

自然強風に対する長大橋梁の空力不規則 応答特性に関する研究

白石成人・松本 勝・小川哲治・加藤 隆

A STUDY ON AERODYNAMIC RESPONSE CHARACTERISTICS OF LONG SPAN SUSPENSION BRIDGES SUBJECTED TO RANDOM GUST

By *Naruhito SHIRAISHI, Masaru MATSUMOTO,*
Tetsuji OGAWA and Takashi KATOH

Synopsis

In order to evaluate aerodynamic responses of various types of cross sections applied for long-span suspension bridges, an approximate form of aerodynamic system functions is presented in this paper.

The aerodynamic system function is defined here as a generalized form of frequency dependent transformation function between fluctuating gust and resulting aerodynamic forces of lift and pitching moment. An advantage is particularly illustrated to employ the time history analysis for wind-induced buffeting responses subjected to strong natural gusts, which is considered to feature non-stationary characteristics. Experimental results are also illustrated and compared with numerically evaluated responses of typical cross sections of long-span suspension bridges.

1. ま え が き

1940年の米国の旧タコマナロウズ橋の落橋事故を契機として橋梁の耐風性状に関する数多くの実験的研究がおこなわれ、フラッター振動現象等の破壊的な大振幅空力振動現象に対しては比較的安全な断面形状が採用されるに至っている。しかしながら近年、施工技術、溶接技術の進歩、構造材料強度の向上ならびに電子計算機の大形化によって橋梁の径間が長大化され、構造形式が *flexible* になるに伴って、小振幅の繰返し振動による各種構造部材の疲労さらには走行車両の安全性、快適性等の問題がクローズアップされてきている。こうした問題は、空力的には自然風の乱れに起因する空力不規則振動や渦励振動によってもたらされるものと考えられるが、さらにこれらの振動現象が比較的低風速領域で生じる点については十分な配慮が払われなければならないものと考えられる。従来より自然風の乱れに起因する空力不規則振動現象（パフティング）の研究は *A. G. Davenport* の研究¹⁾ に代表されるように周波数軸における統計的手法が用いられ、極値分布理論による最大応答期待値を求めるという定常統計確率解析の形で行われてきた。これに対し、長大吊橋のような長周期振動系（例えば現在計画中の本州四国連絡橋の中には鉛直たわみ振動の最低次モードの固有振動周期が約 15sec という長周期橋梁も含まれている）に台風等のようにその風速あるいは風向に強い非定常性がみられる強風が作用するときには、その応答解析は必ずしも定常統計解析だけでは不十分であり、その非定常性を知るうえでも時間軸での過渡応答解析によっても併せて検討されるのがより妥当であると考えられる。本研究は、この時間領域における過渡応答解析の問題においてその評価が重要となる、風速から空気力へ変換する構造断面固有の関数（空力システム関数）に注目し、風洞実験によっていくつかの橋梁基本断面の空力システム関数を求め、それについて若干の考察を加えるものである。

2. 二次元空力システム関数

周期的に変動する二次元気流とそれによって二次元構造断面に作用する変動空力とを関連づける無次元周波数関数を二次元空力システム関数と呼ぶ。本研究では、入力として w (鉛直変動風速) のみに注目し、主流方向変動風速はその影響が小さいものとして無視した。(これは準定常的に考えると w は u (主流方向変動風速) に比べて相対迎角に直接、より大きく影響し、本研究で対象とする構造断面については迎角 0° 付近で $dC_F/d\alpha \gg C_F$, $|dC_M/d\alpha| \gg |C_M|$ であることにより, u の影響は w のそれに比し, 近似的に無視できるものと考えられるという理由による) また, 変動空力としては揚力およびピッチングモーメントに注目した。以上のことからこの無次元周波数関数(二次元空力システム関数)を次式のように定義する。

$$L_f = \frac{dC_F}{d\alpha} \rho b \bar{U} w_0 e^{i\omega t} \phi_L(k) \quad \dots\dots\dots(2. 1)$$

$$M_f = \frac{dC_M}{d\alpha} \rho b^2 \bar{U} w_0 e^{i\omega t} \phi_M(k) \quad \dots\dots\dots(2. 2)$$

ただし L_f, M_f ; 周期的鉛直変動風速による単位スパン長当りの揚力およびピッチングモーメント

$dC_F/d\alpha, dC_M/d\alpha$; 揚力およびピッチングモーメントの静的空力係数勾配

ρ ; 空気密度, b ; 断面半弦長, w_0 ; 鉛直変動風速の振幅, ω ; 変動気流の円振動数, t ; 時間, k ;

