

2次元テープオートマトン及びセルオートマトン による図形認識とそのシミュレーション

阪大 基礎工 森田 憲一

1. はじめに

図形などの2次元情報を処理する機械のモデルとして、本稿では2次元テープオートマトンと2次元セルオートマトンを考える。ここではミニコンピュータを用いてこのようなオートマトンのシミュレーターを作り、これを使って具体的な図形認識問題を幾つか行なわせてみた。

2次元テープオートマトンとセルオートマトンの能力関係については、2次元線形有界オートマトン（又は *array-bounded automaton*）と *array-bounded cellular space* が等能力であることが既に知られている。しかしながら、個々の認識問題に対しては、直列処理と並列処理の各々の特徴を生かした「能率のよい」アルゴリズムを見い出せる場合が多い。以下では長方形、正方形、連結図形、対称図形などの認識を考えるが、直列処理では、これらは2次元有限オート

マトン、マーカー・オートマトンで認識でき、補助記憶が不要かあるいは比較的少量で済むことがわかる。ところで、このような直列的な処理では、少くともテープの面積に比例した計算時間が必要なのに対し、セルオートマトンでは、その並列処理動作をうまく用いることにより、空間の周囲の長さに比例した時間で認識できることが示される。

なお、以下では計算機シミュレーションの都合上、各オートマトンは決定性のものだけ扱うことにする。

2. 二次元テープ・オートマトンによる図形認識

ここでは図形認識装置としての二次元有限オートマトンと二次元マーカー・オートマトンを考えるが、まずこれらに与える入力テープの形式を次のように定める。入力テープは図1のように碁盤目状に分割されたます目から成り、周辺部に特別な境界記号Bが書かれた長方形のテープである。境界記号内部の各ます目には、記号0又は1のどちらかが書かれるが、1の書かれているます目の集合を「図形」と呼ぶことにする。すなわち、記号1が図形の黒い部分、記号0が地の白い部分に相当する。

		C ₁	C ₂	·	·	·	C _m
T ₁	B	B	B	B	B	B	B
T ₂	B	0	0	0	0	0	0
·	B	0	1	1	0	0	1
·	B	0	0	1	1	1	0
·	B	0	1	1	1	0	0
·	B	0	0	0	0	1	0
T _n	B	0	0	0	0	0	0
	B	B	B	B	B	B	B

図1

2次元有限オートマトン (2-FSA)^[1]

2-FSA は入力テープ上を動いて記号を読むことのできる入力ヘッドと有限制御部から成り、現在の内部状態とヘッドが読み取った記号により、次に遷移する状態とヘッドの移動方向（上、下、左、右）が決定される。2-FSA は、初期状態 q_0 で入力テープの左上の隅 (r_1, c_1) から動作を開始するが、受理状態 q_A で再び (r_1, c_1) に戻って停止した時にのみ、その入力を受理したと言う。また 2-FSA の入力ヘッドは境界記号 B の外部にははみ出さないものとする。

2次元マーカー・オートマトン (2-MA)^[1]

2-MA は、2-FSA にある種の書き込み機能としてのマーカーを持たせたもので、テープ上の任意の位置に目印としてマーカーを置くことができる。このようなマーカーを k 個持ったものを k マーカー・オートマトン (2-MA $_k$) と呼ぶ。入力テープの受理に関する定義は 2-FSA と同様である。

2-FSA, 2-MA により認識される図形の例を以下に示す。

(1) 2-FSA による長方形, 正方形の認識^[1]

境界に平行な辺を持つ、中味のつまった（あるいは枠だけの）長方形, 正方形は、2-FSA により認識される。

(2) 2-MA $_1$ による連結図形の認識^[1]

テープ上の2つのます目 (r_i, c_j) , (r_k, c_l) は,
 $|i-k|+|j-l|=1$ の時に隣接すると言い, テープ上の図形が
 連結であるとは, その図形の任意のます目から任意のます目
 へ, その図形上で隣接したます目をたどって行けることを言
 う. このような連結図形は 2-MA₁ で認識できる.

(3) 2-MA₂ による対称図形の認識^[4]

入力図形が, ある縦軸に関して線対称な図形は 2-MA₂ によ
 って認識できる. 横軸あるいは点対称な図形も 2-MA₂ で認識
 できる. また, 対称図形の認識は 2-MA₁ では不可能であるこ
 との証明も得られている.

3. セルオートマトンによる図形認識問題

並列処理による図形認識モデルとして, 次のようなセルオ
 ートマトンのシステムを考える. (文献[2]の rectangular array-
 bounded cellular space とほぼ同様のものである.)

セル空間は碁盤目状に分割された長方形の(有限の)空間
 で, 各セルの next state はそのセル及び Neumann 近傍のセル
 の状態によって定まる. セルの内部状態の集合には特別な内
 部状態 $B, 0, 1, A$ が含まれている. 入力図形はセル空間の ini-
 tial configuration として与えられる. すなわち, (2次元
 テープオートマトンと同様) 図1のように, 周辺部にはセル

空間の境界を示す B 状態のセルが置かれ、その内部のセルは 0 または 1 のどちらかの状態をとり、 1 の状態のセルの集合を入力図形と呼ぶ。状態 B のセルは他の状態に遷移することはない、逆に他の状態から B になることもない。セル空間の左上の隅 (r_1, c_1) のセルを受理セルと呼ぶ。セルオートマトンは、入力図形として与えられた initial configuration より動作を開始し、ある時刻で受理セルが状態 A (これを受理状態と呼ぶ) になった時に限り、入力を受け理したという。なお状態 A からは他の状態には移らない。

