

Magnetic Properties of Superconducting Alloys I.

The Upper Critical Field.

真 木 和 美 (京大理)

(3月16日受理)

1° 強い磁場のもとでの超伝導体のふるまいは普通 Ginzburg-Landau の式を用いて記述されるが Gor'kov¹⁾ によつて示されたように、この式は転移温度の極く近くのせまい温度領域でしかこのままの形では成立しないことが知られている。最近 Tewordt²⁾ 及び Tsuzuki³⁾ Nambu et Tuan⁴⁾ によつて Gap parameter の磁場依存性をしらべるのに用いられた方法を任意の温度に拡張することによつて G-L 方程式の一般化をこころみたけれども、これは磁場が比較的弱く $\Delta(x)$ の場所的変化がゆるやかな時にしか有効でないように思われる。

一方 Gor'kov⁵⁾ は Δ についての式を線型化することによつて超伝導体には普通の熱力学的な臨界磁場 H_c の他に正常相が局所的超伝導状態の発生について不安定になる限界に対応する臨界磁場 H_{c2} が存在することを示し、かつ任意の温度での H_{c2} を求めた。この方法は Shapoval⁶⁾ によつて最近超伝導合金で電子の平均自由行路の短い場合に適用された。

G-L 方程式の解の性質の分析から Abrikosov⁷⁾ 第二種の超伝導体は、ある磁場 H_{c1} のところから完全反磁性の性質がやぶれ磁場は量子化された磁束となつて規則的な間隙をおいて超伝導体に侵入し、こうした mixed state は H_c より大きな H_{c2} まで続き、 H_{c2} のところで二次の相変化によつて正常状態にうつることを示した。我々はこれから三部に別れて発表される論文の中で、平均自由行路が短い極限での超伝導体を Gor'kov 方程式を用いて任意の温度でとりあつかひ。このときの Abrikosov の構造がどんなものかしらべようと思う。ここでは先づ H_{c2} を Shapoval とちがつたやり方で求めてみよう。

2° Shapoval は $\ell/\epsilon_0 \ll 1$ の時に次のような線型積分方程式をえた。⁶⁾

$$\Delta(r) = \int \exp \left\{ -\frac{ieH}{2c} (y+y') (x-x') \right\} K(r-r') \Delta(r') dr' \quad (1)$$

ここで磁場の方向を z 軸にとり、指数項は準古典近似で磁場の効果を取り入れたことになっている。 $K(r-r')$ の Fourier 変換は

$$\tilde{K}(q) = \frac{|g|}{(2\pi)^4} 2\pi T \sum_n \frac{1}{\omega_n + \frac{\tau_{rr}}{6} v^2 q^2} \quad (2)$$

$$\omega_n = 2\pi(n + \frac{1}{2}) T, \quad T: \text{温度}, \quad v: \text{フェルミ速度}$$

のようにかける。

磁場のない場合には(1)式は Werthamer⁸⁾によれば次のような微分方程式にかける。

$$\left\{ \ln T/T_0 + f_0 \left(-\frac{\tau_{rr} v^2}{12\pi T} \nabla^2 \right) \right\} \Delta(r) = 0, \quad (3)$$

ここに $f_0(a) = \psi(\frac{1}{2} + a) - \psi(\frac{1}{2})$ で T_0 は磁場のないときの臨界温度、

$\psi(z)$ は di-gamma 函数である。

すぐわかるように一般の Gauge 変数に対しての不変性から (3)式は磁場のあるときにはベクトル・ポテンシャル $\vec{A}$ を用いると、

$$\left\{ \ln T/T_0 + f_0 \left(-\frac{\tau_{rr} v^2}{12\pi T} (\nabla - 2ieA)^2 \right) \right\} \Delta(r) = 0 \quad (4)$$

