤 } 4 \text{ 兩} = 2 + 4 \div 16 \text{ 斤} = 2.25 \text{ 斤}$ 、 $78.125 \times 2.25 = 175.78125 \text{ 斤} = 175 \text{ 斤} + 0.78125 \times 16 \text{ 兩} = 175 \text{ 斤 } 12 \text{ 兩 } 5 \text{ 錢}$  と計算している。この計算法を記述した個所では、上記の 0.78125 の部分については、七八一二五とソロバンの位取りに合わせ、表記されている。

換算問題の問 51 は「今有銅一千零五十六銖問該斤兩若干<sup>29)</sup>」であり、 $1056 \text{ 銖} \div 24 \div 16 = 2 \text{ 斤余り } 288 \text{ 銖} = 2 \text{ 斤} + 288 \text{ 銖} \div 24 = 2 \text{ 斤 } 12 \text{ 兩}$  と計算している。銅一千零五十六銖の表記は、ソロバンの玉の置き方に合わせて空位の「零」を表記している。また、2 斤余り 288 銖については「二斤〇餘二百八十八銖另以二十四銖除之得一十二兩合間」と表記し、余りを分数表記ではなく、小数表記で示している。

### 2.3 「衰分」の商業問題

「衰分」の最初の節は「合率差分」である。問 1 は「今有銀一千二百兩買綾絹議要絹一停綾二停其綾每疋價三兩六錢絹每疋價二兩四錢問二色併價各若干」であり、「合率差分法  $a:b=c_i:d_i$  ,  $a=\sum c_i$  のとき  $d_i=b \times c_i \div a$ 」を適用し、 $(3.6 \times 2 + 2.4) \text{ 兩} : 1200 \text{ 兩} = 7.2 : \square$  より綾 900 兩、 $= 2.4 : \square$  より絹 300 兩、別に「合率差分法」を適用し  $9.6 : 1200 = 2 : \square$  より綾 250 疋、 $= 1 : \square$  より絹 125 疋と求めている。

<sup>24)</sup> 前書、卷之四、十一丁表、衡法斤秤歌は面積関係の換算が続いている。

<sup>25)</sup> 前書、卷之四、十三丁裏。

<sup>26)</sup> 前書、卷之四、十五丁表。

<sup>27)</sup> 前書、卷之四、十五丁表。

<sup>28)</sup> 前書、卷之四、十五丁裏。

<sup>29)</sup> 前書、卷之四、二十丁表。

問 7 は「今有一人將桃二百七十五箇一人將梨二百二十箇各欲換西瓜其瓜每箇錢二十七文半桃每箇三文半其梨每箇八文問各換瓜若干<sup>30</sup>」であり、 $275 \times 3.5 \div 27.5 = 35$ ,  $220 \times 8 \div 27.5 = 64$  と求めている。次の「四六差分」「二八差分」「三七差分」「折半差分」「遞減挨次差」「帶分母子差分」の節では身分差による徴税や賦役の問題が扱われ、「互和減半差分」「匿價差分」「貴賤差分」の節では「商業問題」が扱われている。

「匿價差分」の問 1 は「今有銀一萬七千六百九十兩買馬騾一千匹議要馬七百匹騾三百匹其馬價多騾價七兩七錢問各價若干<sup>31</sup>」であり、 $(17690 - 7.7 \times 700) \div 1000 = 12.3$  より騾 1 匹 12 兩 3 錢,  $12.3 + 7.7 = 20$  より馬 1 匹 20 兩と求めている。これは、「三率法」を使った合数差分による解法ではなく、方程式の解法である。

## 2.4 「均輸」の商業問題

「均輸」は道の遠近と戸数の大小で等級付けした配分問題である。目的が徴税、徴兵の計算であるが、「商業問題」も存在する。

問 6 は「今有五縣輸粟二萬石照人戸多少道里遠近價值上下而均輸之每車載二十五石行衝一里輿僦里鈔一錢甲縣二萬零五百二十戸粟石價二兩乙縣一萬二千三百一十二戸粟石價一兩遠輸所二百里丙縣七千一百八十二戸粟石價一兩二錢遠輸所一百五十里丁縣一萬三千三百三十八戸粟石價一兩七錢遠輸所二百五十里戊縣五千一百三十戸粟石價一兩三錢遠輸所一百五十里問各輸粟若干<sup>32</sup>」という長い問である。

甲  $2052 \div 2 = 1026$ , 乙  $12312 \div (200 \div 25 + 10) = 684$

丙  $7182 \div (150 \div 25 + 12) = 399$ , 丁  $13338 \div (250 \div 25 + 17) = 494$

戊  $5130 \div (150 \div 25 + 13) = 270$

$a = \sum c_i$   $1026 + 684 + 399 + 494 + 270 = 2873$ ,  $2873 : 20000 = c_i : d_i$  より甲  $1026 \times 20000 \div 2873 = 7142.3599 \dots = 7142$  石 3 斗 5 升 9 合 9 勺, 以下同様に求めている。

## 2.5 『九章算術』と『算法統宗』の商業問題の比較

古代から清朝期に至る中国の数学書の章立ては、『九章算術』のものが採用されている。その章立において、「三率法」を用いて換算問題を扱うのが「粟米」の章である。また、「三率法」の応用である「差分法」を用いて分配問題を扱うのが「衰分」の章である。ただし、『九章算術』では主に穀物の交換を扱うので「粟米」の章名であるが、『算法統宗』では「粟布」が章名となっている。それは、問で扱う対象が多くの物品の交換を扱うことになり、対象が「税」から「商取引」へと変化しているからであると考えられる。

<sup>30</sup> 前書, 卷之五, 三丁裏。『同文算指』卷二 二十八丁表の問に相当する。

<sup>31</sup> 前書, 卷之五, 二十二丁裏。『同文算指』卷三 七丁裏の問に相当する。

<sup>32</sup> 前書, 卷之九, 二十二丁裏。『同文算指』卷三 三丁裏の問に相当する。

商取引での実用性の重視は、割算の余りの表記にも表れている。それは  $30468\frac{84876}{371293}$  銭のような理論的ではあるが実用性のない分数表記から、7142 石 3 斗 5 升 9 合 9 勺のような表記にかわっている。実用に供することができる小数計算と表記が採用されたことの証である。また、『九章算術』で扱われている「両換算」は、金銀銅の価値を換算率×重さによる計算がなされているのに対し、『算法統宗』では、概ね銀本位制と銀の補助通貨を基にして計算されている。

次に、「差分法」を用い分配問題を扱う「衰分」章では、『九章算術』が身分差による徴税や賦役に関する分配問題が主に扱われているのに対し、『算法統宗』ではそれらに加え商業的な分配問題も扱われている。『九章算術』では計算手段として算木が用いられ、『算法統宗』ではソロバンが用いられている。計算手段の差としては、算木は分数表示に利点と限界点があるのに対し、ソロバンは小数表示に利点と限界点がある。特に差が表れるのが割算である。分数表示では割り進めることができず、銀本位制と銀の補助通貨である斤・両・銖の単位系を使った計算や、別の十進小数の位取りに合わせた単位を使った計算にも不向きである。「商業問題」の解法では、実用性のある小数表示が必須であり、その点において計算手段としてのソロバンの重要性が存在し、歴史的にソロバンの普及との関連があることが見て取れる。

