

C^1 級葉層構造の存在について

東大教養 坪井 俊 (Takashi TSUBOI)

$m+n$ 次元多様体 X 上の余次元 n , C^r 級 ($r \geq 1$) 葉層構造子
は次をみたす $(\{U_\lambda\}, f_\lambda, g_{\lambda\mu})$ で与えられる:

$\{U_\lambda\}$ は X の開被覆,

$f_\lambda: U_\lambda \rightarrow \mathbb{R}^n$ は C^∞ submersion,

$g_{\lambda\mu}: f_\mu(U_\lambda \cap U_\mu) \rightarrow f_\lambda(U_\lambda \cap U_\mu)$ は C^r 級微分同相で,

$f_\lambda = g_{\lambda\mu} f_\mu$ を満たす。

C^r 級 ($r \geq 1$) 葉層構造子に対して、その接束 TX が定まる。

次の結果を得る。

定理. TX の部分束 E を与えた時、 C^1 級葉層構造子で、
 TX が E とホモトープであるものが存在する。

これは、 C^r 級 ($r \geq 2$) 葉層の Bott の消滅定理 [子が余次元
 n , C^r ($r \geq 2$) $\Rightarrow TX/TX$ の特性類 $\in H^i(X; \mathbb{R})$ ($i > 2n$) は零] と

いちじるしい対照を示している。

我々の定理は Haefliger, Mather, Thurston 達の定理により、次の定理に帰着される。(例えば [2], [4] 参照)

定理 $B\overline{\text{Diff}}_c^1(\mathbb{R}^n)$ は acyclic である。

ここで、 $G = \text{Diff}_c^1(\mathbb{R}^n)$ は台がコンパクトな $\mathbb{R}^n$ の C^1 級微分同相群に C^1 位相を入れたものであり、 G^δ を G に離散位相を入れたものとするとき、 $B\overline{G}$ は分類空間の間の自然な写像 $\text{Id} : BG^\delta \rightarrow BG$ のホモトピーファイバーである。 $B\overline{\text{Diff}}_c^1(\mathbb{R}^n)$ は台がコンパクトな C^1 級葉層 $\mathbb{R}^n$ 積の分類空間である。

定理の証明は $G = \text{Diff}_c^1(\mathbb{R}^n)$ の Denjoy-Pixton 可換部分群と C^1 級葉層 $\mathbb{R}^n$ 積のノルムがファイバー方向の相似変換で不変であることを使って $B\overline{G}$ のチェイン複体上で恒等写像と自明写像の間のチェインホモトピーを構成することによりなされる。

§ 1. $\text{Diff}_c^1(\mathbb{R}^n)$ の可換部分群.

$PG = \{f : [0, 1] \rightarrow G ; f(0) = \text{id}\}$ とおく。実際に必要とされるのは、次の性質をもつ準同型 $\Phi_N : \mathbb{Z}^N \rightarrow PG$ である。但し、 N は任意の正整数をとる。

- (i). $\mathbb{R}^n$ の開球 U_k ($k=1, \dots, N$) が存在し、 $\lambda \in \mathbb{Z}^k \times \{0\}^{N-k}$ に対し、 $\overline{\Phi}(\lambda)(U_k)$ は disjoint. 但し、 $\overline{\Phi}(\lambda) = \overline{\Phi}(\lambda)^{(1)}$.
- (ii). $\lambda \in \{0\}^k \times \mathbb{Z}^{N-k}$ に対し、 $\overline{\Phi}(\lambda)$ の台は $\bigcup_{\lambda' \in \mathbb{Z}^n \times \{0\}^{N-k}} \overline{\Phi}(\lambda')(U_k)$ に含まれる。
- (iii). $\lambda \in \mathbb{Z}^N$ に対し、 $\overline{\Phi}(\lambda)|_{U_N}: U_N \rightarrow \overline{\Phi}(\lambda)(U_N)$ は smooth.
- (iv). 次のような定数 C_N が存在する。任意の $\lambda \in \mathbb{Z}^N$, U_N に台をもつ任意の C^1 級ベクトル場 ξ に対し、
- $$|\overline{\Phi}(\lambda)_* \xi|_1 \leq C_N |\xi|_1.$$
- 但し、 $|\cdot|_1$ は C^1 -ノルムである。

注意. $n=1$, すなわち $\mathbb{R}$ 上では、 $\overline{\Phi}$ は Denjoy-Pixton の作用を与える。(いわゆる Denjoy flow が存在するのと同じ理由で存在する作用である。) これは C^1 級微分同相群に特有の現象である。実際、 $\text{Diff}_c^2(\mathbb{R})$ に対しては、 $N \geq 2$ に対して上の(i)を満たす $\overline{\Phi}_N$ は存在しない (Kopell の定理)。

予想. $r \geq 2$, $N \geq n+1$ で 次のような $\overline{\Phi}: \mathbb{Z}^N \rightarrow \text{Diff}_c^r(\mathbb{R}^n)$ は存在しない。 $\exists$ open set U s.t. $\overline{\Phi}(\lambda)(U), \lambda \in \mathbb{Z}^N$ are disjoint.