換算振動数 ($=b\omega/\bar{U}$),

$\phi_L(k), \phi_M(k)$; 揚力およびピッチングモーメントに関する空力システム関数

従来より, $W. R. Sears^{2)}$ により薄平板や薄翼の場合の空力システム関数は, **Fig. 1. 1** に示したようにその空間的および時間的な座標原点を弦中央点にとって, 次式のような $Sears$ 関数として求められている。

$$L_f = 2\pi \rho b \bar{U} w_0 e^{i\omega t} S(k) \quad \dots\dots\dots(2. 3)$$

ただし $S(k)$; $Sears$ 関数, $dC_F/d\alpha \approx 2\pi$

一方, $R. T. Jones^{3)}$ は薄平板が *Sharp Edge Gust* をうけた場合の空力力の過渡特性を表わす $Küssner$ 関数の近似として空間的および時間的な座標原点を **Fig. 1. 2** に示したように断面の *Leading Edge* にとって次式のような *Indicial Response Function* を提案している。

$$\psi_L(\tau) = 1 - 0.500e^{-0.13\tau} - 0.500e^{-\tau} \quad \dots\dots\dots(2. 4)$$

ただし τ ; 無次元時間 ($=\bar{U}t/b$), $\psi_L(\tau)$; 近似 $Küssner$ 関数

ところで一般に構造断面が不規則鉛直変動風速の作用をうけたときの変動空力は, それぞれ次式のように空力衝撃応答関数 $h_L(\tau), h_M(\tau)$ を用いた *Duhamel* 積分によって求められる。

$$L_f(\tau) = \frac{dC_F}{d\alpha} \rho b \bar{U} \int_0^\tau h_L(\tau-\tau^*) w(\tau^*) d\tau^* \quad \dots\dots\dots(2. 5)$$

$$M_f(\tau) = \frac{dC_M}{d\alpha} \rho b^2 \bar{U} \int_0^\tau h_M(\tau-\tau^*) w(\tau^*) d\tau^* \quad \dots\dots\dots(2. 6)$$

$$\text{ただし } h_L(\tau) = \frac{d\psi_L(\tau)}{d\tau} + \psi_L(0) \quad \dots\dots\dots(2. 7)$$

$$h_M(\tau) = \frac{d\psi_M(\tau)}{d\tau} + \psi_M(0) \quad \dots\dots\dots(2. 8)$$

一方 *Sharp Edge Gust* が構造断面の *Leading Edge* に到着した瞬間, すなわち $\tau=0$ では空力は0であるから, *Indicial Response Function* $\psi_L(\tau), \psi_M(\tau)$ はともに $\tau=0$ において0と考えてもさしつかえない。したがって

$$h_L(\tau) = \frac{d\psi_L(\tau)}{d\tau} \quad \dots\dots\dots(2. 9)$$

$$h_M(\tau) = \frac{d\psi_M(\tau)}{d\tau} \quad \dots\dots\dots(2.10)$$

が成立し, 空力衝撃応答関数は *Indicial Response Function* の τ に関する一階微分形で与えられる。ところで

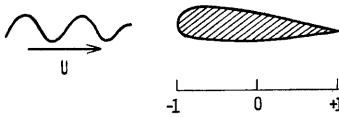


Fig. 1.1

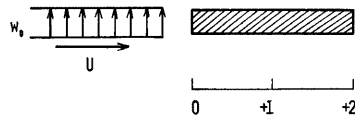


Fig. 1.2

R. T. Jones の近似式を用いれば 式 (2.9) より薄平板の揚力に関する空力衝撃応答関数 $h_L(\tau)$ は

$$h_L(\tau) = ae^{-b\tau} + ce^{-d\tau} \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

$$a=0.5, \quad b=1.0, \quad c=0.065, \quad d=0.13 \quad \dots\dots\dots (2.11)'$$

のように 2 種類の指数関数の和として求められる。

ここで薄翼や薄平板に限らず一般の構造断面についての空力衝撃応答関数 $h(\tau)$ をできるだけ簡単な形で表すために、*R. T. Jones* の近似式、式 (2.11) と同様に 2 種類の指数関数の和として表わせると仮定する。ただし、係数 a, b, c, d は当然、翼断面とは異なり、構造断面形状特有の値を有するものとする。また、この無次元時間 $\tau=0$ は、*Sharp Edge Gust* が断面の *Leading Edge* に到着した瞬間にとられている。このとき *Indicial Response Function (Equivalent Küssner Function)* $\psi(\tau)$ は

$$\psi(\tau) = \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) - \left(\frac{a}{b}\right)e^{-b\tau} - \left(\frac{c}{d}\right)e^{-d\tau} \quad \dots\dots\dots (2.12)$$

