

Two-Equation Modelによる3次元乱流数値解析と模型実験

東大 工学部 加藤 信介

東大 生研 村上 周三

1. 序

Launder et al (1972)^{文1}によるTwo-Equation Modelを基礎方程式として3次元乱流の数値解を求め、精密な模型実験と比較し、良い対応を見た。数値解法は、野村ら(1975)^{文2}と同じく、Harlow et al (1965)^{文3}の開発したMAC法に準じた差分格子及び算法を用い、模型実験は、風速を村上ら(1980)^{文4}の改良した熱線風速計を用いて3次元的に測定した。^(註1)

2. 模型実験

解析の対象とした3次元流は、室内気流を想定したもので吹出口・吸込口を有する立方体内の流れである。Fig.2-1にその形状及び座表系を示す。模型実験は、Fig.2-2に示す室内模型で、風向検知の可能なタンデム型熱線風速計^{文4}により3次元的に変動風速を測定して行う。Fig.2-4～Fig.2-7に用いた風速計の特性を示す。実験は、吹出気流のRe数(吹出口幅,吹出風速で

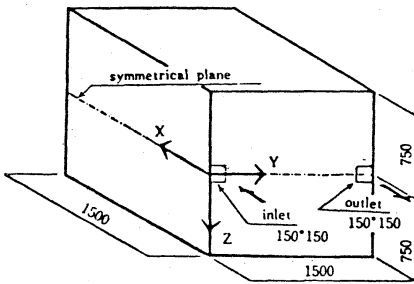


Fig.2-1 Room model (dimension in mm)

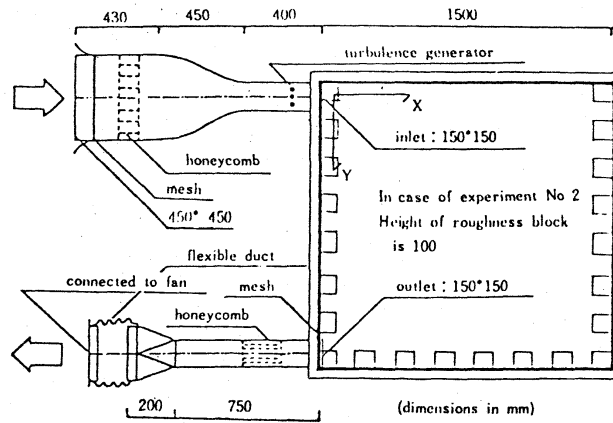


Fig.2-2 Air flow system

for supply inlet and exhaust outlet

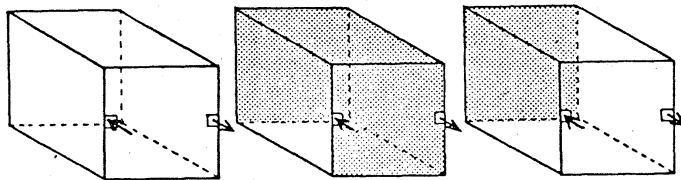
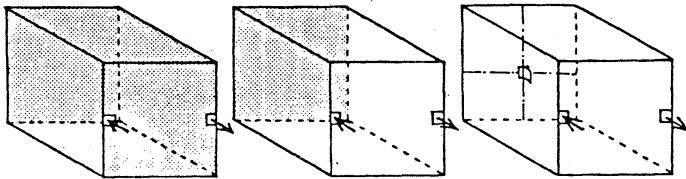
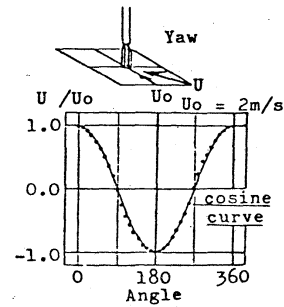
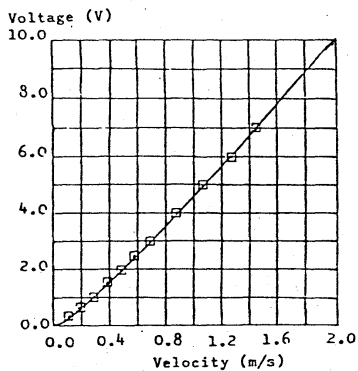
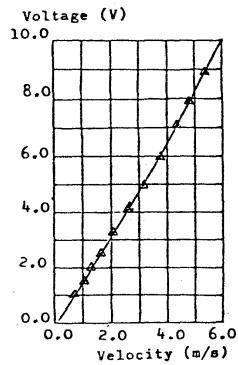
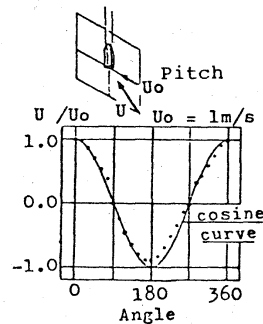
Experiment No 1
Without roughness
and plateExperiment No 2
Height of roughness block is 0.1 m
Blocks are arranged on 3 planesExperiment No 3
Height of roughness 0.1 m
Arranged on 1 planeExperiment No 4
Height of roughness 0.05 m
Arranged on 3 planeExperiment No 5
Height of roughness 0.05 m
Arranged on 1 planeExperiment No 6
1 plate (0.15x0.15 m) is
arranged on 1 planeFig.2-3 Varieties of experiments
Roughness blocks are arranged on gray-colored planesFig.2-6 Directivity for
mean velocity (Yaw)Fig.2-4 Calibration curve
at low velocityFig.2-5 Calibration curve
at high velocityFig.2-7 Directivity for
mean velocity (Pitch)

