

トーラス超流体の量子粘性

早大理工 西田宗弘 (nishida@kh.phys.waseda.ac.jp), 栗原進

トーラス状超流体では循環が量子化され、トーラスのまわりの位相のねじれを表す巻数が整数の状態が安定に保たれる。しかし、十分に細い試料では位相スリップの核形成が起こり、巻数の小さな状態に遷移していくと考えられている。この核形成は高温側では熱活性によって起こるが、低温側では量子トンネルが支配的になると予想される。そこで、位相スリップの量子核形成過程を集団座標の方法を用いて調べた [1]。

まず、Gross-Pitaevskii の自由エネルギー汎関数を、循環が与えられた値を取るという拘束条件の下に数値的に最小化した。これにより、超流体の場の関数空間における自由エネルギー曲面上で、二つの極小点 (巻数が整数の点) を結んだ峠道がわかる。位相スリップの核形成を律する慣性質量が経路に依らないと仮定すると、この峠道が経路積分にもっとも大きな寄与をする経路だと考えられる。自由エネルギー曲面の鞍点における場合は、Gross-Pitaevskii 方程式の定常解として解析的に求まるので、それらを滑らかにつなぐ関数によって峠道上の場が記述できるはずである。実際、数値計算の結果と良く合う関数形 (式 (1)) を見つけることができた。

$$\psi_i = \sqrt{1 - \frac{\kappa^2}{2}} e^{i\kappa x} \times \left\{ \sin \frac{q}{2} \tanh \left(\sqrt{1 - \frac{\kappa^2}{2}} \sin \frac{q}{2} x \right) + i \cos \frac{q}{2} \right\}. \quad (1)$$

この関数の形を決めるパラメータ (κ もしくは q : $q = \kappa L - 2\pi n$, L トーラスの円周, n 巻数) を集団座標として用いることができる。集団座標に対するポテンシャルエネルギーに関して、数値計算の結果と仮定した関数形から求めた結果 (式 (2)) を比較すると FIG. 1 のようになり、非常に良く一致する。よって、集団座標に対するポテンシャルエネルギーの解析的な表式が得られたことになる。

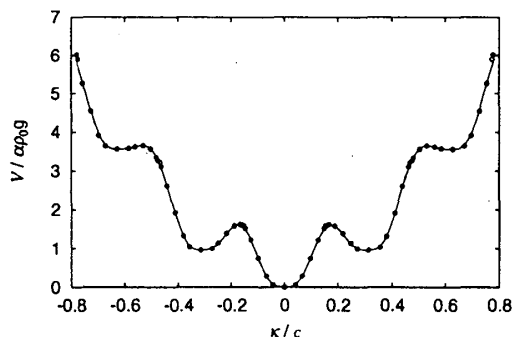


FIG. 1. 集団座標 κ に対するポテンシャル

$$V(\kappa) = \frac{4}{3} \left(1 - \frac{\kappa^2}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \sin^3 \frac{q}{2} - 2\kappa \left(1 - \frac{\kappa^2}{2} \right) \sin \frac{q}{2} \cos \frac{q}{2} + \frac{L}{2} \left(\kappa^2 - \frac{\kappa^4}{4} \right). \quad (2)$$

次に、ポテンシャルの極大・極小点の近傍での集団励起の励起エネルギーとポテンシャルの曲率を比較することにより、集団座標に対する有効慣性質量を求めた (式 (3))。有効質量はトーラスの円周 L に比例するという結果が得られたが、これは凝縮体を記述する巨視的波動関数のコヒーレンスから来していると考えられる。

$$M_q \sim \frac{L}{(2\pi)^2} \quad (3)$$

($L \gg 1$, 集団座標 q に対する慣性質量),

これらの結果を用いて、集団座標のトンネル確率を WKB 近似で求め、トンネルを記述する有効作用のゼロ流速極限における値 (式 (4)) と、流速依存性 (FIG. 2) を調べた。

$$S_0 \sim 1.82 \hbar \alpha \sqrt{L}. \quad (4)$$

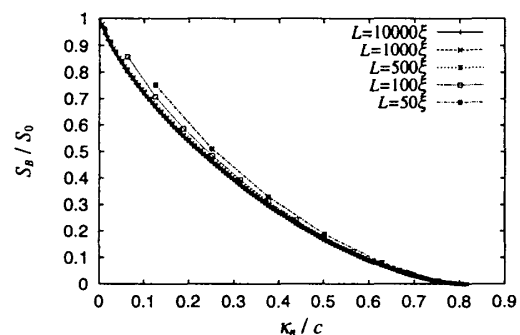


FIG. 2. 作用の流速依存性

以上の結果より、トンネルを記述する有効作用が $L^{1/2}$ に比例し、循環の減衰率がトーラスの円周とともに指数関数的に減少することが分かった。

[1] M. Nishida and S. Kurihara, e-print cond-mat/9811010.