ただし $b>0, d>0$

のように表わせる。一方、式 (2.1) (2.2) で定義された空力システム関数 $\phi_L(k), \phi_M(k)$ は式 (2.9) (2.10) のフーリエ変換として定義されることから、これらの空力システム関数は係数 a, b, c, d を用いてつぎのように求めることができる。

$$\phi(k) = \phi_R(k) + i\phi_I(k) = \left\{ \frac{ab}{k^2+b^2} - \frac{cd}{k^2+d^2} \right\} - i \left\{ \frac{ak}{k^2+b^2} + \frac{ck}{k^2+d^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.13)$$

ただし $\phi_R(k); \phi(k)$ の Real Part

$\phi_I(k); \phi(k)$ の Imaginary Part

ところで $\tau \rightarrow \infty$ のときには *Sharp Edge Gust* は空間的に、 $-\infty$ より $+\infty$ まで分布することになり、空気力は準定常値を示し、*Indicial Response Function* $\psi(\tau)$ は 1.0 に漸近する。これは式 (2.12) において $\tau \rightarrow \infty$ のとき

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \psi(\tau) = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 1.0 \quad \dots\dots\dots (2.14)$$

という条件に置換することができるから、この条件を考慮して空力衝撃応答関数 $h(\tau)$, *Indicial Response Function* $\psi(\tau)$, 空力システム関数 $\phi(k)$ はそれぞれ次式のように 3 つの係数 a, b, d を用いて表わすことができる。

$$h(\tau) = ae^{-c\tau} + \frac{d}{b}(b-a)e^{-d\tau} \quad \dots\dots\dots (2.15)$$

$$\psi(\tau) = 1 - \left(\frac{a}{b}\right)e^{-b\tau} - \left(1 - \frac{a}{b}\right)e^{-d\tau} \quad \dots\dots\dots (2.16)$$

$$\phi_R(k) = \frac{ab}{k^2+b^2} - \frac{d^2}{b}(b-a) \frac{1}{k^2+d^2}, \quad \phi_I(k) = -\frac{ak}{k^2+b^2} - \frac{d}{b}(b-a) \frac{k}{k^2+d^2} \quad \dots\dots\dots (2.17)$$

$$|\phi(k)| = [\phi_R(k)^2 + \phi_I(k)^2]^{1/2} = \left\{ \frac{\xi^2(AD-A-D)^2 + D^2}{(\xi^2+1)(\xi^2+D^2)} \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (2.18)$$

$$\text{ただし} \quad \xi = \frac{k}{b}, \quad A = \frac{a}{b}, \quad D = \frac{d}{b}, \quad a>0, b>0, d>0 \quad \dots\dots\dots (2.19)$$

いまこれら3種類の係数 a, b, d に代り, $A\left(=\frac{a}{b}\right), D\left(=\frac{d}{b}\right)$ をパラメトリックに変化させることによって求められるさまざまな (A, D) の値の組合せから, 空力衝撃応答関数 $h(\tau)$, *Indicial Response Function* $\psi(\tau)$ および空力システム関数の絶対値 $|\phi(k)|$ の代表的な関数形状の組合せをそれぞれ大きく7つのタイプに分類したものが Fig. 2 に示したパターンである。一方 Fig. 3 は Fig. 2 に示された各関数固有の形状を保有しうる, いいかえれば数学的に等価な条件をもつ (A, D) の値の存在領域を直交座標系 A, D に示したものである。従来, 風洞実験から, 例えば空力システム関数の近似曲線を, 数値解析のときに必要となる数式として求めることが困難であった。したがってこれら2つの図は, 比較的容易にパラメータ a, b, d の値を探ることができるという点で工学的に有用であると考えられる。

ところで, 風洞内に典型的な *Sharp Edge Gust* をつくるのが困難であるために空力衝撃応答関数や *Indicial Response Function* を実験的に求めることはきわめてむずかしいといえる。したがって本研究では, 風洞内に2次元 *Sinusoidal Wave* に比較的近い周期的変動気流を発生させ, 変動空力を測定することによ