Table 2-1 Values measured in this experiment

turbulence energy	$q = (\overline{u_x^2} + \overline{u_y^2} + \overline{u_z^2})/2$	(2-1)
mean value of dissipation rate	$\epsilon_M = (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)/3$	(2-2)
mean value of length scale	$L_M = (L_x + L_y + L_z)/3$	(2-3)
mean value of eddy diffusivity	$K_M = (K_x + K_y + K_z)/3$	(2-4)
here, $T_i = \int_0^{t_0} R_i(\tau) d\tau$	characteristic time scale ($\tau_0 : R_i(\tau_0) = 0$)	
R_i	autocorrelation of u_i	
$L_i = \sqrt{\overline{u_i^2}} \cdot T_i$	length scale	
$\epsilon_i = \sqrt{\overline{u_i^2}}^3 / L_i$	dissipation rate	
$K_i = \sqrt{\overline{u_i^2}} \cdot L_i$	eddy diffusivity	
	(subscript $i = x, y, z$)	

Table 3-1 Equations for turbulence flow in case of two-equation(q-ε)model

equation of continuity		
$\partial U_i / \partial x_i = 0$	(3-1)	
momentum equation		
$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_i U_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right\}$	(3-2)	
transport equation of q		
$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (q U_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{\nu_i}{\sigma_i} \left(\frac{\partial q}{\partial x_j} \right) \right\} + \nu_i S' - \epsilon$	(3-3)	
transport equation of ε		
$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\epsilon U_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{\nu_i}{\sigma_2} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) \right\} + C_1 \frac{\epsilon}{q} \nu_i S' - C_2 \frac{q \epsilon}{\nu_i}$	(3-4)	
$S' = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$	(3-5)	
$\nu_i = q^{1/2} l = C_D q^2 / \epsilon$	(3-6)	
(numerical constants are assumed as follows)		
$C_D \sim 0.09, C_1 \sim 1.59, C_2 \sim 0.18, \sigma_1 \sim 1.0, \sigma_2 \sim 1.3$		
here		
U_i : mean velocity		
u_i : turbulence component		
q : turbulence energy ($\frac{1}{2} \overline{u_i u_i}$)		
ϵ : dissipation rate ($\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$)		
ν_i : eddy viscosity		
l : length scale		
Π : total pressure ($P + \frac{2}{3} \rho q$)		
P : excessive pressure		
ν : viscosity		
ρ : density		

算出)を約6万として行
い, Fig.2-3に示すように
壁面に設置した粗度の
種類,設置面数等により
6種類行う。測定した
変動風速は, 平均流の
他 Table2-1に示す乱流
統計量を算出する。な
お, 算出した結果は,
吹出口幅 L_0 と吹出風速
 U_0 で無次元化して示す。
(以後,*は無次元量を表す)

3. 数値解析

Table3-1に示すq-ε
型の2方程式乱流モデ
ルを基礎式とし, MAC
法に準じて数値解を求

める。今回,示す数値解は, いずれも空間を $20 \times 20 \times 20$ の差分
格子に分割して行っている。吹出口,吸出口,壁面で必要となる
境界条件は次のように与える。(1)吹出口: $U_T^* = 0, U_N^* = U_0, q^* = 0.005$
 $\epsilon^* = 0.0035$ (*は無次元量であることを示す。無次元化は実験と同じく吹出口幅 L_0 ,風速 U_0 で行う)
(添字Tは吹出面に対し接線方向, Nは法線方向, U_0 :吹出風速 $U_0 = 1$)