### §3. 『塵劫記』の商業問題

#### 3.1. 『塵劫記』における「粟布」相当の商業問題

##### 3.1.1. 塵劫記巻之一第九「米うりかひの同ひようつもり蔵積の事」<sup>33</sup>

この章は 16 の問題で構成され、問 1 から問 6 が「米うりかひの事」の「粟布」相当題である。問 16 は「衰分」相当題である。

問 1 は「米百貳拾三石有時但一石に付銀貳拾六匁つゝ右こめに銀なにほとそととふ時 ○銀三貫貳百五拾九匁五分になるといふ」である。

法は、「先左に相場廿六匁五分を置右に米百貳拾三石を置さうばを右之銀にかかれハ銀三貫貳百五拾九匁五分とするゝ也」であり、ソロバンの左に 26.5、右に 123 を置き、掛けて 3259.5 となる。つまり問 1 は、単価  $26.5 \times$  数量  $123 =$  代価 3259.5 を求める問である。問 2 は問 1 と同じ数値を使い、代価  $3259.5 \div$  数量  $26.5 =$  単価 123 を求める問である。

問 3 は、米の単価が示されていない問であり、数量＝代価÷単価の法を使用するなら、米一斗の単価  $10 \div 3.8 = 2.631578947 \cdots$  の計算が必要となる。『塵劫記』に記載されている法は 3 貫 75 匁×3 斗 8 升であり、それを 10 升で割って（位を一桁下げて 116 石 8 斗 5 升を求めている。これは  $10 : 3075 = 3.8 : \square$ ,  $\square = 3075 \times 3.8 \div 10 = 1168.5$  の計算であり、「三率法」の適用である。

<sup>33</sup> 『塵劫記』、前掲書 56-72 頁。

問4は、3斗8升：10匁＝116石8斗5升：□匁、 $\square = 11685 \text{ 升} \times 10 \text{ 升} \div 3.8 \text{ 升} = 3075 \text{ 升} = 3 \text{ 貫} 75 \text{ 匁}$ であり、「三率法」の適用である。

問5は、代価 21546 匁 ÷ 数量 769.5 石＝単価 28 匁を求める問である。

問6は、代価 36.4 匁 ÷ 数量 1.04 石＝単価 35 匁を求める問題である。

寛永20年版<sup>34</sup>では、この章は第十「米うり買ひの事」となり、10の問題で構成され、問1から問8が「粟布」相当題、問9・10が「衰分」相当題となっている。

問1は、寛永4年版から相場の変化が反映したものとなっている。数値の変更以外に「こめと米、さうばで割ればかねになる」が追記されている。この意味は、銀 10 匁分のこめ×米 810 石 ÷ さうばの 0.432 石＝かねの 18750 匁＝かねの 18 貫 750 匁＝銀十八貫七百五十目であり、ここでは単位を含めた意味理解が可能である。この文には「さうば」（単位量）の比例関係、つまり、商が一定である関係が根底に存在する。それは、 $0.432 \text{ 石} : 10 \text{ 匁} = 810 \text{ 石} : \square \text{ 匁}$ となる等しい比の関係を意味し、「三率法」を使い、 $\square \text{ 匁} = 10 \text{ 匁} \times 810 \text{ 石} \div 0.432 \text{ 石} = 18750 \text{ 匁} = 18 \text{ 貫} 750 \text{ 匁}$ として計算できることを示している。

問2は、 $10 \text{ 匁} : 4.32 \text{ 斗} = 567.5 \text{ 匁} : \square \text{ 斗}$ で、 $\square \text{ 斗} = 4.32 \text{ 斗} \times 567.5 \text{ 匁} \div 10 \text{ 匁} = 245.16 \text{ 斗} = 24 \text{ 石} 5 \text{ 斗} 1 \text{ 升} 5 \text{ 合}$ と計算され、「三率法」が適用されている。

問3は、代価 13485.25 匁 ÷ 単価 23.75 匁＝数量 567.8 石＝567 石 8 斗。

問4は、代価 73600 匁 ÷ 数量 2875 石＝単価 25.6 匁＝25 匁 6 分。

問5は、 $73600 \text{ 匁} : 2875 \text{ 石} = 10 \text{ 匁} : \square \text{ 石}$ で、 $\square \text{ 石} = 0.390625 \text{ 石} = 3 \text{ 斗} 9 \text{ 升} 6 \text{ 勺} 2 \text{ 抄} 5 \text{ 損}$ 、「三率法」が適用されている。

問6は、 $0.39625 \text{ 石} : 10 \text{ 匁} = 1 \text{ 石} : \square \text{ 匁}$ で、 $\square \text{ 匁} = 10 \text{ 匁} \times 1 \text{ 石} \div 0.390625 \text{ 石} = 25.6 \text{ 匁} = 25 \text{ 匁} 6 \text{ 分}$ 、「三率法」が適用されている。

問7は、 $(1+0.04) \text{ 石} : 36.4 \text{ 匁} = 1 \text{ 石} : \square \text{ 匁}$ 、 $\square \text{ 匁} = 36.4 \times 1 \div 1.04 \text{ 匁} = 35 \text{ 匁}$ 以後、同様な方法で解かれている。答は、実用に供することが可能な単位で記述されている。しかしソロバンの特性上、割り切れない場合の表記には合理性が欠けている。

問8は、 $(1-0.04) \text{ 石} : 36.4 \text{ 匁} = 1 \text{ 石} : \square \text{ 匁}$ 、 $\square \text{ 匁} = 36.4 \times 1 \div 0.96 \text{ 匁} = 37.91666\cdots \text{ 匁}$ 、となり、割り切れない。この場合、37 匁 9 分 1 厘として以下を切り捨てている。

### 3.1.2. 塵劫記卷之二第十「金銀両かへの事」その1<sup>35</sup>

この章は、寛永20年版の「銀両かへの事」に相当する問と、「金両かへの事」に相当する問から構成されている。これを分けて考察する。

「銀両かへの事」

問1は「丁銀九百七拾五匁有時 よきはいふきに内二わり引にしてかへると

<sup>34</sup> 寛永20年版については、吉田光由、大矢真一（校注）（1977）『塵劫記』、岩波書店を使用した。56・62頁。

<sup>35</sup> 前掲書『塵劫記』、74・80頁。

きにはみきの銀に灰吹なにほとそとうときに」である。法は、「九百七十五匁に八をかくれば七百八十目としるへし」と記されているが、 $975 \times 8 = 7800$ であり七百八十目とはならない。求めるには「三率法」を適用して、 $1 : 0.8 = 975 \text{ 匁} : \square \text{ 匁}$ で、 $\square \text{ 匁} = 975 \text{ 匁} \times 0.8 \div 1 = 780 \text{ 匁}$ と読み取る必要がある。