さて、上のような $\overline{\Phi}_N$ をつくるには、 $\mathbb{R}$ 上のアフィン変換群

を、 $\mathbb{R}$ をコンパクト化した閉区間に、両端で各元的作用が、
 ∞ -tangent となるように拡張したものを使うとよいのだが、
 ここではこれ以上深入りしないことにする。

§ 2. Cubic complex.

$G = \text{Diff}_c^1(\mathbb{R}^n)$ に対し、 $B\bar{G}$ は次のように構成される。

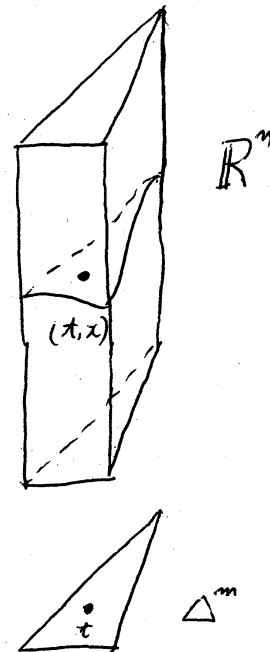
$S_*(G)$ を G の特異単体複体とする。 G は $S_*(G)$ に右から自由に作用する。これは、特異 m 単体 $\sigma: \Delta^m \rightarrow G$, $g \in G$ に対し、 $\sigma g: \Delta^m \rightarrow G$ を $(\sigma g)(t) = \sigma(t)g$ ($t \in \Delta^m$) とすることにより定義される。この G 作用は $S_*(G)$ の境界作用子と可換で、 $S_*(G)/G$ は半単体的複体となる。 $B\bar{G}$ は、これの実現 $|S_*(G)/G|$ として得られる。

$\sigma: \Delta^m \rightarrow G$ は Δ^m 上の華層 $\mathbb{R}^n$ 積子
 を定める。ここで、 σ の $(t, x) \in \Delta^m \times \mathbb{R}^n$
 を通る葉は、

$$\{(u, \sigma(u)\sigma(t)^{-1}(x)); u \in \Delta^m\} \subset \Delta^m \times \mathbb{R}^n$$

である。 σ と σg は同じ華層積を定める。

こうして、 $B\bar{G}$ の m 単体と Δ^m 上の華層 $\mathbb{R}^n$
 積 (C^1 で台が compact なもの) は 1 対 1 に
 対応する。あるいは、このように単体上



の華層積を自然に貼りあわせて $B\bar{G}$ が構成されている。

華層積の台、ノルムについて述べておく。([2],[3]).

有限複体 Y 上の華層 R^m 積子の台、 $\text{Supp } \mathcal{F}$ とは R^m の閉集合 K で「 $Y \times (R^m - K)$ で華層は積華層、すなわち葉は水平である」ようなもののうち最小のもののことである。

$\text{Diff}_c^1(R^m)$ の C^∞ 多様体構造に対し、 C^∞ であるような特異 m 単体 $\sigma: \Delta^m \rightarrow \text{Diff}_c^1(R^m)$ を考える。対応する華層積 $\mathcal{F}_\sigma$ のノルムは、 $\sigma(u)\sigma(v)^{-1}$ の $u=v$ における接写像 $X_u: T_u \Delta^m \rightarrow \mathcal{E}_c^1(R^m)$ (R^m の台がコンパクトな C^1 級ベクトル場のなす空間) のノルムの上限 $\sup_u \|X_u\|$ として得られる。これを $\|\mathcal{F}_\sigma\|$ 又は $\|\sigma\|$ と書く。このノルムはファイバー方向の相似変換で不変である (C^1 級から)。

