

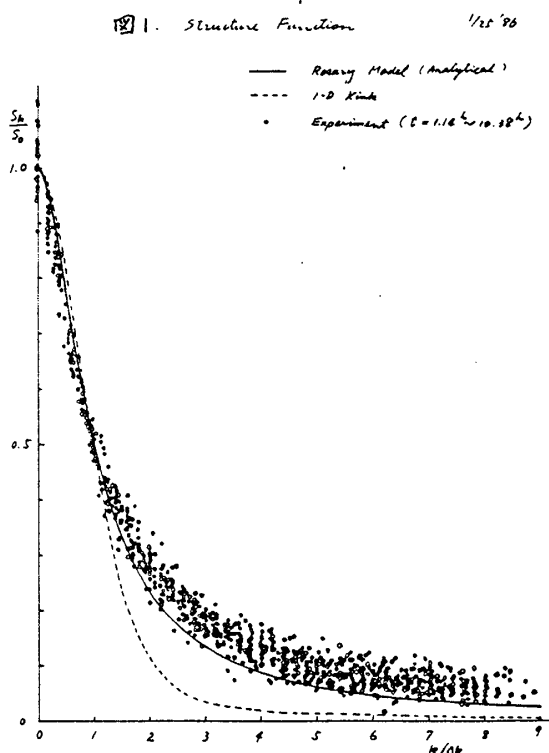
ほとんど平らな界面のダイナミクス

九大・理 川崎恭治
九州英立大・工 長井達三

先に、われわれは引力相互作用を持つ一次元キンク系のダイナミクスを研究した。^(1,2) その目的は、層状イジング磁性体 ($Rb_2Co_{0.7}Mg_{0.3}F_4$) の秩序化の様子を捕えた中性子散乱実験 (池田, 1983)³⁾ を説明することであった。われわれの理論は、“秩序領域 (ドメイン) が対数的に成長する” という実験事実を再現し、それが指数関数型の引力相互作用に由来するものであることを明らかにした。この理論のもう一つの大事な結果は、散乱構造関数 $S_K(t)$ が次の式の様にスケールされることである。

$$S(K\bar{z}(t)) = S_K(t) / S_{K=0}(t) \quad (1)$$

ただし、 K は秩序化が進む方向を向く一次元波動ベクトル、 $\bar{z}(t)$ は時間 t に依存する平均ドメイン・サイズである。最近、池田は更に綿密な実験を行って、式 (1) を確かめた。⁴⁾ その結果を図 1 に白マールで示す。横軸は半値巾 $\Delta K \sim \bar{z}(t)^{-1}$ でスケールしてある。



実験点は、試料の温度を転移点の上から急冷して下の温度に保ち、約 1 時間から 10 時間の間に取りられた。各時間での測定点は全体にランダムにばらついている。

このことは、 S が $K\bar{z}(t)$ のユニバーサル関数で、式 (1) のように、よくスケールされることを表わしている。

一方、われわれの一次元キンク系の理論は、図 1 の点線で示される散乱構造関数を与える (長井・川崎, 1986)。⁵⁾ 明らかに、 $K\bar{z}(t) \sim 1$ の領域で大きく食い違っている。対数成長則および散乱構造関数のスケール性は両者で一致している。

しかし、スケール関数の形が一致しないのは何故か? これがこの報告の主題である。

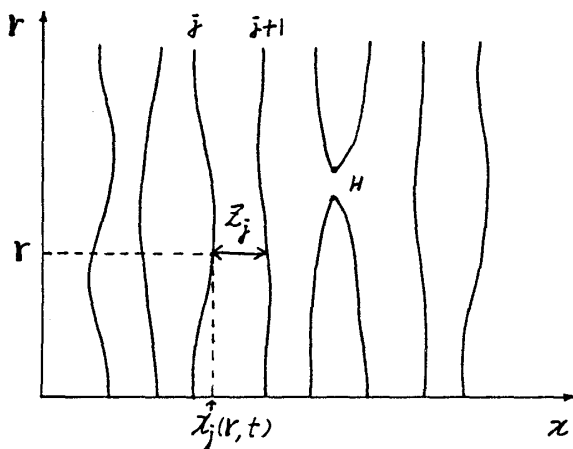
上述の一次元キンク系は、完全に平らな界面系のモデルである。他方、 $Rb_2Co_{0.7}Mg_{0.3}F_4$ は不純物 Mg を含んでいるので、層内で完全な秩序を速やかに作るのは難しい。そのうえ、転移点に近いので層内で

も臨界揺動が大きい。 これらの事実は、“界面は完全に平らではなく、波を打っていて、一次元性からずれている” ということを暗示している。 この波打ちの効果は、先の一次元キンフ系の結論をどのように変えるだろうか？ これを調べるために、次のようなキンフの運動方程式に曲率に比例する項を付け加える：

$$\frac{\partial}{\partial t} z_j(r, t) = v \left[e^{-z_j(r, t)/\xi} - e^{-z_{j-1}(r, t)/\xi} \right] + D \frac{\partial^2}{\partial r^2} z_j(r, t) \quad (2)$$

ここで、 $z_j(r, t) \equiv z_{j+1}(r, t) - z_j(r, t)$ 。 図2に示すように、ほとんど平らな界面系を考える。 界面はx方向に並び、それに直角r方向に波を打つ。 $z_j(r, t)$ はj番目の界面の点rでのx座標である。