問 2 は、 $(1-0.2) : 1 = 780 \text{ 匁} : \square \text{ 匁}$ で、 $\square \text{ 匁} = 780 \text{ 匁} \times 1 \div 0.8 = 975 \text{ 匁}$ 。

問 3 は、 $(1+0.2) : 975 \text{ 匁} = 1 : \square \text{ 匁}$ で、 $\square \text{ 匁} = 975 \text{ 匁} \times 1 \div 1.2 = 812.5 \text{ 匁}$ 。

問 4 は、 $1 : 812.5 \text{ 匁} = (1+0.2) : \square \text{ 匁}$ で、 $\square \text{ 匁} = 812.5 \text{ 匁} \times 1.2 \div 1 = 975 \text{ 匁}$ 。

問 5 は、 $1 : 875 \text{ 匁} = (1-0.03) : \square \text{ 匁}$ で、 $\square \text{ 匁} = 875 \text{ 匁} \times 0.97 = 848.75 \text{ 匁}$ 。

### 3.1.3 塵劫記卷之二第十「金銀両かへの事」その 2 <sup>36</sup>

「金両かへの事」

問 6 は、「金二拾五匁有とき 判金の相場銀五百廿八匁かへにして丁銀にかへるとき 右の金に丁銀何ほとそと問時に」である。法は、「判金一枚のおもめ四十四匁ある 相場五百貳拾八匁を四十四にわれは金壹匁に付銀拾二匁づゝになるこれを右の金廿五匁にかくれば銀三百目としるへし」とある。この問は金と銀の交換率を出しそれに金の価格をかけて銀の価格を計算する方法である  $\text{金 } 44 \text{ 匁} : \text{銀 } 528 \text{ 匁} = \text{金 } 25 \text{ 匁} : \text{銀 } \square \text{ 匁}$ で、 $\text{銀 } \square \text{ 匁} = \text{銀 } 528 \text{ 匁} \div \text{金 } 44 \text{ 匁} \times \text{金 } 25 \text{ 匁} = \text{銀 } 300 \text{ 匁}$ と求めている。

本文は注意書きがあり、「皆初心成人は如此に置也 是は事によりてあわぬさん用なり そのしようこあり」と記されている。この注意は「先除後乗」計算の注意である。つまり、 $\text{金 } 44 \text{ 匁} : \text{銀 } 528 \text{ 匁} = \text{金 } 25 \text{ 匁} : \text{銀 } \square \text{ 匁}$ は、「先除後乗」計算である（ $\text{銀 } \square \text{ 匁} = \text{銀 } 528 \text{ 匁} \div \text{金 } 44 \text{ 匁} \times \text{金 } 25 \text{ 匁} = \text{銀 } 300 \text{ 匁}$ ）とするのではなく、「先乗後除」計算である（ $\text{銀 } \square \text{ 匁} = \text{銀 } 528 \text{ 匁} \times \text{金 } 25 \text{ 匁} \div \text{金 } 44 \text{ 匁} = \text{銀 } 300 \text{ 匁}$ ）の方がよいとの説明である。

ただし、この場合先に割っても商が 12 になり問題は生じない。そのため、数値を変えて問題が生ずる例が追記されている。それは、「金七匁四分八里有をその判金の相場五百目替の時 五百目を四拾四て刻は金壹匁に付銀十壹匁三分六り三毛六糸三忽つつにあたる也是にみきの金七匁四分八りをかくれば 銀八拾四匁九分九り九毛九糸五忽に成也」である。 $\text{金 } 44 \text{ 匁} : \text{銀 } 500 \text{ 匁} = \text{金 } 7.48 \text{ 匁} : \text{銀 } \square \text{ 匁}$ は、 $\text{銀 } \square \text{ 匁} = \text{銀 } 500 \text{ 匁} \div \text{金 } 44 \text{ 匁} \times \text{金 } 7.48 \text{ 匁} = 11.36363 \text{ 餘} \times 7.48 \text{ 匁} = 84.99995 \text{ 餘匁}$ となり、「如此にてま入てあわすしてあしきさんなり」と「先除後乗」が手間取り正確さに欠ける悪い方法であると記している。

次の問 7 では、先の例を「先乗後徐」で計算を行っている。 $\text{銀 } \square \text{ 匁} = \text{銀 } 500 \text{ 匁} \times \text{金 } 7.48 \text{ 匁} \div \text{金 } 44 \text{ 匁} = \text{銀 } 85 \text{ 匁}$ である。そして、「是よきさん也此心持万事よし」と記している。

問 8 では、 $\text{銀 } 500 \text{ 匁} : \text{銀 } 85 \text{ 匁} = \text{金 } 44 \text{ 匁} : \text{金 } \square \text{ 匁}$ は、「先乗後除」で計算し  $\text{金 } \square \text{ 匁} = \text{銀 } 85 \text{ 匁} \times \text{金 } 44 \text{ 匁} \div \text{銀 } 500 \text{ 匁} = \text{金 } 7.48 \text{ 匁}$ である。

『算法統宗』には両替問題は存在する。それは卷之四粟布章第二の問 7 と 8

<sup>36</sup> 前掲書『塵劫記』, 74-80 頁。

である。

問 7 は、「今有人原借九色金五十両令又換八色金問訣若干<sup>37</sup>」である。この問は「異乗同除（正比例）」ではなく、積が一定を使う「異除同乗（反比例）」の問題である。この場合  $50 \times 0.9 = \square \times 0.8$ ,  $50 \times 0.9 \div 0.8 = 56.25$  と「先乗後除」で計算される。

次の問 8 は「今有八色金五十兩用價銀二百兩令又換九色金四十兩問訣銀若干<sup>38</sup>」であり、 $50 \times 0.8 : 200 = 40 \times 0.9 : \square$ ,  $200 \times 36 \div 40 = 180$  と「三率法」が適用され、「先乗後徐」で計算されている。

『塵劫記』に記載されている「先乗後除」の説明が、『算法統宗』にあることが、『塵劫記』が『算法統宗』を参照した証拠と考えられている<sup>39</sup>。しかし、『算法統宗』には、「先除後乗での計算が手間取り正確さに欠ける」問題は扱われていない。そして、「三率法」適用題で扱われる問題は、物の交換や買い物問題であり、両替問題は上記の 2 問だけである。それ故、「先乗後徐」の記載の有無で、両者の関係を確定することはできない。