のように拡張できる。いま磁場の方向を z 方向にとり $A = (0, Hx, 0)$ のようにとることができ、 Δ が x のみによるものとするれば、(4)式は

$$\left\{ \ln T/T_0 + f_0 \left(-\frac{\tau_{rr} v^2}{12\pi T} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - 4e^2 H^2 x^2 \right) \right) \right\} \Delta(x) = 0 \quad (5)$$

のような固有方程式になる。この式は容易に

$$-\ln T/T_0 = f_0 \left(\frac{\tau_{rr} v^2}{6\pi T} eH \right), \quad (6)$$

真木和美

$$A(x) = e^{-eHx^2}, \quad (7)$$

がえられ、(6)式から任意の温度での H_{C2} を求めることができる。

特に $\phi(2)$ の漸近型を用いると

i) $T \ll T_{C0}$

$$-1 \ln \left(\frac{2\tau_{rr} v^2 eH}{3 A_{00}} \right) = -\frac{2}{3} \left(\frac{\pi T}{A_{00}} \right)^2, \quad (8)$$

から

$$H_{C2} = \frac{3}{2} \frac{A_{00}}{\tau_{rr} v^2 e} \left(1 - \frac{2}{3} \left(\frac{\pi T}{A_{00}} \right)^2 \right), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} H_{C2}/H_C &= \frac{\pi^2}{2} (7\zeta(3))^{-\frac{1}{2}} \kappa \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\pi T}{A_{00}} \right)^2 \right) \\ &= 1.70 \kappa \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\pi T}{A_{00}} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (10)$$

がえられる。 A_{00} は $T=0, H=0$ での gap parameter.

ii) $T_{C0} - T \ll T_{C0}$

$$-1 \ln \frac{T}{T_{C0}} = \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{\tau_{rr} v^2}{6\pi T} eH \right) - 7\zeta(3) \left(\frac{\tau_{rr} v^2}{6\pi T} eH \right)^2, \quad (11)$$

これを解いて

$$H_{C2} = \frac{12T_{C0}}{\pi \tau_{rr} v^2 e} \left(1 - \frac{T}{T_{C0}} \right) \left(1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{28}{\pi^4} \zeta(3) \right) \left(1 - \frac{T}{T_{C0}} \right) \right), \quad (12)$$

$$H_{C2}/H_C = \sqrt{2} \kappa \left(1 + 0.391 \left(1 - \frac{T}{T_{C0}} \right) \right), \quad (13)$$

がえられる。

$$\text{ここで} \quad \kappa = \frac{3m}{2\pi^2 e \tau_{rr}} \left(\frac{2\pi m}{p_0^s} 7\zeta(3) \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (14)$$

$$H_C = \sqrt{\frac{2mp_0}{\pi}} A_{00} \left(1 - \frac{2}{3} \left(\frac{\pi T}{A_{00}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad T \ll A_{00}$$

$$= 4T_{c0} \sqrt{\frac{\pi m p_0}{7\zeta(3)}} \left(1 - \frac{T}{T_{c0}}\right) \left(1 - \left(1 - \frac{31\zeta(5)}{(7\zeta(3))^2}\right) \left(1 - \frac{T}{T_{c0}}\right)\right),$$

$$T \cong T_{c0} \quad (15)$$

の式を用いた。

$T \cong T_{c0}$ の時の H_{c2}/H_c は G-L 方程式からみちびかれるものと一致している。重要なことは、上の結果は Shapoval の得たものと非常にことなることである。この不一致は $T=0$ の時に特に大きく、Shapoval によれば、

$$\left. \frac{H_{c2}}{H_c} \right|_{T=0} = 3.03\kappa \quad \text{となつてゐる。この原因は } \tilde{K}(q) \text{ が } T=0 \text{ の近くでは } q \text{ につ$$