図2 界面系



D, v , および ξ は正の定数で、それぞれ、曲率力、引力相互作用の係数、および界面の厚みである。

式(2)の右辺第二項は、平らな界面を作るように働き、第一項はそれを破壊し波状の界面を作るように働く。 つまり、平らな界面は、ある長さ $\lambda(t)$ より長い波長の波打ちに対して不安定である。 $\lambda(t)$ は、二つの項が同じオーダーになるr方向の長さであるから

$$\lambda(t) \sim \sqrt{\frac{D\xi}{v}} e^{\bar{z}(t)/2\xi} \quad (3)$$

と求まる。 ここで、 $\bar{z}(t)$ は、系全体にわたって平均した、x方向のドメイン・サイズである。 充分時間が経てば、界面は消滅して $\bar{z}(t)$ は大きくなるので、 $\lambda(t)$ は $\bar{z}(t)$ に比べて非常に大きくなり得る。 従って、一見、この系を完全な平面系と見なしてもよいように思える。 しかしながら、条件によっては界面の消滅の仕方によって新しい側面が現われ、そう見せたい、ということになる。 今、隣り合う二つの界面の一部(長さ $\lambda(t)$ 程度)が接触したとすると、その部分の界面は消滅し空孔(図2のH)が空く。 その空孔は、界面エネルギーを小さくするためにある速度 u ほど平面のすべての方向に広がって行く。 u が引力相互作用による速度 v に比べて充分小さければ、この系を完全な平面系と見なしてもよい。 しかし、 u が v に比べて非常に大きければ、新しい側面が現われる。 即ち、一つの空孔が急速に大きくなって、その隣り合う二つの界面を完全に消滅させてしまう。 最初に空孔ができた部分以外の大部分は、どんなに離れていても消滅せられる。 最初の空孔の発生は、引力による一次元キンフの消滅(内的消滅)であるが、それがr方向に広がることによる消滅(外的消滅)は多次元性を反映した新しい

側面である。

上述の新しい消滅の機構は、どんな新しい結果をもたらすだろうか？ 今、直径 $\lambda(t)$ の方向に伸びた円柱の領域に注目する。 这其中では、界面は平らと考えてよい。
この円柱領域の外で、空孔が発生し、その拡大によって、この円柱内で外的消滅が起きたとすると、ドメインサイズの規格化された分布関数 $g(z, t)$ は、次式に従って変化すると考えられる。

$$\frac{\partial}{\partial t} g(z, t) = \Gamma(t) \left\{ -g(z, t) + \int_0^\infty \int_0^\infty g(z', t) g(z'', t) g(z - z' - z'', t) \right\} \quad (4)$$

ただし、 $g(z, t) \equiv 0$, $z < 0$. 右辺の第一項は損失を、第二項は利得を表わす。分布を変えるものは、外的消滅であるから、消滅するドメインはサイズに依らない。 $\Gamma(t)$ は単位時間当りに起る外的消滅の回数で、内的消滅の割合 $\bar{z}(t)^{-1} \exp[-\gamma \bar{z}(t)/\xi]$, (γ は正の定数)¹⁾ と直径 $\lambda(t)$ の円柱領域の密度 $\lambda(t)^{-(d-1)}$, (d は空間次元) の積で与えられる：

$$\Gamma(t) \sim \frac{1}{\bar{z}(t)} e^{-\bar{z}(t)/\psi \xi} , \quad (\psi \text{ は正の定数}) \quad (5)$$

今、(4) 式が次の形のスケール解を持つことを要請する。

$$g(z, t) = \frac{1}{\bar{z}(t)} g^*\left(\frac{z}{\bar{z}(t)}\right) \quad (6)$$

そうすると、スケール方程式の係数として出てくる

$$\beta \equiv \Gamma(t) \bar{z}(t) / \frac{d \bar{z}(t)}{dt} \quad (7)$$

は定数でなければならぬ。その結果、スケール関数は次のように求まる。

$$g^*(x) = (2\pi x)^{-1/2} e^{-x/2} \quad (8)$$

このスケール関数は、 $x \sim 1$ の領域で、一次元ギンク系のもので食違いが大いである。²⁾ 後で見えるように、このことは、 $K \sim \bar{z}(t)^{-1}$ での $S_K(t)$ の様子を変え、理論と実験とのギャップを埋める。一方、成長則は β が定数であることから、(5) 式と (7) 式から次のようになる。

$$\bar{z}(t) \sim \psi \xi \ln t \quad (9)$$

これは正に一次元キンフ系と同じ対数成長則である。これらのことから、“系の成長は内的消滅によって支配されるが、ドメイン・サイズの分布は外的消滅によっている”と言うことができる。

(4)式が示すように、ドメイン間の相関はゼロ。故に、相関を無視して、散乱構造関数を求めると、(1)式で定義されたスケール関数は(8)式を使用して次のようになる。¹⁾

$$\mathcal{S}(K\bar{z}(t)) = \frac{8}{(\lambda+1)^{3/2}[(\lambda+1)^{1/2} + 2^{1/2}]} \quad (10)$$

$$\lambda \equiv \{1 + [2K\bar{z}(t)]^2\}^{1/2}$$

これを図1に実線でプロットする。それは、 $K\bar{z}(t) \sim K/\Delta K \sim 1$ の領域でも、よく実験結果と一致している。このことは、“層状イジング”磁性体 $Rb_2Co_{0.7}Mg_{0.3}F_4$ での秩序化は、層内秩序が完全にできてから、層間秩序が進むのではなく、層内秩序は不完全で波を打っている状態のまま層間秩序ができて行く”ということを示している。

文 献

- 1) K. Kawasaki and T. Nagai, *Physica* 121A (1983) 175.
- 2) T. Nagai and K. Kawasaki, *Physica* 120A (1983) 587.
- 3) H. Ikeda, *J. Phys.* C16 (1983) 3563.
- 4) H. Ikeda, 発表予定 (1986).
- 5) T. Nagai and K. Kawasaki, 発表予定 (1986).
- 6) T. Nagai and K. Kawasaki, *Physica* A (1986).