### 3.1.4. 塵劫記卷之二第十五条「ふねのうんちんの事」<sup>40</sup>

問 1 は積み荷のうちから運賃を支払う問題で、「船一そうに米貳百五拾石つみていつかたへ成共つくる時うん賃百石に付七石つゝ也 貳百五拾石の内にてはらふ時 運ちん米なにほとと問時 ○運賃拾六石三斗五升五合一勺四才といふ」である。法は「二百五拾石と右にをきて 七石かくれば 一七五になる又左に百七石と置て これにて右之一七五をわれは拾六石三斗五升五合一勺四才としるへし」と記されている。これは  $250 \times 7 \div (100+7) = 16.35514$  餘の計算である。これは、単価×重さの計算ではなく、 $(100+7)$ 石 : 250 石 = 7 石 : □石の「三率法」の適用である。

問 2 は、問 1 と同じ条件で、運ぶ米  $250 \div 1.07 = 2336.64486 \cdots$  の計算である。

問 3 の解法は、「さうば貳百四拾二匁にうんちん八匁くわへる時に貳百五拾匁になる これをひたりにおきて 又右に拾八貫目と置て此うち九拾目遣を引残て拾七貫九百十匁に成これを左の貳百五拾匁にて右をわれは 七百拾六石四斗しるへし」である。記載の計算は  $(18000-90) \div (242+8) = 17910 \div 250 = 71.64$  であり、答の「七百拾六石四斗」とはならない。これには、10 石あたりであることの注意が必要である。実際は、銀  $(242 \text{ 匁} + 8 \text{ 匁})$  : 米 10 石 = 銀  $(18 \text{ 貫} - 90 \text{ 匁})$  : □石で、□石 =  $10 \text{ 石} \times 17910 \text{ 匁} \div 250 \text{ 匁} = 716.4 \text{ 石}$  と計算されている。

『算法統宗』には「積み荷のうちから運賃を支払う」問題は存在する。それは卷之四粟布章第二「就物抽分歌」節の問 1 「今有米三千五百石每石脚價五分因無存銀却将原米抽出維還照原米價每石六錢五分扣算還脚問主脚各若干」である。計算は  $3500 \times 0.05 \div (0.65 + 0.05) = 250$  である。これも、単価×重さの計算で

<sup>37</sup> 前掲書『算法統宗』、卷之四、三丁表。

<sup>38</sup> 前書、卷之四、三丁裏。

<sup>39</sup> 大矢真一(校注)『塵劫記』、前掲書 86-87 頁参照。

<sup>40</sup> 前掲書『塵劫記』、106-109 頁。

はなく、 $(65+5)\text{分} : 3500\text{石} = 5\text{分} : \square\text{石}$ の「三率法」の適用である。

この「積み荷のうちから運賃を支払う」問題については、問題場面の設定と「三率法」の適用の2点から、『塵劫記』における『算法統宗』の影響が確認できる。

### 3.2. 「衰分」相当の商業問題

#### 3.2.1. 『塵劫記』巻之一第九「米うりかひの同ひようつもり蔵積の事」

『塵劫記』における「衰分」相当の商業問題は、巻之一第九「米うり買ひの事」の間16で取り扱われている。問16は「銀百六拾目にてこめかい申候時 上の米一石に付銀卅四匁替のさうば也 中の米壺石に付銀卅匁かへの相場なり 下の米一石に付銀廿七匁替のさうば也 如此ねたんある時右之百六拾目にて上中下の米を併目かをなしほとつゝには米何ほとそと問」である。法は「銀三口合」 $34+30+27=91$ 、「百六十目をわれは米一石七斗五升八合二勺四才」 $160 \div 91 = 1.75824$ である。

寛永4年版の『塵劫記』での法の記載はこれで終わり、どのような術が適用されているかは断定できない。

寛永20年版のこの問題には、与えられた相場を「上米一石に付 二十七匁三分」と値の桁数を上げ、さらに「あり銀二百十六匁八分有 此かねにて上中下の米買い申候時に上米より中米をば一ぱいとり中より下をば一ぱいづゝ買い申時 何ほどづゝととふ」と設定の難易度をあげている。法は $27.3+25.5 \times 2+23.7 \times 4=173.1$ 匁、上米は $173.1\text{匁} : 216.8\text{匁} = 27.3\text{匁} : \square\text{匁}$ 、 $\square\text{匁} = 34.19202773$ 匁となる。原文は $216.8\text{匁} \div 173.1\text{匁} = 1.2545\cdots$ と計算し、上米の石数1石2斗5升4勺5抄と示されている。そして上米単価 $\times$ 上米の石数 $= 27.3 \times 1.2545 = 34.1918\cdots$ から上米の銀34匁1分9厘2毛が求められている。この場合、術は「合率差分法」( $a:b=c_i:d_i, a=\sum c_i$  のとき,  $d_i=b \times c_i \div a$ ) の適用が考えられる。

『算法統宗』には、この間に相当する問題が存在する。それは巻之五衰分章第三の間2「今有銀一百二十一兩一錢七分五厘雜米麥豆議要米一分麥二分豆三分其米每斗九分二厘麥每斗八分五厘豆每斗三分六厘問三色併價各若干」である。法は「合率差分法」を適用し、 $9.2+8.5 \times 2+3.6 \times 3=37$ 分、米の37分： $121.175$ 両 $=9.2$ 分： $\square$ 両、 $\square\text{両} = 121.175\text{両} \times 9.2\text{分} \div 37\text{分} = 30.13$ 両 $=30$ 両1錢3分となる。さらに $3013\text{分} \times 9.2\text{分} = 327.5\text{斗} = 32\text{石}7\text{斗}5\text{升}$ 計算している。この量の2倍で麥の65石5斗、3倍で豆の98石2斗5升が計算されている。

『同文算指』巻之二合数差分法第四の間41には、この『算法統宗』の間が使われている。ここでは「第一率三錢七分 第二率一百二十一兩一錢七分五厘 第三率一・二・三」が明記され、第二率 $\times$ 第三率 $\div$ 第一率 $=$ 第四率によって求められている。 $(a:b=c_i:d_i, a=\sum c_i$  のとき,  $d_i=b \times c_i \div a$  の適用である。)

寛永20年版には「衰分」相当の商業問題がもう1問加えられている。それは上記の間の一つ前に加えられている。この間は、換算率の異なる5種の穀物を均等の量で216.8匁購入した時の、それぞれの代金を求める問題である。5種の穀物の1石あたりの単価を合わせると125匁となる。 $125\text{匁} : 216.8\text{匁} = 1\text{石} :$

□石,  $\square\text{石} = 1\text{石} \times 216.8\text{ 匁} \div 125\text{ 匁} = 1.7344\text{ 石}$ と計算できる。

各々の金額については、先の各穀物の量 1.7344 石を用い、 $1\text{ 石} : 27.3\text{ 匁} = 1.7344\text{ 石} : \square\text{匁}$ ,  $\square\text{匁} = 27.3\text{ 匁} \times 1.7344\text{ 石} \div 1\text{ 石} = 47.34912\text{ 匁}$ と計算している。ただし、原文表記は 47 匁 3 分 5 厘と実用上の近似を行っている。この間は差分（分配への重み付け）がないものであり、法は「合率差分」ではなく、「三率法」となる。この間を「合率差分」適用題の間に挿入することで、法についての理解が深まる問題配列となっている。

