

氏 名	桑 垣 煥 くわ がき あきら
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 203 号
学位授与の日付	昭 和 42 年 5 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	Sur les équations fonctionnelles généralisées de Cauchy et quelques équations qui s'y rattachent (コーシーの函数方程式の拡張およびそれらに関連する方程式について)

論文調査委員 (主 査) 教授 小 堀 憲 教授 小松醇郎 教授 楠 幸男

論 文 内 容 の 要 旨

主論文においては、函数方程式論を総合的に取り扱うことが企てられている。それで、全体の見通しをよくするために、特性を表わす数として、「階数」、「位数」、「反復指数」を導入し、これを用いて、函数方程式の型を定義し、この型によって、函数方程式を分類したのである。

この分類によると、 $(2, 1, 1)$ 型というのが、Cauchy の函数方程式 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ となるのであるが、これを総合的に取り扱うために、この方程式の右辺を有理函数 R で置きかえたのである。すなわち、申請者が取り扱った函数方程式は

$$f(x+y)=R\{f(x), f(y)\}$$

である。そして、これが定数でない連続な解を持つために、有理函数 R が満足しなければならない条件と、 R がその条件を満足したときの解とを与えた。

さらに、申請者は、変数が数（実数または複素数）の場合のほかに、ベクトルや行列が変数である場合についても論じている。

参考論文は、 $R\{f(x), f(y)\}$ が $f(x) \cdot f(y)$ の場合を取り扱ったものと、 $f(x+y)$ のかわりに $f(xy)$ を考えた場合を取り扱ったものの2種である。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

主論文で、申請者は自己の研究成果を、総合的にまとめているが、その目的のために導入した新しい特性数、すなわち、「階数」、「位数」、「反復指数」は、重要なものである。これによって型を定義し、函数方程式を分類することは、この方面の研究に、新しい道を開拓したものであるといえることができる。

Cauchy の函数方程式を拡張した方程式

$$f(x+y)=R\{f(x), f(y)\}$$

の完全解を与えたことは、高く評価してよい。これは、申請者によって、はじめて解決されたのであ

て、この時に行なわれた方法は、申請者の解析学における力量がすぐれたものであることを示している。さらに、これを多変数の場合へ拡張している。もっとも一般的な場合を取り扱っているのではないが、多変数関数方程式の研究に、大きな示唆を与えたものとして、注目の価値がある。

また、変数として、ベクトルや行列を用いた場合にも触れている。主論文において得た結果は、J. Aczél (1949), W. Eichhorn (1966), M. Kuczma (1964), O. Perron (1942) 等が研究した結果を、総合的に導き出すことを可能にしているので、重要な成果といえることができる。

参考論文においては、 $R\{f(x), f(y)\}$ が特別な形の場合を取り扱っている。特に、参考論文第1部においては、 $f(x+y)=f(x)f(y)$ の解法が Lie 群の研究と結びつけられていて、申請者の力量の優秀であることを、よく示している。

以上のことから、主論文、参考論文をあわせて理学博士の学位論文として価値があるものと認める。