以下では、このようなセルオートマトンによる図形認識例を幾つか考えるが、これらの例では認識に要する時間がセル空間の縦と横の長さの線形倍^{*}で認識されることが示される。

(1) 長方形の認識

セル空間の境界に平行な辺を持つ長方形は、図2のような部分(左上の頂点に対応する部分)を1個

だけ含み、図3のような凹んだ

部分を全く持たない、という条

件をチェックすることにより認

識できる。認識時間は $(m+n)+\varepsilon$

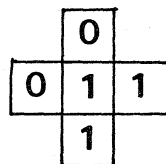


図2

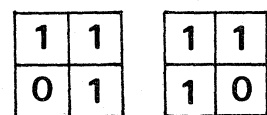
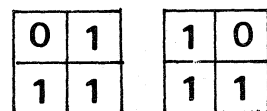


図3

^{*}セル空間の縦と横の長さを n, m とした場合、 $O(n+m)$ 時間で認識できるとき、linear time で認識できるという。(O は定数)

(ε は定数) である。長方形が任意個あるような図形も図2のような部分を任意個含むことを許せば同様に認識できる。

(2) 正方形の認識

正方形の場合もまず図3のような部分を含まないことが必要条件である。さう

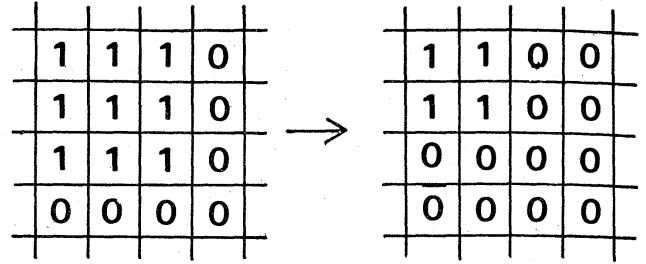


図4

に図4のように下側又は右側が0に接するような1のセルを0に変えて図形を縮小して行き、途中で図5のような状況が表われることなく図6のように孤立した

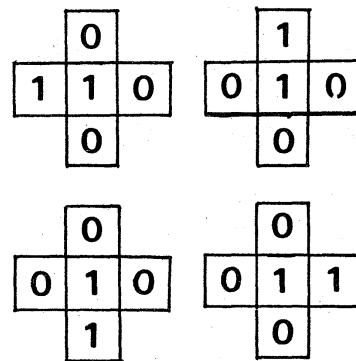


図5

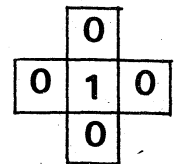
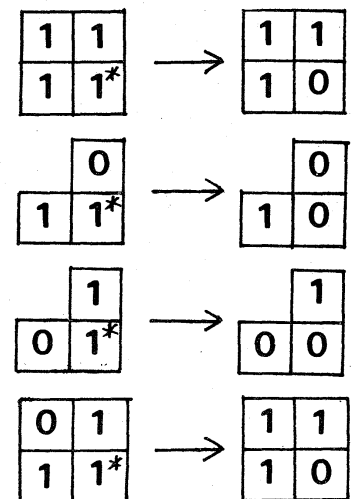


図6

1点になればよい。認識に要する時間は、この場合も $(m+n)+\varepsilon$ である。

(3) 連結図形の認識^[3]

連結図形の認識の場合は、図7のように連結性を崩すことなく、右下方から図形を圧縮してゆき、最後に孤立した点が



(但し、1*の右と下のセルの状態は0である)

図7

1個だけになればよい。ここでは Neumann

近傍を仮定しているので、1回の縮小操作には3ステップ必要である。従って認識時間は $3(n+m)+\varepsilon$ となる。

(4) 対称図形の認識

ある縦軸に関して線対称な図形の認識問題を考える。まず記号 1 を含む最も下の行の左端の 1 と右端の 1 を見つける。次に左端の 1 の場所から速度 1 と速度 $\frac{1}{2}$ のパルスも右方向へ同時に出す。速度 1 のパルスを右端の 1 で反射させ、速度 $\frac{1}{2}$ のパルスと衝突した所 (2 等分点) を対称軸の位置と仮定し、その位置を上に行にも伝えて行く。仮定した対称軸の位置から、その左方のセルの持つ入力図形の情報は右方へ、右方のセルの情報は左方へ順次移動させる信号を出し、仮定した対称軸から等距離にあるセルの持つ情報が一致しているか否かをこの位置で調べる。各行についてそれらがすべて一致している場合にのみ入力を受理する。認識時間は高々 $(\frac{1}{2}m+n) + \varepsilon$ である。

上記の例以外にも、セル空間が正方形とした時、一辺の長さが素数か否かを $3n$ 時間で判定するアルゴリズムも得られた。

参考文献

- [1] M. Blum & Hewitt; Automata on a 2-dimensional tape, IEEE Symp. on switching and automata theory, 155-160 (1967)
- [2] A.R. Smith III; Two-dimensional formal languages and pattern recognition by cellular automata, IEEE Symp. on switching and automata theory, 144-152 (1971)
- [3] M. Minsky & S. Papert; Perceptrons, MIT Press (1969)
- [4] 森田, 梅尾, 菅田, 平尾; 2次元テープオートマトンによる図形認識とそのシミュレーション, 電子通信学会技術研究報告 AL 75-25