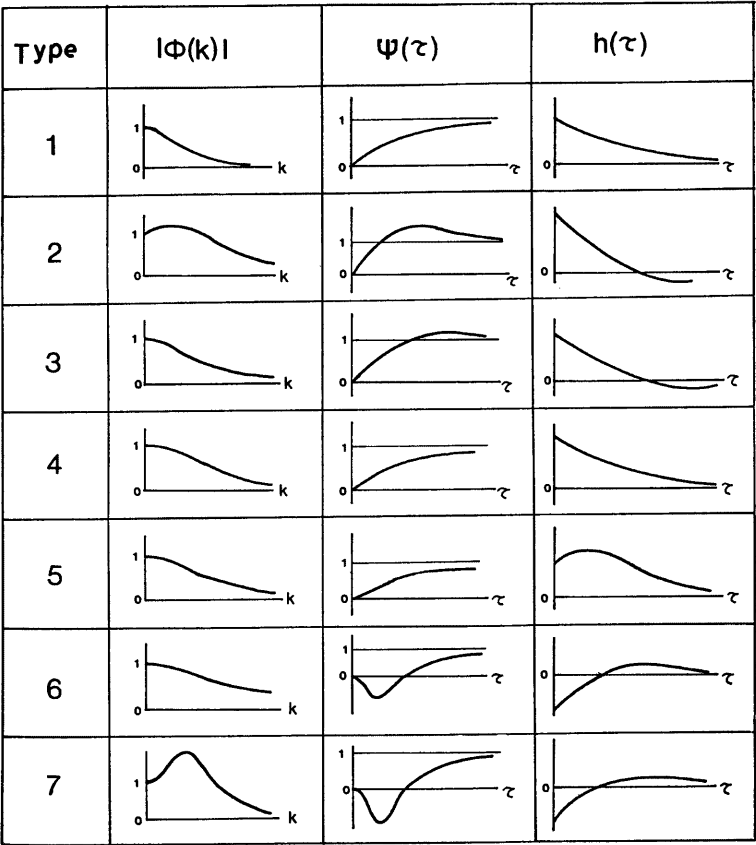


Fig. 2. Typical shapes classified aerodynamic transfer functions.

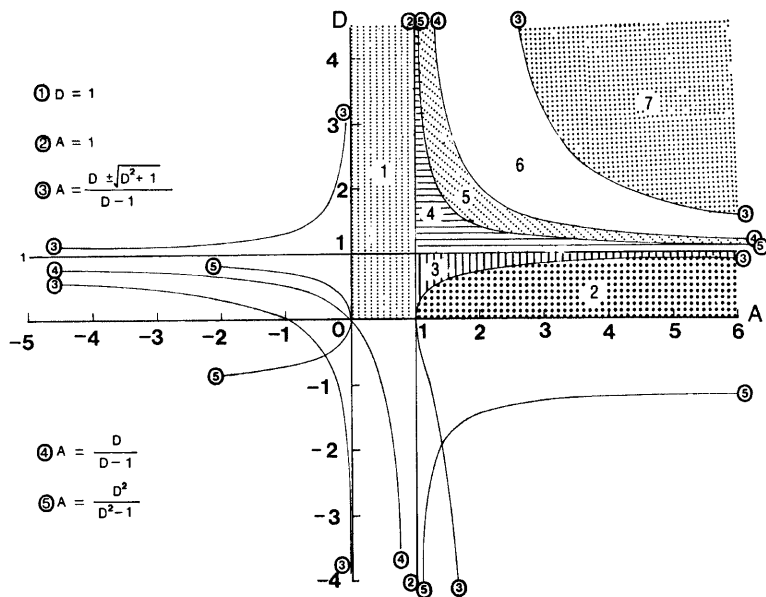


Fig. 3. Regions of A, D indicating the characteristics of aerodynamic transfer function

て求められる周波数関数としての空力システム関数 $\phi(k)$ に注目し、各種構造断面に対する係数 (a, b, d) を推定した。

3. 風洞実験

3.1 実験目的

本実験の目的は、自然風に対する長大橋梁の動的応答を推定する一段階として、鉛直変動風速とそれによって発生する変動空気力（揚力およびピッチングモーメント）とを関連づける空力システム関数を各種構造断面について風洞実験によって推定するとともに、その関数形状の特徴をとらえ、数値計算への適用に関して若干の考察を試みるものである。

3.2 実験装置および測定器具

(1) 風洞

使用した風洞は京都大学工学部土木工学教室に設置された吸い込み式エッフェル型であり、風速は $0 \sim 20$ m/sec にわたり連続的に変化させることができる。測定断面は高さ 1.5 m、幅 2.5 m であり、測定長は 8 m の閉鎖型である。

(2) 変動気流発生装置

二次元周期的変動気流は模型の Leading Edge から上流 1.5 m に設置した 2 枚の NACA0012 型（それぞれスパン長 93 cm、幅員 30 cm、間隔 30 cm）に油圧式加振機により正弦波的に強制捩れ振動を与えることにより発生させた。また不規則波の場合には、この 2 枚翼に不規則捩れ振動を与えた。さらに他の方法とし