$B\bar{G}$ のホモロジーは半単体的複体 $S_*(G)/G$ に付随するチェーン複体のホモロジーであるが、我々は、^{正規化した} 立方体的複体 $Q'_*(G)/G$ を使ってこれを計算する。対角線に沿って分割する写像 $Q'_*(G)/G \rightarrow S'_*(G)/G$ が、ホモロジーで全射であることをすぐわかるので、これが自明写像となることを示すのである。さらに $Q'_*(G)/G$ というものを考える。^([3]) これは、singular m -cube を全順序集合 Ω の m 元部分集合 A に対して、 $[0,1]^A \rightarrow G$ となるものとして定める。($\varepsilon=0,1$, $i \in A$ に対し、 $\partial_i^\varepsilon Q: [0,1]^{A-\{i\}} \rightarrow G$ がある) さて、 $Q_i: [0,1]^A \rightarrow G$ ($i \in J$) 可算個の singular cube に対し

$\text{Supp } Q_j = \text{Supp } \tilde{F}_{Q_j} \subset K_j$ で, K_j は interior disjoint としよう。
 Q_j (に対応する葉層積) を寄こあつめた葉層積 $\cup Q_j$ が考えら
 れる。 $\cup Q_j$ は $[0, 1]^A \times K_j$ で $\tilde{F}_{Q_j}$ と一致し, $[0, 1]^A \times (\mathbb{R}^n - \cup K_j)$
 には水平な葉をもつものである。このとき, $\|Q_j\|$ が零に収束
 し, $\cup K_j$ が有界ならば, $\cup Q_j$ は G の singular cube となる。

さて, 正整数 N , $i \in A$ に対し, 函数

$$\nu_i: J \times \{1, \dots, N\} \longrightarrow \mathbb{R}$$

で $\nu_i(j, k) \geq 0$ $\sum_{k=1}^N \nu_i(j, k) = 1$ をみたすものが与えられ

たしよう。このとき $\kappa_i^\nu: [0, N] \times J \longrightarrow [0, 1]$ を

$$\kappa_i^\nu(t, j) = \sum_{k=1}^{\lfloor t \rfloor} \nu_i(j, k) + \nu_i(j, \lfloor t \rfloor + 1) \{t - \lfloor t \rfloor\}$$

で定義する。さらに, $h_j^\nu: [0, N]^A \longrightarrow [0, 1]^A$ を次で定める

$$h_j^\nu(t_i, \dots, t_a) = (\kappa_{i_1}^\nu(t_{i_1}, j), \dots, \kappa_{i_a}^\nu(t_{i_a}, j)).$$

$Q = \cup Q_j: [0, 1]^A \longrightarrow G$ が $\text{Supp } Q_j \subset K_j$ をみたすとき,

$$h_A^\nu Q = \cup Q_j h_j^\nu: [0, N]^A \longrightarrow Q$$

が得られる。2つの ν_i, ν_i' に対し, $h_A^\nu Q$ と $h_A^{\nu'} Q$ は homotopic

で, 線型ホモトピー $h_A^{\nu\nu'} Q = \cup_{j \in J} Q_j h_j^{\nu\nu'}$ で与えられる。

これを $t_i = k$ ($i \in A, k = 1, \dots, N-1$) で cut したものは, Q が smooth
 であれば, smooth となる。これを $H_A^{\nu\nu'} Q$ と書く。

とくに, $\delta_i: J \times \{1, \dots, N\} \longrightarrow \mathbb{R}$ を $\delta_i(j, 1) = 1$ とする函数
 とすると, $h_A^\delta Q$ (を cut したものは) Q に degenerate chain を加え
 たもので, $\hat{Q}_*(G)/G$ では Q に等しい。

§ 2. $J = \{1, \dots, N\}$ で, $U_i(j, k) = 1 \iff j = k$ のとき $H_A^{\delta \cup} Q = PQ$ は partition と呼ばれる。このとき $h_A^{\cup} Q$ は Q を K_j に "制限したものと" "decomposable" chain の和になる。 ([33]).

§ 3. chain の構成.

さて, ^{smooth} singular cube $Q: [0, 1]^m \longrightarrow G$ に対して, 無限 iteration とする singular cube を構成する。

§ 1 の五をとり, N を $m+1$ より十分大とし, inclusion $\mathbb{Z}^{m+1} = \mathbb{Z}^{m+1} \times 0 \subset \mathbb{Z}^N$ を固定する。 Q の台は $U = U_N$ に含まれるとする。 $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m$ を $\mathbb{Z}^{m+1}$ の基底とする。
 $\underline{m} = \{1, \dots, m\}$ とおき, $A \subset \underline{m}$ に対し, $\beta_A = \sum_{i \in A} \beta_i$, $\gamma_A = \beta_0 + \beta_A$ とおく。 Λ を $\{\gamma_A; A \subset \underline{m}\}$ により生成される $\mathbb{Z}^{m+1}$ の部分半群とする。 Λ は 原点から出て $\{1\} \times [0, 1]^m$ を通る半直線全体の和集合に含まれる整数点全体である。この境界を考えると, $\partial_i^0 \Lambda$, $\partial_i^1 \Lambda$ が定義される。