### 3.2.2.『塵劫記』卷之二第十四条「くろ船のかい物の事」

問は「三人相合にて万かい物ひとしろにかい申候時 一人の銀は六拾四貫八百目有 一人の銀は五十二貫三百めあり 一人の銀は四拾二貫九百目有 三人の銀三口合百六拾貫目なり かいもの目録 一にんしん式百五拾斤有 一ちんかう七十斤あり 一まき物は二百八拾卷有 一いと八千四百斤有時 右四色の分三人して百六拾貫目にかい申候也 これを三人のもとかねほとつゝ めんめん四いろを一人前の分 めんめんにわけて何ほとつゝそととうときに<sup>41)</sup>」である。法は三人の出資総額  $64.8 + 52.3 + 42.9 = 160$  貫、一人目の人参は  $250 \times 64.8 \div 160 = 101.25$  と計算されている。この法は「合率差分法」( $a:b=c_i:d_i, a=\sum c_i$ )に従っており、 $160\text{ 貫} : 250\text{ 斤} = 64.8\text{ 貫} : \square\text{斤}$ より、 $\square\text{斤} = 250\text{ 斤} \times 64.8\text{ 貫} \div 160\text{ 貫}$ の計算である。

『塵劫記』には「合率差分法」との明記はないが、続く記載の「又残る二人ふんのにんしんも右のわりやうと同前にてしれ申候なり」「またちんこうのわりも いとをわるも にんしんのわりと皆同前にしてわれるなり」と記されている。これは明らかに特定の法（この場合は「合率差分法」）を用いていることを表している。

『算法統宗』の「衰分」は、古代からの「以御貴賤稟税<sup>42)</sup>」に加え、「以物之多寡求之<sup>43)</sup>」の両面で構成されている。後者は「合率差分」の節で扱われる「商業問題」である。しかし、その「商業問題」は交換や売買についてのものであり、西洋の「カンパニア問題<sup>44)</sup>」は含まれていない<sup>45)</sup>。

この『塵劫記』卷之二第十四条「くろ船のかい物の事」の問は「三人相合にて」から始まる。これは西洋の「カンパニア問題」と同義の使用であり<sup>46)</sup>、『塵劫記』が『算法統宗』以外にも西洋の書の影響を受けた可能性を示唆している。

<sup>41)</sup> 前掲書『塵劫記』, 106 頁。

<sup>42)</sup> 前掲書『九章算術』, 22 頁。

<sup>43)</sup> 前掲書『算法統宗』, 卷之五, 一丁表。

<sup>44)</sup> 出資問題である。三浦伸夫, 前掲書, 148・149 頁参照。「カンパニアとは複数の出資者が共同で出資して利益を出す組織あるいは商形態」。

<sup>45)</sup> 前掲書『算法統宗』, 卷之五衰分章「合率差分」問 4 は「今有甲乙平丁四人各出…」と出題は、求める銀の純度の差分による問題であり共同事業の問題ではない。

<sup>46)</sup> 西洋の「合率差分」相当題は、身分や性別等の差分より、共同事業の投資差分が中心である。(詳しい考察は本稿\$4)

### 3.3.『塵劫記』における「三率法」と中国数学との差

『塵劫記』における商業問題は、「三率法」の考えが根底に存在することは確認できるが、「三率法」としては適用されていない。ただし、塵劫記巻之第二第十五条「ふねのうんちんの事」については「三率法」の適用題である。

商業問題の基本は『九章算術』の記述にあるように、換算問題は1単位当たりの数を計算し、その1単位当たりの数に掛けることにより答を求めることである。そのためには、先に割り算を行い後で掛けるのであるが、割り算の行った時の余りの処理に困難さがある。それを避けるために「三率法」を用い、先に掛けて後で割るのである。

この「先乗後除」については、『塵劫記』では事例を示し言及している。『算法統宗』にも記載があるが、巻之首篇の計算論の中での記載であり、「三率法」相当問題での言及はない。さらに、『算法統宗』では「先除後乗」の計算で支障をきたす問題も扱われていない。『算法統宗』以外に書の存在について考察すべき一つの視点である。

「先除後乗」では割り算の計算自体、算木や筆算の操作は複雑でありできるだけ避けたいものである。ここにソロバンの優位性がある。日本式ソロバンは十進小数計算に適した計算器材であり、その使用を前提とした『塵劫記』では、割り算を避けなければならないという意識はなく、実際多用されている。反面、計算術が中心となっており計算理論は明確に記載されていない。

『塵劫記』で扱われている換算問題や分配問題は、中国数学で扱われているような身分差による徴税や賦役に関する分配問題、西洋数学で扱われているような投資に関する分配問題ではなく、純粋な「商業問題」である。そして、十進小数と日本式ソロバンの使用の優位性が発揮された、実用性に富んだ問題構成である。つまり、『塵劫記』の問題は、理論面では中国数学、西洋数学を採用するものの、より大きな比重は「実用」面に特化しているのである。

ただし、巻之二第十四条「くろ船のかい物の事」は、海外貿易の問題であり、西洋の「カンパニア問題」との関連が考えられる問題である。

## §4. *Epitome Arithmeticae Practicae* の商業問題

ローマ学院数学科教授クリストファー・クラヴィウス(1538-1612)は、イエズス会の学校で使われる教科書として1583年に *EAP* を著した。クラヴィウスの時代のイエズス会の学校は、近代普通教育の基礎を成した教育課程を編制し、後年「科学の保護者にして教育者<sup>47</sup>」と評価されてものであった。

イエズス会士カルロ・スピノラ、マテオ・リッチも、クラヴィウスの数学を学び、宣教の一つの手段として日本・中国に伝えたのであった。

書籍としての *EAP* は、ほぼ同時代に中国にも伝わり漢訳され、利瑪竇(授)・李之藻(演)・徐光啓(選)『同文算指』として1614年に発刊された。

<sup>47</sup> John H. Brooke, *Science and Religion*, (1991), New York. p.109.