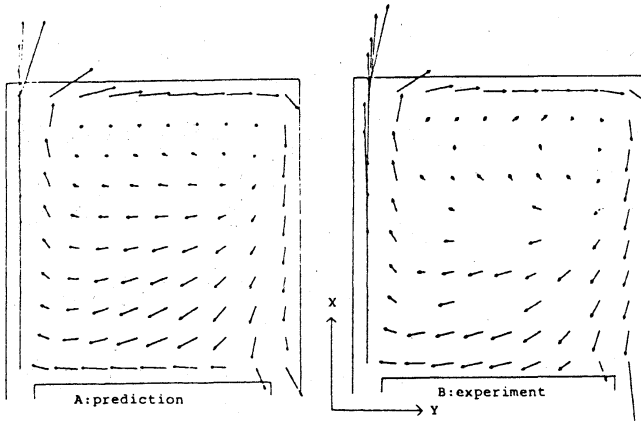


Fig.4-1 U-V vectors on X-Y plane at Z*=0.0, Comparison of prediction and experiment

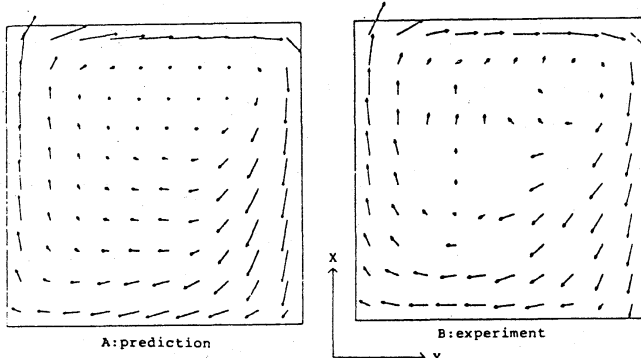


Fig.4-2 U-V vectors on X-Y plane at Z*=1.5

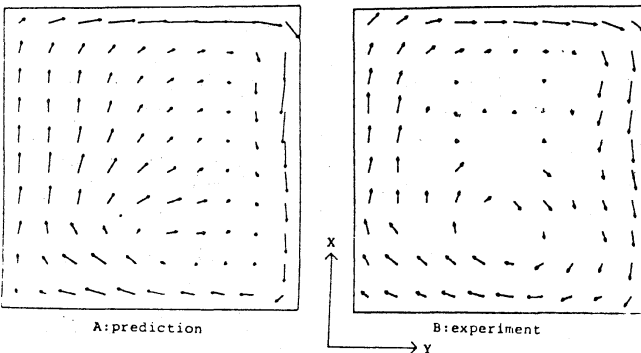


Fig.4-3 U-V vectors on X-Y plane at Z*=3.5

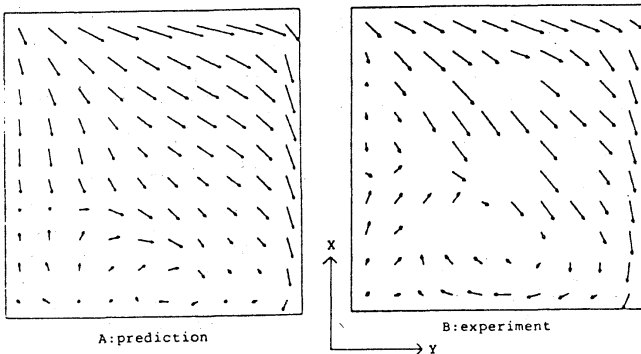
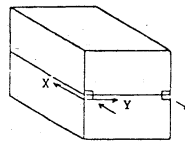


Fig.4-4 U-V vectors on X-Y plane at Z*=4.5



X-Y plane [Z*=0.0]
0.0 0.5 1.0
velocity

(2) 吸込口: $U_T^* = 0$,

$$U_N^* = -U_0, \quad \partial g^* / \partial m^* = 0$$

$$\partial \varepsilon^* / \partial m^* = 0 \quad (m^*: \text{壁面からの法線距離})$$

(3) 滑らかな壁面

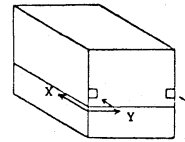
$$\partial U_T^* / \partial m^* = m^* U_T^* / R$$

$$U_N^* = 0, \quad \partial g^* / \partial m^* = 0$$

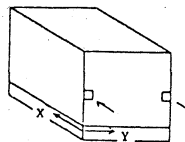
$$\varepsilon^* = C_D (g^*)^{\frac{3}{2}} / (C_D^{\frac{1}{4}} K R)$$