Λ の元には $\{\gamma_A\}$ に対する word length が定義される。長さ l の元は $l\beta_0 + \sum_{i=1}^m l_i \beta_i$ の形で $0 \leq l_i \leq l$ であるから, $(l+1)^m$ 個存在する。

$\lambda = l\beta_0 + \sum_{i=1}^m l_i \beta_i$ に対し, $f_\lambda: [0, 1]^m \longrightarrow [0, 1]^m$ を

$$j_\lambda(t_1, \dots, t_m) = \left(\frac{t_1 + t_1}{l+1}, \dots, \frac{t_m + t_m}{l+1} \right)$$

と定義し、 $Q_\lambda = \overline{\Phi}(\lambda) Q j_\lambda$ とおく。 $\lambda \rightarrow \infty$ のとき C' により $\|Q_\lambda\| \rightarrow 0$ である。このことから $A \subset \underline{m}$ に対し次の singular cube は well defined とする。

$$I(\lambda, A)Q = \bigcup_{\lambda \in \Lambda - (\partial_{j_1}^1 \Lambda \cup \dots \cup \partial_{j_u}^1 \Lambda)} \partial_{j_1}^1 \dots \partial_{j_u}^1 Q_\lambda : [0, 1]^A \rightarrow G.$$

ここで $\{j_1, \dots, j_u\} = \underline{m} - A$ である。 $I(\lambda, \underline{m})Q = \bigcup Q_\lambda$ である。 $I'(\lambda, A)Q = I(\lambda, A)Q$ ($A \neq \underline{m}$) , $I'(\lambda, \underline{m})Q = \bigcup_{\lambda \in \Lambda - \{0\}} Q_\lambda$ とおく。

$\mathcal{Q} \bigcup_{\lambda \in \Lambda} \overline{\Phi}(\lambda)(U)$ に台をもつ singular cube に対するいくつかの partition をつくる。これは Λ の分割を指定することにより定まる。 P_i^ε は $\Lambda - \partial_i^\varepsilon \Lambda$ と $\partial_i^\varepsilon \Lambda$ に関する partition とする。

$i \in \underline{m} - A$, $Q : [0, 1]^A \rightarrow G$ に対し、 $P_i^\varepsilon Q$ は $[0, 1]^{A \cup \{i\}}$ 上の chain と考えることにする。但し、

$$\partial_i^0 P_i^0 Q = g_i^0 Q + f_i^0 Q + r_i^0 Q, \quad \partial_i^1 P_i^0 Q = Q$$

$$\partial_i^0 P_i^1 Q = Q, \quad \partial_i^1 P_i^1 Q = g_i^1 Q + f_i^1 Q + r_i^1 Q$$

とするように $g_i^\varepsilon, f_i^\varepsilon, r_i^\varepsilon$ の向きを定める。ここで $g_i^\varepsilon Q, f_i^\varepsilon Q$ は Q の $\mathcal{Q} \bigcup_{\lambda \in \Lambda - \partial_i^\varepsilon \Lambda} \overline{\Phi}(\lambda)(U)$, $\mathcal{Q} \bigcup_{\lambda \in \partial_i^\varepsilon \Lambda} \overline{\Phi}(\lambda)(U)$ の制限である。

$\underline{m} - A$ の disjoint subsets E, F に対し、

$$P_{E, F} Q = P_{i_1}^{\varepsilon(i_1)} \dots P_{i_u}^{\varepsilon(i_u)} Q \quad \left(\begin{array}{l} E \cup F = \{i_1, \dots, i_u\} \\ i_1 < \dots < i_u, \\ \varepsilon(i_j) = 1 \iff i_j \in F \end{array} \right)$$

とおく。 ($\partial_{E, F} = \partial_{i_1}^{\varepsilon(i_1)} \dots \partial_{i_u}^{\varepsilon(i_u)}$ としておく) とおく。

$\bar{\Phi}: \mathbb{Z}^{m+n} \longrightarrow PG$ をつかって iterated homotopy $\bar{\Phi}$ を次で定義する。 $B \subset \underline{m}$, $Q: [0, 1]^{\underline{m}-B} \longrightarrow G$ に対し.