*EAP*の構成は、Cap1 から Cap5 が整数の四則計算、Cap6 から Cap10 が分数の表記と主要な性質、Cap11 から Cap16 が分数の四則計算、Cap17 から Cap21 が比例計算、Cap22・23 が仮定法、Cap24・25 が級数、Cap26・27 が開平方である。

*EAP*を漢訳した李之藻は、『同文算指』の序に「至於奇零分合特自玄暢多昔賢未發之旨（分数と比例計算において、特に玄明流暢であり、古賢が未だに明らかにしていない主旨が多かった）<sup>48</sup>」と記している。分数と比例計算は、中国数学でも扱われおり、内容としては中国数学の方が高度である。李之藻が興味を持ったのは、内容より理論の確かさであり、実用性である、

商業問題は「三率法」を中核にして、以下のような章で構成された。

| <i>EAP</i> の章                | 『同文算指』の章       |
|------------------------------|----------------|
| Cap17 Regula trium           | 三率準測法第一 補八條    |
| Cap18 Regula trium eversa    | 變測法第二 補五條      |
| Cap19 Regula trium composita | 重準測法第三 補十四條    |
| Cap20 Regula Societatum      | 合率差分法第四上 補二十六條 |
|                              | 合率差分法第四下 補十五   |
| Cap21 Regula Alligationis    | 和較三率法第五 補三條    |

#### 4.1 「粟布」の商業問題

「粟布」の商業問題に該当するのは *EAP* の 17 章であり、その章題には“Regula trium; quae alio nomine regula aurea, sive regula proportionum dici solet<sup>49</sup>（三率法。それは別名黄金算法や比例算法と通常呼ばれているものである）と、長い章題が付けられている。対する『同文算指』の章名は「三率準測法第一補八條」が充てられている。『同文算指』はここより通編になる。通編では *EAP* の問題に加え、『算法統宗』等の問題が補われている。

『同文算指』における「三率法」の解説は<sup>50</sup>、「列前三率求後一率」 $a:b=c:$  $\square$ の時、「第三率必與第二率相乘而以第一率除之」 $\square=b\times c\div a$ で求めることができる。この方法の名を「異乗同除」としている。その後、*EPA* と同じ数値を使った例が記されている。検算として  $b\times c\div\square=a$  を確かめれば間違いがない「則所推不誤」と結んでいる。続いて、*EPA* と同じ数値を使い  $a:b=c:\square$ の時、比の計算を使って、 $\square=b\div a\times c$  や  $\square=c\div b\times a$  で求めるや、 $a:b$  を簡単な比にしておいてから計算する方法が明記されている。これらの「先除後乗」の手順では、「除之不盡必用零乘之法故不若從前先乘後除為捷<sup>51</sup>」割り切れない場合誤差が生じ、「先乗後除」の方が優れていると記されている。『同文算指』三率準測法の問題配置は、*EAP* Cap.17 Regula trium の問題配置と異なっている部分がある。その一つは、『同文算指』の最初の問が、*EAP* の Q7 を使用していることである。

<sup>48</sup> 前掲書『同文算指』序、一丁裏。

<sup>49</sup> *EAP*, p.99.

<sup>50</sup> 前掲書『同文算指』卷一、一丁表。

<sup>51</sup> 前書、卷一、四丁表。

この Q7 は  $52 : 44 = 260 : \square$  であり、三率法を使って  $\square = 44 \times 260 \div 52 = 11440 \div 52 = 220$  で求める問である。この問を「先除後乗」の手順の方法で解いた場合、 $\square = 44 \div 52 \times 260 = 0.84615 \cdots \times 260 = 219.999 \cdots$  と誤差が生じるのである。実際、当時この誤差を問題にするのは中国の方だけであり、小数表示がまだ行き渡っていなかった西洋では問題ではなかった。

西洋での問題は別にあり、それはエウクレイデス幾何の原則である同質的(homogeneous)に関してであった。『同文算指』では、計算順を表す「先除後乗  $\square = b \times c \div a$ 」と、同質的(homogeneous)が担保できないことを示す「異乗同除」とが区別して記されている。反対に同質的(homogeneous)が担保できる「同乗異除」は、次章の「変測法<sup>52</sup>」の説明に使われている。対応する *EAP* の 18 章 (Regula trium eversa) には『エウクレイデス原論』5 卷 14 参照と記されている<sup>53</sup>。

一方、*EAP* の 17 章 (Regula trium) では、『エウクレイデス原論』についての記載はなく、「算術原理 *Arithmetices fundamenta*」と記されている。<sup>54</sup>

*EAP* の Q1 は、『同文算指』の問 6 に相当し単価計算の問題である。「問椒一舂不知其價見人買六十舂用價二十兩」について三率法を用い、 $60 : 20 = 1 : \square$ 、 $\square = 20 \times 1 \div 60 = \frac{1}{3}$  と求めている。

『同文算指』の問 8 は、『算法統宗』の問で補われている。『同文算指』「三率準測法」問 8 は、「問有八成金五十兩價銀二百兩今有九成金四十兩該銀若干<sup>55</sup>」であり、一率四十兩、二率二百兩、三率三十六兩と、答の四率一百八十兩が記されている。 $50 \times 0.8 : 200 = 40 \times 0.9 : \square$ 、 $200 \times 36 \div 40 = 180$  と「三率法」で求めている。

一方、『算法統宗』「粟布章」の問は、「今有八色金五十兩用價銀二百兩令又換九色金四十兩問該銀若干<sup>56</sup>」であり、「法曰置九色金四十兩以九因之得赤金三十六兩以價二百兩因之得七千二百兩為實另置八色金五十兩以八因之得赤金四十兩為法除之即得」 $50 \times 0.8 : 200 = 40 \times 0.9 : \square$ 、 $200 \times 36 \div 40 = 7200 \div 40 = 180$  と「先乗後除」の方で求めている。

四則計算における「先乗後除」の原則は、『九章算術』にも取り上げられている中枢なものである。しかし、この原則が必要なのは割り切れない問題についてである。古来の計算では端数は「除数分の余り」として記述された。この場合計算途中に帯分数が入ることで次への計算が複雑になるのであった。分数の四則計算の方法が未発達のため、 $a : b = c : \square$  の時、 $\square = \frac{bc}{a}$  とはならず、 $\square = b \times c \div a$  と、 $\square = b \div a \times c$  や  $\square = c \div b \times a$  は別のものであり、計算の困難さに違い

<sup>52</sup>  $a : b^{-1} = c : d^{-1}$  ,  $ab = cd$  ,  $d = ab/c$

<sup>53</sup> *EAP*, pp.108-109.

<sup>54</sup> 『同文算指』と同時期に漢訳された『測量法義』では、算術原理の「三率法」を用いて、幾何の問題を解いている。

<sup>55</sup> 前掲書『算法統宗』、卷之四、三丁裏。

<sup>56</sup> 前書、卷之四、三丁裏。

が生したのであった。

しかし、『塵劫記』はソロバンを計算手段にしているため「除之不盡」は大きな問題であった。同じソロバンを計算手段にしている『算法統宗』でも「除之不盡」は大きな問題であるが、「粟布章」の原則としては位置づいていない。実際、『算法統宗』は全巻を通じて「除之不盡」にある問題を採用していない。

一方、『同文算指』の「三率準測法」では、数値の位置が重視され、b「二率」とc「三率」の積を、a「一率」で割ると公式的な扱いがなされた。ただし、

*EAP* の問にある  $40040:10078=100043:\square$  や  $26:173\frac{9}{10}=9:\square$  のような答の量的把握

が困難な分数である問は、問題の値を替えて実用性のなさを避けている。また補われた問は、「除之不盡」が生じないか大きな問題とならないか、ソロバンで計算可能な設問であった。

#### 4.2. 「衰分」の商業問題

「衰分」の商業問題に該当するのは *EAP* の 20 章 REGVLA SOCIETATVM であり、以下のように紹介している<sup>57</sup>。

“SEQUITUR societatum regula immensum vsum apud mercatores habens, quae quidem tota nititur regula trium, ut ex propositis exemplis fiet perspicuum. Adhibetur autem, quando plures consortium ineunt, ita ut singuli summam quondam pecuniae conserant, fitque hoc modo.”