て模型上流部に、1 : 2 矩形断面模型（スパン長 93 cm, 断面 30 cm×15cm）を設置し、この物体より放出される周期渦を利用した。

(3) 風速測定器具

変動気流の測定には、2 成分熱線風速計（KANOMAX 21-1311 型）を用いた。

(4) 空気力測定器具

変動空気力（揚力、ピッチングモーメント）測定にはロードセル（日章電機 KK 製, LMC 3501-0.5）を用いた。

(5) その他

- ローパスフィルター
- D. C. アンプ
- データレコーダー
- シンクロスコープ
- ペン書きレコーダー

(6) Model

対象としたモデルの断面形状は、Fig. 4 に示すように NACA 0012 型薄翼断面（model A）、逆梯形断面＜BT＞（model B）、H 型断面＜桁高は弦長の 1/10＞（model H）、トラス断面（model T）および耐風実験橋に用いられた断面（model LTA, LTB）の計 6 種類である。これらのモデルの寸法ならびにそれぞれの迎角 0° における揚力およびピッチングモーメントの静的空気力係数勾配値を Table 1 に示す。また実験風景の 1 例を Photo. 1 に示す。

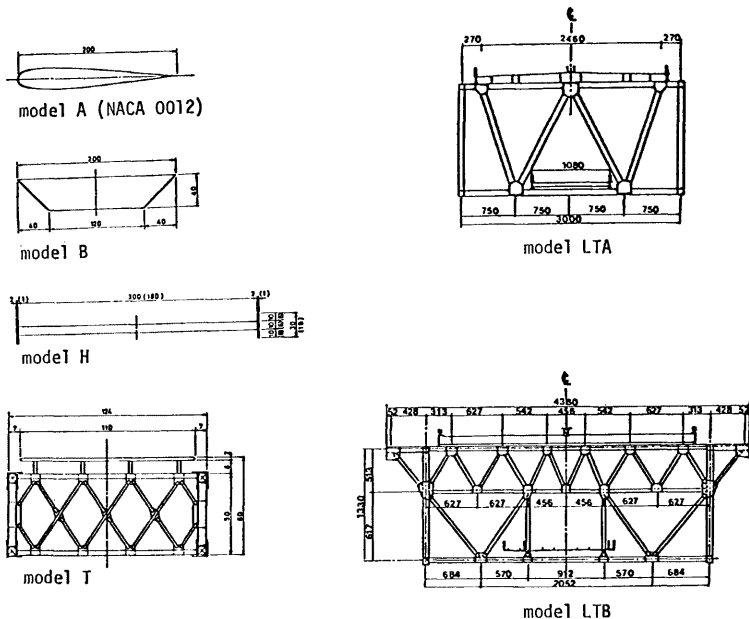


Fig. 4. Cross sections of models used in this study.

Table 1. Dimensions and in inclinations of aerostatic force coefficients of models

	Symol	unit	A	B	H	T	LTA	LTB
Length	l	m	0.40	0.50	0.50	0.42	8.00	8.03
Half chord length	b	m	0.10	0.10	0.09	0.055	3.42	3.00
Inclination of lift force coefficient	$dC_F/d\alpha$	—	4.33	5.29	10.50	4.08	4.20	$\frac{4.73}{4.96}$
Inclination of pitching moment coefficient	$dC_M/d\alpha$	—	—	0.611	-0.269	0.950	—	—

3.3 実験結果

得られた空力システム関数の絶対値 $|\phi(k)|$ の結果を、揚力について Fig. 5.1 (model A), Fig. 5.2 (model B), Fig. 5.3 (model H), Fig. 5.4 (model T) に、ピッチングモーメントについて Fig. 5.5 (model B), Fig. 5.6 (model H) にそれぞれ示す。これらの図中の○, ●, ●は、それぞれ二次元正弦波に近い気流, Wake 中, および二次元不規則気流中での結果を示すものである。

揚力に関する空力システム関数については Fig.