$$C_B Q(t_1, \dots, t_m) = \bar{\Phi}(\beta_{j_1})^{(t_{j_1})} \cdots \bar{\Phi}(\beta_{j_k})^{(t_{j_k})} Q(t_{k_1}, \dots, t_{k_n}).$$

ここで $\{j_1, \dots, j_k\} = B$, $t_{j_1} \leq \dots \leq t_{j_k}$, $\{k_1, \dots, k_n\} = \underline{m}-B$, $k_1 < \dots < k_n$ である。

これまでの定義をつかって、次の chain を定義される。

$$X_1 = \sum C_B P_{E,F} \partial_{E,F} I(1, \underline{m}-B) Q.$$

ここで、 Φ は $\underline{m}$ の disjoint subsets B, E, F に対してとる。 X_5 を上の X_1 で I を I' にかえたものとする。 X_5 と X_1 の比較から定理を証明する。

$\nu_i: A \times \{1, 2\} \longrightarrow R$ を次で定義する。

$$\nu_i(l\beta_0 + \sum l_j \beta_j, 1) = \frac{l+1-l_i}{l+2}$$

$$\nu_i(l\beta_0 + \sum l_j \beta_j, 2) = \frac{l_i+1}{l+2}. \quad \Gamma Q: [0, 1]^A \longrightarrow G \text{ に対し}$$

$SQ = H_A^{\delta \nu} Q$ とおく。 $V \subset A$ に対し $s_V Q = (h^{\nu} Q) \tau_V$;

τ_V は $[0, 2]^A$ 上の V の characteristic function $\in \{0, 1\}^A$ による平行移動とする。 SQ は $[0, 1]^{A \cup \{s\}}$ 上の chain として定義される (s は $\underline{m}$ の元より大きいとする)。

$$\partial_s^0 SQ = Q, \quad \partial_s^1 SQ = \sum_{j \in A} s_j Q, \quad (\partial_s^0 - \partial_s^1) SQ = S(\partial_s^0 - \partial_s^1) Q \quad (j \in A).$$

$\mu_i: (1 - \{0\}) \times \{1, 2\} \longrightarrow R$ を次で定義する

$$\mu_i(l\beta_0 + \sum l_j \beta_j, 1) = \frac{l_i}{l+1}$$

$$\mu_i(l\beta_0 + \sum l_j \beta_j, 2) = \frac{l+1-l_i}{l+1}.$$

同様に μ_i から $S'Q$ が定義される。

$E, F \in \underline{m}$ の disjoint subset とすると $P_E^F \in \Lambda - \bigcup_{i \in E} \partial_i^0 \Lambda - \bigcup_{i \in F} \partial_i^1 \Lambda$,
 $\bigcup_{i \in E} \partial_i^0 \Lambda \cup \bigcup_{i \in F} \partial_i^1 \Lambda$ に関する partition とする。 Q は $[0, 1]^4$ 上の cube
 のとき P_E^F は $[0, 1]^{A \cup B}$ 上の chain とする。 Q の $\bigcup_{\lambda \in \Lambda - \bigcup_{i \in E} \partial_i^0 \Lambda - \bigcup_{i \in F} \partial_i^1 \Lambda} \Phi(\lambda)(U)$
 の制限を $g_E^F Q$ と書く。

X_2, X_4 を次で定める。 Φ は disjoint subsets B, E, F, V についてとる。

$$X_2 = \sum C_B P_{E,F} S_V \partial_{E,F} I(\Lambda, \underline{m} - B) Q$$

$$X_4 = \sum C_B P_{E,F} S'_V \partial_{E,F} I'(\Lambda, \underline{m} - B) Q$$

X_2 と X_4 の関係を記述するのは次である。 これは $I(\Lambda, \underline{m} - B)$
 $I'(\Lambda, \underline{m} - B)$ の構成のしかたからいえる。

$$\overline{\Phi}(\gamma_{B \cup V}) S_V I(\Lambda, \underline{m} - B) Q = g_{B \cup V}^{\underline{m} - B - V} S'_{\underline{m} - B - V, \underline{m} - V} I'(\Lambda, \underline{m}) Q.$$

ここで $S'_{V, V \cup W} Q = \partial_{\emptyset, W} S'_V Q = \partial_{W, \emptyset} S'_{V \cup W} Q$ である。 さらに、

$$X_3 = \sum C_B P_{E,F} g_{\underline{m} - A - B - E}^{AVE} \partial_{E,F} S'_{AVE} I'(\Lambda, \underline{m} - B)$$

とわく。 X_2 を $\overline{\Phi}(\gamma_{B \cup V})$ たちで変換して得られるものである。

§ 4. 定理の証明.