(共同算法は、当然商人達の間で計り知れない利用価値を持つことになるが、提示された諸例題から明らかになるように、実はまったく三率法に基づくものである。しかし複数の者が提携するときには、各々がなにがしかの金額をつなぎ合わせるように適用されて、次のように実行される)

この *EAP* の 20 章では、 $a:b=c_i:d_i$  ,  $a=\sum c_i$  のとき  $d_i = b \times c_i \div a$  での手順で解答され、三率法の複合使用問題である。そして、中国の「衰分」とは違い、商業問題が中心である。『同文算指』は、商業問題中心の *EAP* 20 章の問題に補って、『算法統宗』からの問題と加え「合率差分法」の章が構成されている。この構成には、中国数学と西洋数学の認識の差異が見て取れる。<sup>58</sup>

##### 4.2.1 商業投資問題

『同文算指』「合率差分法」の問 1～問 16 は、貴賤によって差のある給や税を分ける意味での「衰分」ではなく、西洋流の商業投資配当問題の三率法適用問題である。具体的には、2 人から 4 人の商人の利益配分、損害配分、商品の量、出資金、出資金と利益を求める問題である。この問 1～問 16 はすべて *EPA* と

<sup>57</sup> *EAP*, p.123

<sup>58</sup> *EAP* の 20 章と『同文算指』「合数差分法」との比較については、『関孝和数学研究所』2009-2014, II, (2015), 5-200 頁。及び拙著(2013)『同文算指』における西洋算術「三数法」の取り扱い—Clavius 著 *Epitome Arithmeticae Practicae* との比較研究—, 『数学史研究』215, 1-30 頁参照。

同じ数値を使い、 $a:b=c_i:d_i$  ,  $a=\sum c_i$  のとき  $d_i = b \times c_i \div a$  での手順で求められている。そして、問題は *EAP* の 20 章の問題の文頭が “Tres societate inita” と同じように、「合率差分法」の間 1～間 16 の文頭は「問三商」の形である。

#### 4.2.2 補われた「粟米」「均輸」の問題

「合率差分法」の間 17～間 20 は、*EAP* の 20 章の問題は使われておらず、『算法統宗』の問題が使われている。その問題は貴賤によって差のある給や税を分ける意味での「衰分」ではなく、交換比率のある計算で取引を収める「粟布」や遠近の労賃を収める「均輸」の適用題である。それ故、問題の文頭は「問三商」の形ではない。

#### 4.2.3 「衰分」本来の問題

『同文算指』の間 21～間 36 は、貴賤によって差のある給や税を分ける意味での「衰分」の問題である。それ故、ほとんどが『算法統宗』の問題が使われている。ただし、『算法統宗』の解き方は「衰分歌：衰分法数不相乎 須要分数一分成 将此一分為之實 以乘各数自均乎」，「法除之得一衰以乘各衰」であり、単価計算の後に乗じて答えを出す「先除後乗」が基本となる。一方、『同文算指』では、『算法統宗』の解き方を採用せず、*EAP* の解き方に相当する「第二率遞乘第三率以一率除」により「先乗後徐」で計算されている。

間 21 については、*EAP* 20 章の Q21 が使われている。それは、Q21 が他の間と異なり、商業問題ではなく、重み付のある遺産相続問題であるからである。

#### 4.2.4 「合数差分」の問題

『同文算指』の間 37～間 45 は、最初の 2 間が *EAP* 20 章の Q17 と 18 が使われている。この 2 間に続く間は『算法統宗』の「衰分」章の最初の節である「合率差分」にある問題である。この「合率差分」は貴賤によって差のある給や税を分けるのではなく、重み付けされた数種類の買い物問題である。これも商業問題であるが、商業投資問題ではないことに差異がある。

#### 4.2.5 漏刻問題

『同文算指』の間 46、間 47 は、漏刻問題であり、二問とも *EAP* 20 章の問題に相当する。

#### 4.2.6 分配問題と難問

『同文算指』の間 48～間 60 は、分配問題の三率法使用の *EAP* 20 章の相当問題に続き、『算法統宗』の衰分、難問衰分の間が補われた。

### 4.3. 『算法統宗』と *EAP*

『同文算指』は *EAP* で扱う商業問題に、『算法統宗』「衰分」の問題で補って、「合数差分」の章が構成されている。上記の問題の分類からは、*EAP* の間

題は「商業投資問題」が主であり、この分野では『算法統宗』の問題で補う必要はなかったことがいえる。実際、『算法統宗』に補うのに値する「商業投資問題」はない。『算法統宗』の問題で補われたのは、貴賤によって差のある給や税を分ける意味での「衰分」だけではなく、交換比率のある計算で取引を収める「粟米」や遠近の労賃を収める「均輸」の適用題であった。

また、『算法統宗』の「合率差分」の節の問題は、*EAP* の問題を例題扱いし、その適用題として多くを採り入れている。中国数学において三率法が適用される問題場面の中で、「衰分」に関する問題は、商業の投資額や投資期間の差による利益配分問うのではなく、身分の違いによって定められた割合での徴税や配分を問う場面である。そのため、商業投資配当問題が中心となる西洋数学には、適用例はあまり多くない。『同文算指』では、*EAP* 20 章にある問の中で、商業投資配当問題とは違った問題場面がある、続柄によって差のある遺産配分の問題や、軍隊の階級差に応じた戦利品の分配問題等を意図的に拾い出し、これらを訳出して基本問題とし、これに続いて『算法統宗』を参考にした問題が追加されている。

#### 4.4.『塵劫記』の「衰分」相当問題の分類

新編塵劫記一第十「米うり買ひの事」の問 9 と 10 は、4.2.4「合数差分」の問題群に分類できる。その問題群は『算法統宗』衰分章の合率差分問 2 に類題を見出すことができる。それは「合率差分法」の適用事例である。この群では *EAP* の問は、投資に差のある商人たちの利益配分問題である。『同文算指』ではこの利益配分問題の解き方を、重み付けした 3 種類の買い物と同じ群に位置づけている。

問 9  $a = \sum c_i$  ,  $a = 27.3 + 25.5 + 23.7 + 29.5 + 19 = 125$  匁,  $125$  匁 :  $216.8$  匁  $= c_i : d_i$ ,  
上米は  $125$  匁 :  $216.8$  匁  $= 27.3$  匁 : □匁, □匁  $= 47.34912$  匁

問 10  $a = \sum c_i$  ,  $a = 27.3 + 25.5 \times 2 + 23.7 \times 4 = 173.1$  匁,  $173.1$  匁 :  $216.8$  匁  $= c_i : d_i$ ,  
上米は  $173.1$  匁 :  $216.8$  匁  $= 27.3$  匁 : □匁, □匁  $= 34.19202773$  匁