(R: 壁面から壁面第1セルの差分点迄の距離)

m: U_T がべき乗則分布をとみなした時のべき指数, $m = 1/7$, K: カルマン定数 ($K = 0.4$)



X-Y plane [Z*=1.5]



X-Y plane [Z*=3.5]

(4) 粗度のある壁面

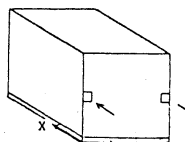
$$\partial U_T^* / \partial m^* = U_T^* R^{-1} (\ln(R/z_0))^{-1}$$

$$U_N^* = 0, \quad g^* = K^2 (U_T^*)^2$$

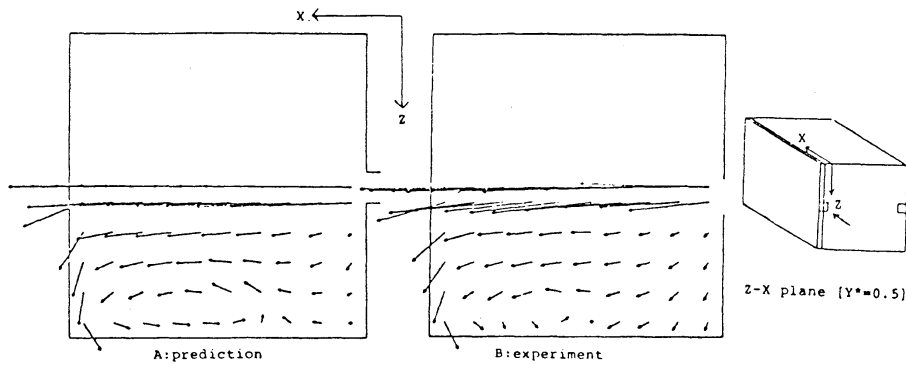
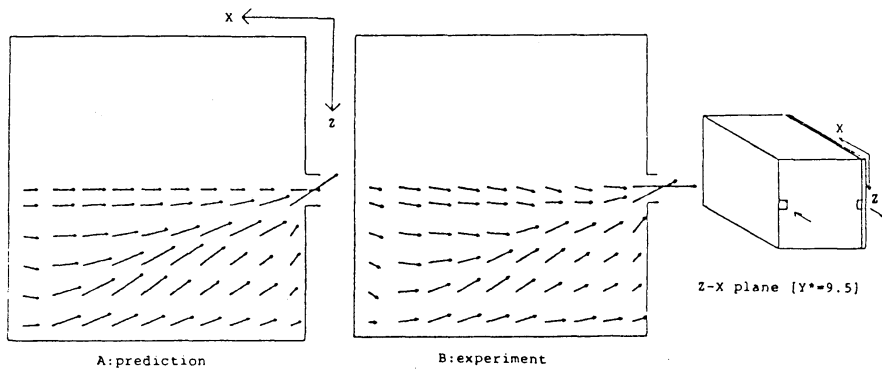
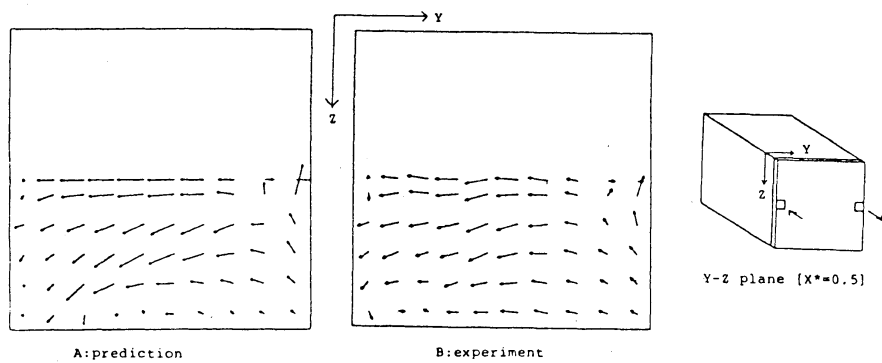
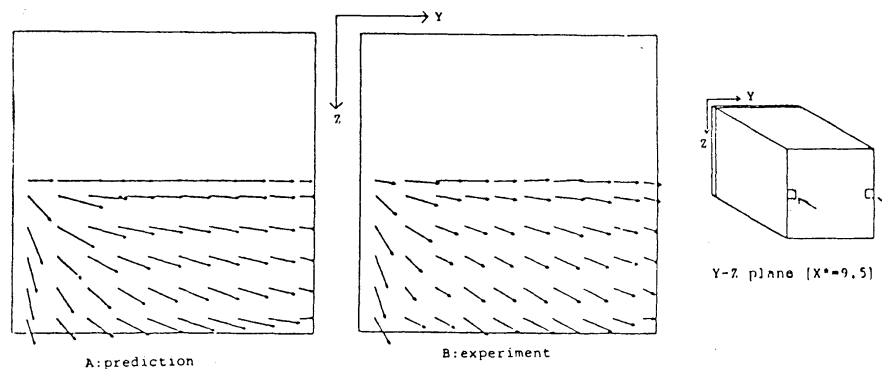
$$C_D^{-\frac{1}{2}} (\ln(R/z_0))^{-2}$$