5.1~Fig. 5.4 に示されるようにトラス断面 (model

T) を除く他の3種の断面については、換算振動数 k の増加にともなって1.0より漸減する特性を示している。特に H 型断面 (model H) にその傾向が強く見うけられる。ところが、トラス断面では、結果にばらつきがあるものの、 k の増加にともなって $|\phi_L(k)|$ の値が1.0より大きくなる傾向がある。

なお、気流特性による結果の相違については、H 型断面で若干見うけられるものの、全体的にはあまり顕著な影響はなかった。

一方、ピッチングモーメントに関する空力システム関数については、BT 断面 (model B) および H 型断面ともに k の増加にともない、ある k 値までは $|\phi_M(k)|$ 値が1.0より大きくなり、その後減少する傾向がみられる。

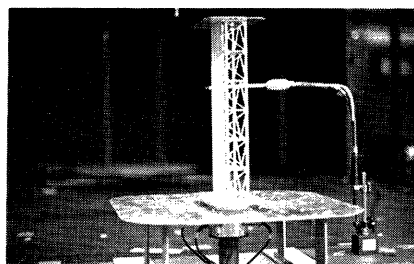


Photo. 1

4. 空力システム関数の近似表現

Fig. 5.1~Fig. 5.6 中の実線は、NACA 0012 薄翼断面 (model A) については R. T. Jones の近似式より求められた $|\phi_M(k)|$ を、その他の断面については近似曲線を、それぞれ示したものである。これらのそれぞれの断面の $|\phi(k)|$ の近似曲線から前述の Fig. 2 および Fig. 3 を用いることによって推定された係数 a, b, c, d 値を Table 2 に、さらにそれぞれの *Indicial Response Function* $\psi(\tau)$ および空力衝撃応答関数 $h(\tau)$ を Fig. 6, Fig. 7 に示す。

まず *Indicial Response Function* について述べると、BT 断面、H 断面の揚力に関しては、R. T. Jones の近似式によく似た特性を示しているが、BT 断面の $\psi_L(\tau)$ の値が薄翼断面の R. T. Jones の近似式に比べ、比較的短時間のうちに準定常レベル1.0に漸近する傾向が見うけられる。これは $|\phi_L(k)|$ の値が k の増加にともない、減少する割合が小さいことに対応している。それに対し、トラス断面の場合は、きわめて短時間で1.0に近づく傾向を示すため、この意味で非常に準定常特性が強いといえよう。

一方、BT 断面および H 型断面のピッチングモーメントに関しては、ある時間内では準定常空気力とは逆の、負のピッチングモーメントが作用することに特徴づけられる。また時間の経過とともに、それぞれ τ

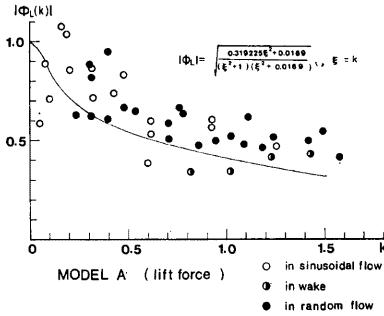


Fig. 5.1

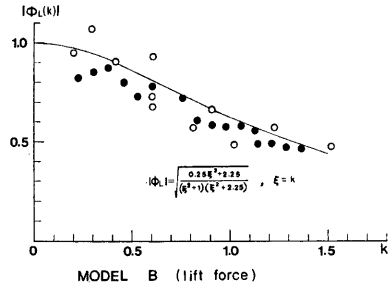


Fig. 5.2

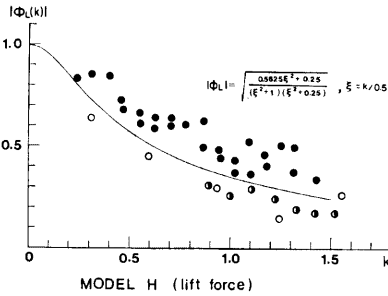


Fig. 5.3

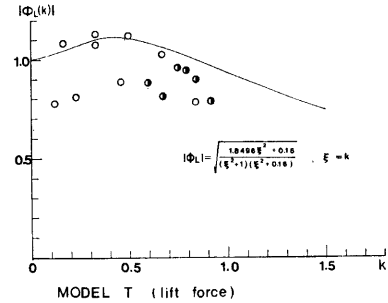


Fig. 5.4

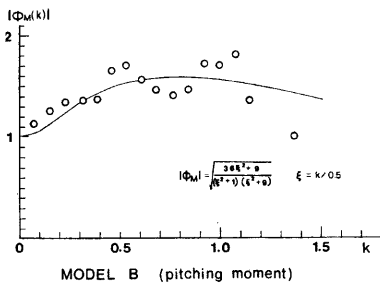


Fig. 5.5

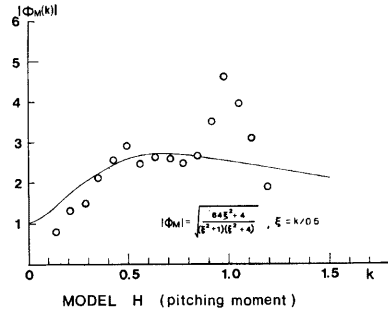


Fig. 5.6

Fig. 5. Aerodynamic admittance functions.