新編塵劫記二の第二「ながさきの買い物、三人の本銀わり付事」の問も、同様に「合率差分法」が適用されている。

$a = \sum c_i$  ,  $a = 64.8 + 52.3 + 42.9 = 160$  貫, 京の商人のにんじんは  $160$  貫 :  $250$  斤  $= 64.8$  貫 : □より,  $250 \times 64.8 \div 160 = 101.25$  斤  $= 101$  斤 40 目

この問は、前の 2 問とは異なり問題群への分類が明確ではない。なぜなら、前の 2 問と同じ「合数差分」の問題群は、重みづけした配分が中心であり投資には関わりを持たないので適当ではない。

一方、投資を扱う 4.2.1 商業投資問題群には、この群は投資に対する配分を求めることが中心であり、商品を扱ってはいないので、これも適当ではない。この問は、投資額を重み付けに使った買物問題であり、『同文算指』の分類とは異なるが、商業投資問題の一つである。

『塵劫記』の「衰分」は、身分差による徴税や賦役に関する分配問題を取り

扱われず、『算法統宗』にも存在する商業的な分配問題が主に扱われている。さらに、西洋数学の対象である投資額に応じた重みづけによる分配問題も扱われている。

#### §4. 結

「楽しく学べる実用数学書」であった『塵劫記』の商業問題は、当時の経済生活からの実例が豊富で、経済活動が具体的に分かるものであり、人々の生活や文化を示す史料である。そして、数学史の視点からも、文脈に依存する「実用数学書」や「教科書」の解釈には『塵劫記』は適した史料である。

数学史における「商業問題」は、交換に関しては「三率法」、取引に関しては「合率差分法」によって説明される。本稿で分析した『九章算術』、『算法統宗』、『塵劫記』ともその術によって成り立っていた。しかし、それらが置かれた状況により異なる適用が見られた。

その一つが古代統治制度の維持のための数学である『九章算術』と、商業の発達に対応した数学である『算法統宗』、『塵劫記』の違いである。特に『塵劫記』の間は、商業問題に特化している。この商業問題への特化は、実用に供することができる量の表示につながっている。そのため、整数値にならない商の表記は、余りで示す分数表記ではなく、割り進む小数表記となる。そこでは日本式ソロバンの使用の優位性が発揮されたのであった。

もう一つの適用は、日本式ソロバンの優位性が発揮される割り算の計算である。交換に関しては「三率法」は割り算計算の困難さから、掛け算を先に行い割り算を後にすることの簡便性によって、中国でも西洋でも使用された方法であった。それ故、例題として与えられる設問には、複雑な割り算が必要となることは避けられた。

しかし『塵劫記』は、実用面からは当然であるように、複雑な割り算が取り入れられている。割り算を避けないことで、『塵劫記』の商業問題の術に、掛け算を先に行う「三率法」を適用する必要性は少なかったのであった。

『塵劫記』において、「三率法」は新編塵劫記二第三「ふねのうんちんの事」で適用されている。「三率法」が適用されている間の存在は、この間に『算法統宗』との関連が見いだせることとともに、『塵劫記』の商業問題の根底に「三率法」があることの根拠でもある。つまり、『塵劫記』は、『算法統宗』の影響を受け、より商業活動に特化し、日本式ソロバンの長所を具現した「実用数学書」であった。また、『塵劫記』の「衰分」に関する商業問題では、身分差による徴税や賦役に関する分配問題は取り扱われず、純粹に商業問題に特化した。そして、『算法統宗』では扱われなかった商業投資問題まで含めて提示することとなった。

『同文算指』と『算法統宗』の比較からは、「合率差分」の解法にあたり、『算法統宗』が「単価×数量」である「先除後乗」が基本であり、*EAP*の基本である「先乗後除」との違いが明らかになった。その差はソロバンと筆算とい

う計算手段の違いから生じたものであった。それ故、ソロバンを基にする『塵劫記』も「先除後乗」が基本と考えられるが、『塵劫記』には明らかに「先乗後徐」で解かれ、「先乗後除」を採用する理由も付け加えられている間が存在している。このことは、『算法統宗』以外に影響された書物の存在が考えられる。そして、中国数学の『算法統宗』と西洋数学の *EAP* の「合数差分」のとりえ方の違いを明らかにしているのが『同文算指』であった。

『塵劫記』は、実用的な商業問題に特化し、利便性の高い数学書であった。そして、扱われている問題には、中国数学とは違いがある商業投資問題が含まれ、しかも解法手順の異なるものが存在した。これらは、中世西洋数学の一つの大きな追究課題と解法理論であった。ここに、『塵劫記』と西洋数学との関わり的一端を見ることができる。

### 参考文献

- [1] 吉田光由, 佐藤健一(校注)(2006)『『塵劫記』初版本—影印, 現代文字, そして現代語訳—, 研成社。
- [2] 吉田光由, 大矢真一(校注)(1977)『塵劫記』, 岩波書店。
- [3] 劉徽註(263)『九章算術』, 四部叢刊初編子部, 上海。
- [4] Christopher Clavius, *Epitome Arithmeticae Practicae*, Roma, 1583
- [5] 利瑪竇(授), 李之藻(演), 徐光啓(選)(1614)『同文算指』。(海山仙館叢書本)
- [6] 程大位(1592)『新編直指算法統宗』, 新安。
- [7] 鈴木久男(1986)「算法統宗と塵劫記」, 『国士館大学政経論集』56, 1-38頁。
- [8] 佐々伊佐美(1964)「算法書塵劫記の一題“黒船の買物の事”研究」, 『九州女子大紀要』10巻-1, 1-8頁。
- [9] 王青翔(1987)『『算法統宗』と『塵劫記』の比較研究—比較数学史の試み—(その1)』, 『数学史研究』113, 1-53頁。
- [10] 王青翔(1987)『『算法統宗』と『塵劫記』の比較研究—比較数学史の試み—(その2)』, 『数学史研究』114, 1-40頁。
- [11] 戸谷清一(1992)『『塵劫記』と『算法統宗』』, 『数学史研究』135, 9-13頁。
- [12] 錢宝琮主編(1964)『中国数学史』, 科学出版社, 北京。(川原秀城訳(1990)『中国数学史』, みすず書房)
- [13] 鈴木将史(2017)「吉田光由『塵劫記』にみる算数教育の伝統と未来」, 『教育学論集』68, 153-168頁
- [14] 荒木光(1992)『『塵劫記』にみる農業計算に関する一考察』, 『農業計算学研究』24, 69-75頁。
- [15] 戸野沢孝之助(1978)「和算における利息算」, 『城西大学経済経営紀要』1, 92-101頁
- [16] 谷清一(1992)『『塵劫記』と『算法統宗』』, 『数学史研究』135, 9-13頁。