独立なボーズ凝縮体間の干渉性について 東北大学 石井力重

初期状態のモデル： はじめ距離 ℓ だけは離れたところに実験の trap に対応した 2 つの harmonic oscillator potential があり、各 potential 内には $N/2$ 個の Na 原子からなるボーズ凝縮体 (BEC と定義する) が入っている。実験ではこの trap を切った後 2 つの BEC は広がりつつお互いの方へ進んで overlap してゆく。これを表すモデルとして、はじめに持つ広がりとしては trap の ground state を用い、中央に向かって速度 $v = \pm \hbar k/m$ で進むことを考慮して Gaussian(=trap の ground state) $\times \exp(\pm i k x)$ という波束で表される状態が各 $N/2$ ずつあるものとした。

Na 原子と counter の相互作用のモデル： 各点の counter は $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ の two-state atom(簡単のため 2 状態は同じエネルギー)とし、それが Na 原子を 1 つ吸収し $|\downarrow\rangle$ から $|\uparrow\rangle$ に flip するものとする。これを表す相互作用の演算子としては $c\{\sigma_+ \phi(x) + \sigma_- \phi^\dagger(x)\}$ を仮定した。(c は結合定数、 σ_+, σ_- は counter の two-state atom の状態を flip させる演算子、 $\phi(x)$ は Na 原子についての場の消滅演算子 (field annihilation operator) とする。) このような相互作用をする counter が x 軸上に敷き詰められている。

観測行為の定式化： 先の相互作用による系のユニタリーな時間発展をもって観測行為を定式化する。具体的には相互作用中の時間発展の演算子 $\mathcal{U}(t)$ を結合定数 c について展開し $\phi(x)$ と $\phi^\dagger(x)$ の各次を状態に対して作用させる。それにより様々な変化が起き、系を表す状態はその様々な状態の重ね合わせの状態となる。何個カウントがあったかという観点から状態を分類して、そのなかでどの位置にカウントが起きたかを見たとき (n-counter model) に $\phi(x)^\dagger$ を有する項は、有さぬ項に較べて全てオーダー c^2 以上になる。 c が充分小さいとしてそれらの項を全て無視し、(観測理論慣例の記述同様) n 個の点 ($x_1, x_2, \dots, x_n$) に粒子を観測した状態は測定前の状態に $\phi_1(x) \phi_2(x) \cdots \phi_n(x)$ を作用させたものとして得られると定式化できた。

計算結果： 上記のモデルと定式化を用いた具体的な適用として、簡単な状況である 2 点のみ観測した場合 (2-counter model) の確率分布を計算した。その結果からは実験の干渉縞の周期は、この理論からは $D(k, t, \ell, S)$ (具体式は最下部に。) と計算でき、随分と簡単化されたモデルの割には実験値と誤差約 20% の範囲で一致した。

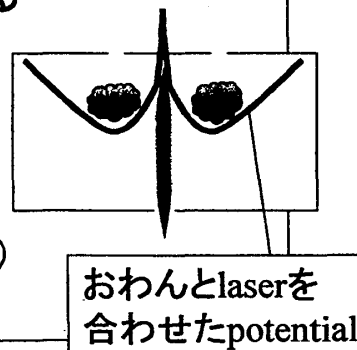
結論とこの研究の意義： 右の trap から来た BEC の原子と左の BEC から来た原子の間には Young の実験におけるような相関は無い。このことは、原子を 1 個のみ観測した場合、確率分布が右からの BEC と左からの BEC の確率振幅の和の絶対値 2 乗 ($|\phi_L(x) + \phi_R(x)|^2$) という項は無く単に右からの BEC の確率分布と左からの BEC の確率分布の和 ($|\phi_L(x)|^2 + |\phi_R(x)|^2$) という古典的な確率の足し合わせであることに反映される。一方 2 個以上の観測では、予想される上式のような古典的な確率分布ではなく、干渉する項が現れてくる。本質は 2 粒子干渉に見られる“観測の過程どうしの干渉”なのである。

$D(k, t, \ell, S)$ 次項

$$D = \frac{\pi}{\frac{k}{1+(2t/\tau)^2} + \frac{\ell \cdot 2t/\tau}{S^2 \{ 1+(2t/\tau)^2 \}}}$$

... $\tau = mS^2/\hbar$

- 先に述べたS依存性
⇒ trapの形をもっとタイトに
- 先に述べたt依存性.
⇒ 異なる観測時刻で干渉縞のデータを比較
- k依存性
⇒ 2つのtrapを隔てるLaserの切るタイミングを変える
- ℓ 依存性
⇒ 2つのtrapを隔てるLaserの強度を変える(これは見られている)



おわんとlaserを
合わせたpotential