上に構成した $X_1, \dots, X_5$ に対し、次のような $Y_i(\Lambda)Q$,
 $\dots, Y_4(\Lambda)Q$ が具体的に構成される。

$$X_{j+1} - X_j = \partial Y_j(\Lambda)Q + \sum_{\substack{i=1 \\ \varepsilon=0,1}}^m (-1)^{i+\varepsilon} Y_j(\partial_i^\varepsilon \Lambda) \partial_i^\varepsilon Q.$$

一方 X_1, X_5 に対し、 $Y_5(\lambda)Q$ で

$$Q + X_5 - X_1 = \partial Y_5(\lambda)Q + \sum (-1)^{|\lambda|+\varepsilon} Y_5(\partial_i^\varepsilon \lambda) \partial_i^\varepsilon Q$$

をみるものが得られる。これより、

$$Q = \partial Y(\lambda)Q + \sum (-1)^{|\lambda|+\varepsilon} Y(\partial_i^\varepsilon \lambda) \partial_i^\varepsilon Q$$

となる Y が得られる。これを $Q + \sum (-1)^{|F|} D_F \partial_{\phi, F} Q$ に作用させると下の Y' が得られる。ここで $D_F = D_{j_1} \cdots D_{j_n}$, $F = \{j_1, \dots, j_n\}$ で D_{j_k} は退化作用子である。

$$Q = \partial Y'(\lambda)Q + \sum (-1)^{|F|} Y'(\partial_i^0 \lambda) (\partial_i^0 Q - \partial_i^1 Q).$$

こういうものが得られると [3] で使った議論により、acyclicity がいえる。 $(Q_*(G)/G \rightarrow S_*(G)/G$ が自明写像と 4-チェーンホモトピーになる。)

実際に上の Y_i を作るのは Y_1, Y_4 では X_1, X_5 の $C_B P_{E,F}$ の後に S あるいは S' を加えればよい。 Y_2 は $\underline{m}$ の disjoint subsets B, W に対し、 β_0 方向を使って C_B, C_W の join を定義し、これを使って構成する。 Y_3 は、 $\lambda - \partial_i^0 \lambda - \partial_i^1 \lambda$ と $\partial_i^0 \lambda \cup \partial_i^1 \lambda$ についての partition P_i^* と P_i^0, P_i^1 の比較、及び $\bigvee_{\lambda \in \underline{m}-V-B} \bigvee_{\lambda' \in I'(\lambda, \underline{m}-B)} Q$ は各 $\overline{\alpha}(\lambda)(U)$ 上 degenerate であることから得られる。 Y_5 は $\{0\}$ と $1-\{0\}$ に関する partition を使って作られる。

これらの構成の際に問題になるのは partition の境界としてあらわれる各 $\overline{\alpha}(\lambda)(U)$ 上で degenerate した r の項である。

($\partial PQ + P\partial Q = Q - \sum Q$ の restriction $- rQ$)。これは次の定理

により解決される。

定理. ^{自然数} m に対し、自然数 $N(>m)$ が定まり、 Λ の任意の部分集合 Θ に対し、 $\mathcal{C} \bigcup_{\lambda \in \Theta} \overline{\Xi}(\lambda)(U_N)$ に台をもつ $m-1$ 次元以下の任意の cycle は、 $\mathcal{C} \bigcup_{\lambda \in \Theta} \overline{\Xi}(\lambda)(U_{m+1})$ に台をもつ chain で bound される。

m について帰納的に。

この定理は、我々の方法による $m-1$ acyclic の証明を、 Ξ の性質 (i), (ii) により、 Ξ を $\bigcup_{\lambda \in \Theta} \overline{\Xi}(\lambda)(U_{m+1})$ に制限したものをを使って、 $\bigcup_{\lambda \in \Theta} \overline{\Xi}(\lambda)(U_N)$ に台をもつ chain に対してそのままあてはめれば、示される。

ここで述べた定理の周辺については次の文献を参照して下さい。

- [1] 数解研講究録 479 (1983) 134-162.
- [2] 論説 数学 36 (1984) 320-343.
- [3] Adv. Studies in Pure Math. 5 (198).
- [4] 第33回トポロジー・シンポジウム講演集 (1985) 99-110.
- [5] in preparation.