軸を横切ってしだいに準定常レベル($\psi(\tau)=1.0$)に漸近していく。これらの *Indicial Response Function* $\psi(\tau)$ の時間微分係数として定義される空力衝撃応答関数 $h(\tau)$ については当然それぞれの $\psi(\tau)$ の形状に応じて変化しているが、中でもトラス断面の揚力については、*R. T. Jones* の近似式と比較すると、 $\tau=0$ の近傍で大きな正値を示し、以降 τ の増加にともなう、急激に 0 に漸近する強い準定常特性を示すのに対し、*BT* 断面や *H* 型断面のピッチングモーメントについては、 $\tau=0$ の近傍で絶対値の大きな負値を示した後、急激

Table 2. Vibrational characteristics of Model LTA and LTB

		LTA	LTB
Total Weight	W (kg)	3,304	3,238
	W(N)	32,401	31,754
Natural Frequency (vertical def.)	$f_y(\text{sec}^{-1})$	0.230	0.304
	$f_y(\text{Hz})$	0.230	0.304
Logarithmic Damping Decrement	δ_y	0.07	0.04
		0.13	0.07

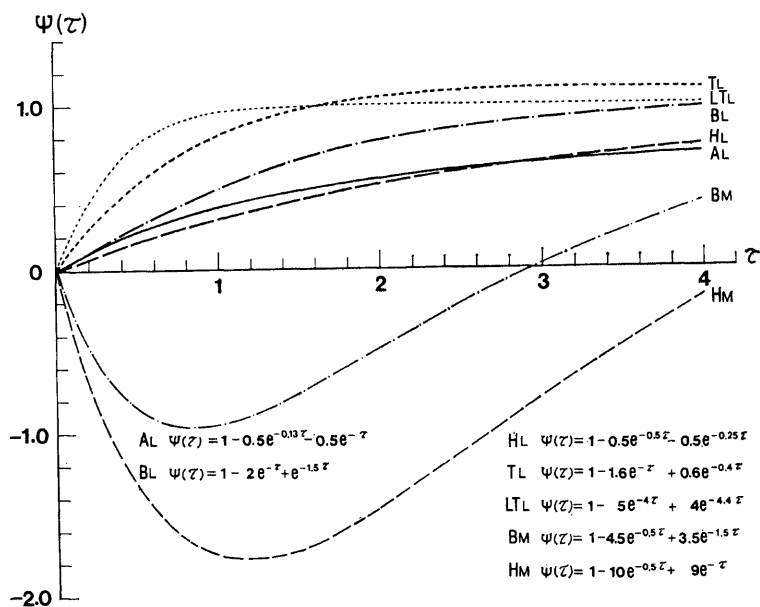


Fig. 6. Aerodynamic indicial / Pitching moment functions.

に増加しつつ τ 軸を横切り、その後かなりの長時間にわたり比較的大きな正値を持続する、時間過渡状態の強い特性を示している。また Fig. 8 は空間および時間の座標原点を弦中央点に設定したときの空力システム関数における $\phi_R(k)$, $\phi_I(k)$ の近似曲線を実験結果とともに示したものであるが、両者には多少の差はみとめられるものの、ほぼよく似た傾向を示していることから近似曲線は位相特性も表現しうるものと考えられる。このように H 型断面や BT 断面では、典型的な剝離流れをとまなう断面であることを考えたとき、ピッチングモーメントと剝離流れの間に何らかの関連性があるように判断されるが、詳細な検討については今後の研究に待ちたい。