いて singular になるため準古典近似が破綻するためではないかと思われる。

同様のことは Gor'kov のとりあつかいについても云える。

3° 上のやり方は Pauli term を考慮した場合にも簡単に拡張できる。実際ある種の超伝導体では Pauli term によつて相転移がおこると考えられている。この効果は μ を Bohr magneton とするとき $\omega_n \rightarrow \omega_n + i\mu H$ の操作で上の形式に入れることができる。⁹⁾

$$\left\{ \ln\left(\frac{T}{T_{c0}}\right) + f_0\left(\frac{i\mu H}{2\pi T} - \frac{\tau_{\tau\Gamma} v^2}{12\pi T} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - 4e^2 H^2 x^2\right)\right) \right\} A(x) = 0, \quad (16)$$

ここに

$$f_0(z) = \operatorname{Re} \left\{ \phi\left(\frac{1}{2} + z\right) - \phi\left(\frac{1}{2}\right) \right\} \quad \text{で}$$

このとき H'_{c2} は

$$-\ln\frac{T}{T_{c0}} = \operatorname{Re} \left\{ \phi\left(\frac{1}{2} + \frac{i\mu H}{2\pi T} + \frac{\tau_{\tau\Gamma} v^2}{6\pi T} eH\right) - \phi\left(\frac{1}{2}\right) \right\}, \quad (17)$$

から求められる。

i) $T \ll T_{c0}$

$$\ln\left(\frac{2H}{4_{00}} \sqrt{\left(\frac{e\ell v}{3}\right)^2 + \mu^2}\right) = -\frac{2}{3} \frac{\pi T}{\Delta_{00}} \frac{1 - \left(\frac{3\mu}{e\ell v}\right)^2}{1 + \left(\frac{3\mu}{e\ell v}\right)^2}, \quad (18)$$

$$\ell = \tau_{\tau\Gamma} v$$

真木和美

これを解いて

$$H'_{c2} = \frac{4_{00}}{2} \left(\left(\frac{e\ell v}{3} \right)^2 + \mu^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \left\{ 1 - \frac{2}{3} \left(\frac{\pi T}{4_{00}} \right)^2 \frac{1 - \left(\frac{3\mu}{e\ell v} \right)^2}{1 + \left(\frac{3\mu}{e\ell v} \right)^2} \right\}, \quad (19)$$

がえられる。特に $T=0$ のとき (9) 式の H_{c2} を用いると

$$H'_{c2} = \frac{H_{cp}^* H_{c2}}{\sqrt{H_{cp}^{*2} + H_{c2}^2}}, \quad H_{cp}^* = \frac{4_{00}}{2\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} H_{cp} \quad (20)$$

のようにかくこともできる。

ii) $T_{c0} - T \ll T_{c0}$

$$-\ln t = \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{\tau_{rr} v^2}{6\pi T} eH \right) + 7\zeta(3) \left(\frac{\mu T}{\pi T} \right)^2, \quad (21)$$

したがって T_{c0} の近くでは Pauli paramagnetism の影響は無視できる。

(20) 式に関連して興味あるのは Π で示されるように

$\mu > \mu_c = \frac{e\ell v}{3} \left(1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \right)$ のような μ に対しては $T=0^0 K$ で相転移の次数が一次になることである。したがって $\mu > \mu_c$ の時には (20) 式を用いることはできなくなる。

終りにいろいろ興味ある議論をしていただいた恒藤さんに感謝します。

文 献

- 1) L.P. Gor'kov, JETP 36, (1959) 1918 & 37, (1959) 833.
- 2) L. Tewordt, Phys. Rev. 132, (1963) 595.
- 3) T. Tsuzuki, 物性研究 1, (1964) 289.
- 4) Y. Nambu and S.F. Tuan, Phys. Rev. 128, (1962) 2622.
- 5) L.P. Gor'kov, JETP 34, (1958) 735.
- 6) E.A. Shapoval, JETP 41, (1961) 877.
- 7) A.A. Abrikosov, JETP 32, (1957) 1442.
- 8) R. Werthamer, Phys. Rev. 132, (1963) 2440.
- 9) K. Maki and T. Tsuneto (to be published.)