

非平衡物理から見た超流動

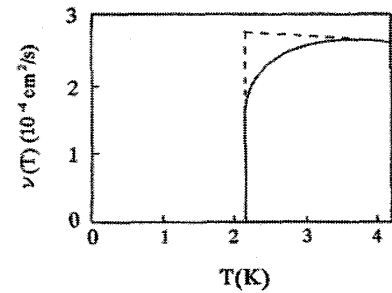
高知大学理学部門 國府俊一郎

液体の粘性は「熱的な外力に対する線形応答」の 1 例であるが、その粘性係数を微視的に求める事は非平衡物理の昔からの難問の 1 つである。他方、液体ヘリウム 4 の粘性が低温で消失する現象は低温物理の中心的課題であるが、普通これは Landau の 2 流体力学に従って微視的というよりむしろ現象論的に解釈されている。両者は本来密接に絡まり合った問題のはずであるが、その内的連関を探る研究は意外に未発達と言ってよいであろう。本稿では非平衡物理から超流動を見るとどう見えるか？という問題を考察する。粘性係数を微視的に求めようとすれば、まず久保公式に従って運動量密度の流束テンソル J_{xy} の 2 時間相関関数を計算するという手順が頭に浮かぶ。力学的な外力の場合に比べて、熱的な外力に対する線形応答にはその基礎付けにはつきりしない点が残っており、未だに議論が行われている。この点にひとまず目を瞑って力学的な外力の場合の類推がそのまま成り立つとしよう。テンソル J_{xy} の 2 時間相関関数を粒子間相互作用で摂動展開して粘性の消失を導こう。すると次の様な困難にぶつかる。一般に**摂動項を総和した結果が減少する為には、高次の項の間に微妙な打ち消しが必要がある。故に粘性係数の増大を導くのは比較的簡単であるのに、その減少を導く計算は簡単ではない。**粘性の消失を導くという当面の目標の為には、この方法はあまり实际的ではない。その背後には、この方法は問題を一般的に設定しすぎている事情がある。

久保公式に現れる運動量密度の流束テンソルの 2 時間相関関数には、あらゆる種類の力学系が現れる可能性がある。そこには力学系が流体力学的記述に従わない可能性も含まれる。しかし力学系の性質（粘性）を第 1 原理から解こうとする行き方と、反対にすべてを現象論的に扱おうとするやり方を両極端とすれば、それらの間には中間的立場も存在する。それは**流体力学の成立を認めた上で流体力学的関係式に現れる粘性係数の変化を微視的に計算しようという立場**である。粘性の消失を導くにはこの方法が实际的であり、これによりいくつかの新しい物理的な結果を得る事が出来る。具体的には典型的な粘性平行流を記述する Poiseuille の式を「圧力（外力）と流量（応答）を結ぶ関係」と見よう。するとその線形応答係数の分母に粘性係数が現れる。これを摂動展開すれば、粘性係数の逆数を摂動展開する事になる。これにより摂動項の総和の増大すなわち粘性係数の減少を計算により導くのは容易である。弱結合系（気体、単純液体など）では粒子間相互作用が強くなると、一般に励起の緩和が速くなり粘性が減少する傾向を示す。上の定式化はこれを自然に表現した形になっている。

この観点から細管を流れる液体ヘリウム 4 の「動粘性係数と温度の関係」を見よう。このよく知られた図で特徴的なのは、 λ 点の相当上の温度（1.5 K 上）からすでに粘性係数の大きな減

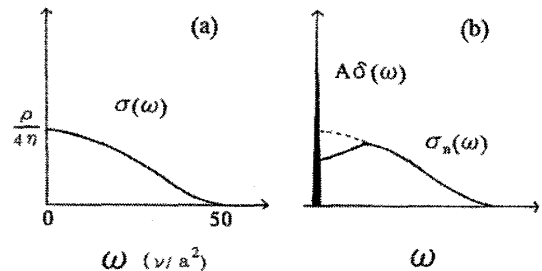
少が始まっている事である。液体ヘリウム4の λ 転移では比熱が特徴的な温度依存性を示す為に、昔から相転移に伴う熱的揺らぎが極めて大きいという潜る観念が生じ、転移温度の上で現れる異常を（粘性係数の減少を含めて）すべて熱的揺らぎに帰する思考習慣が出来た。しかし温度揺らぎの関係 $\langle (\Delta T)^2 \rangle = k_B T^2 / C_V$ に $\Delta T = 1.5$ K を



用いてみると、揺らいでいる領域の熱容量 C_V からそこにはヘリウム4原子は1個程度しか含まれていないという奇妙な結果を得る。粘性が減少する為には、流れの中に空間的な秩序が生まれているはずであるが、熱的揺らぎの増大はこれとは正反対の変化である。つまり揺動散逸定理は粘性の減少という非散逸的な応答に当てはめる訳にはいかないのである。より自然な見方は、 λ 点の上の温度で流れの中にすでに Mesoscopic size の凝縮体がいくつかの島の様に出来て、系全体としては運動量の再配置が始まっているとする解釈である。この解釈を定式化する為に粘性係数の逆数を Kramers-Kronig の関係を経由して一般化感受率で表し、これを相互作用で摂動展開する。超流動流の出現により Poiseuille の式の常流動流の伝導率の spectrum (右図の(a)) に、鋭い原点 peak が

$$j(\omega) = -[\sigma_n(\omega) + A\delta(\omega)] a^2 \frac{\Delta P(\omega)}{L},$$

現れる (右図の(b))。温度を下げて凝縮体のサイズが少しずつ大きくなると、斥力相互作用の為に λ 転移より少し上の温度から微小な超流動流の出現



が始まる。この微小な超流動流は粘性係数 η の大きな減少を引き起こすには十分であるが、散逸のない巨視的な輸送を起こす事は出来ない。振動を用いる方法（超音波法など）で測定すると、この微小な超流動流はある振動数より高い振動に対しては常流動体として振る舞う。この減衰振動数は凝縮体の大きさに依存する。ボース統計が発達すると、系の励起エネルギーが高くなりその緩和時間 τ が短くなる。その為液体についての Maxwell の関係 $\eta = G\tau$ (G は液体の剛性率) において粘性係数 η が減少する。この様に古くから知られた現象も、改めて非平衡物理の観点から眺めると新しい側面が現れる。近年では多孔体に閉じ込められた液体ヘリウム4の超流動が大きなトピックになっている。この狭い空間内での超流動の問題も、孔と孔を繋ぐ経路を微小な細管と見なせば上と同じ側面を持った問題になる。上の図を逆に低温からの昇温過程と見れば、この図は完全流体から原始的な形の粘性が生まれてくる姿を反映している。液体の粘性の発生を調べるには好個の研究対象になるであろう。

以上の詳細については右の文献を参照されたい。 S. Koh, J. Phys. Soc. Jpn. **79**, (2010) 054601