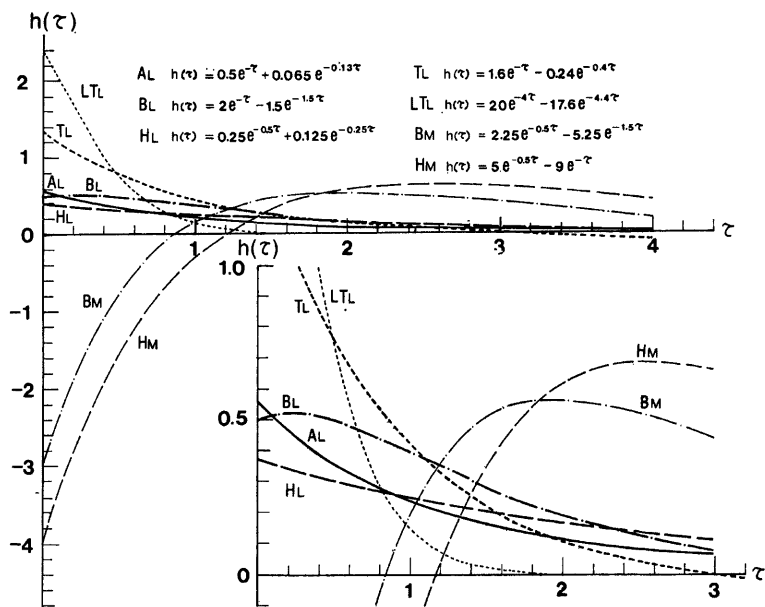


Fig. 7. Aerodynamic impulsive force / Pitching moment functions.

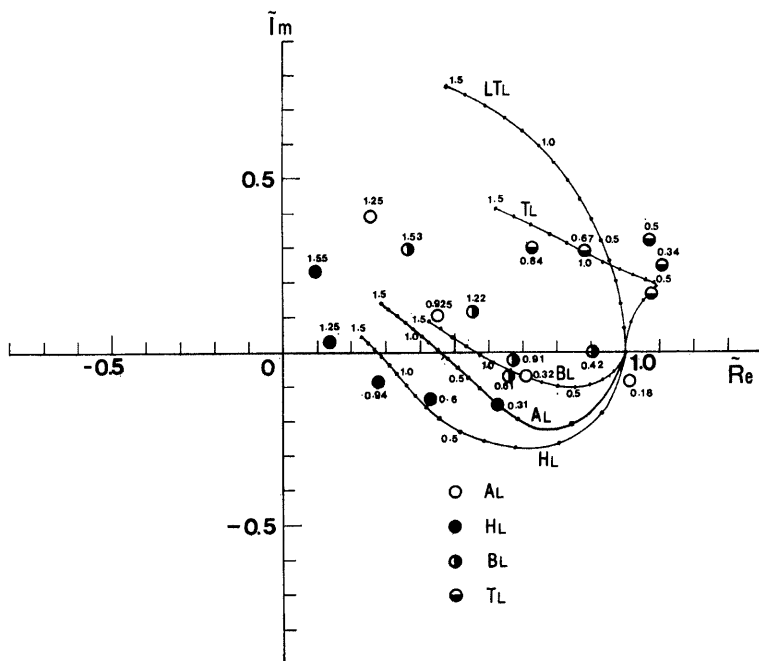


Fig. 8. Phase characteristics of lift admittance functions.

5. む す び

本研究では鉛直変動風速とそれによって生じる変動空気を関連づける空力システム関数に関して、各種断面についておこなった風洞実験から得られた結果について若干の考察をおこなった。

以下、本研究で明らかになった点を列記する。

(1) 空力システム関数は、 H 型断面や逆梯形断面のような剥離をともなう断面形状についても、薄翼断面の結果と傾向に同じ特性を示したのに対し、トラス断面の場合は異なった特性を示し、換算振動数の小さい領域では振動数の増加にともない、システム関数の減少の割合が比較的小さく、準定常特性が強い断面であると考えられる。

(2) H 型断面や逆梯形断面でのピッチングモーメントに関する空力システム関数は固有な特性を示し、概して時間過渡状態の強い断面であると考えられる。

(3) 本研究で対象としたような比較的偏平な構造断面については、各種構造断面の空力衝撃応答関数を独立な3つのパラメータをもつ、2種類の指数関数の和と仮定したとき、空力システム関数の *Real Part* および *Imaginary Part* の関係を近似的に決定した3種類のパラメータを用いて求めた曲線と実験値が比較的一致し、位相特性も追従できた。

なお、本研究で推定された各種タイプの空力システム関数を用いて非定常性の比較強い気流を入力とした場合の鉛直たわみ振動および捩れ不規則振動解析をおこない、従来の定常統計解析結果と対比させるとともに、さらにスパン方向にある相関を有する変動風速をシミュレートし、モデル化された台風等の強風のもとでの実橋の空力ガスト不規則振動を検討することが今後の残された大きな課題といえよう。

参 考 文 献

- 1) Davenport A.G., "A Statistical Approach to the Treatment of Wind Loading of Tall Masts and Suspension Bridges", PhD Dissertation, Univ. Bristol, March, 1961.
- 2) Sears W.R., "Some Aspects of Non-Stationary Airfoil Theory and Its Practical Application, JAS, Vol. 8, No. 3, 1941, pp. 104-108.
- 3) Fung Y.C., "An Introduction to the Theory of Aeroelasticity," John Wiley, New York, 1955.