$$\varepsilon^* = K^2 (U_T^*)^3 R^{-1} (\ln(R/z_0))^{-3}$$

(z_0 : U_T が対数則分布をとみなした時のパラメータ)



X-Y plane [Z*=4.5]

Fig.4-5 W-U vectors on Z-X plane at $Y^*=0.5$ Fig.4-6 W-U vectors on Z-X plane at $Y^*=9.5$ Fig.4-7 V-W vectors on Y-Z plane at $X^*=0.5$ Fig.4-8 V-W vectors on Y-Z plane at $X^*=9.5$

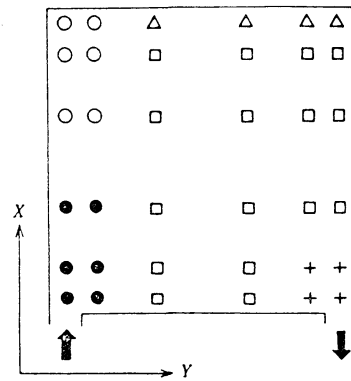
4. 平均流の対応

滑らかな壁面のみに囲まれた場合(experiment 1)の数値解と模型実験の平均流の対応を Fig.4-1~ Fig.4-8 に示す。流れは X - Y 平面 $Z^*=0.0$ を対称面とし上下対称性を良く実験、数値解とも示すため下側のみ示す。

多少の不致点もあるが全体として非常に良く一致している。

5. 乱流量の対応

同じく滑らかな陸面のみに関与した場合(experiment 1)の数値解と模型実験の乱流量の対応をFig.5-2~Fig.5-5に示す。図は、Fig.5-1に示す各点での値の対応を示す。乱流エネルギー ϵ を除き、定義の違いから一対一に対応



X-Y plane at $Z^*=0.0$

Fig.5-1 Marks at each measuring point

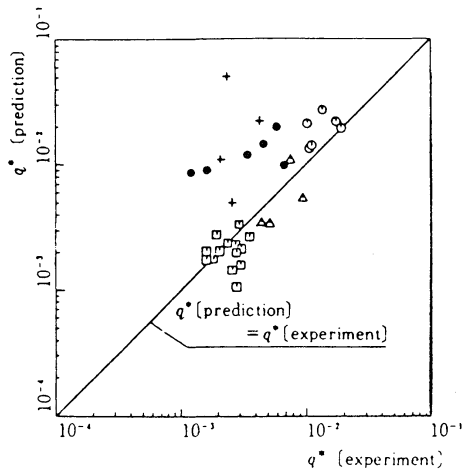


Fig.5-2 Correspondence of q^* (experiment) to q^* (prediction)

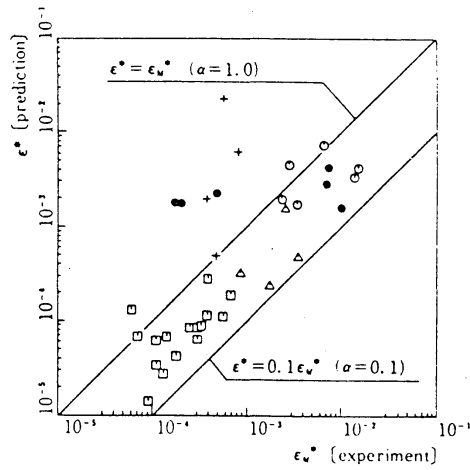


Fig.5-3 Correspondence of ϵ^* (experiment) to ϵ^* (prediction)

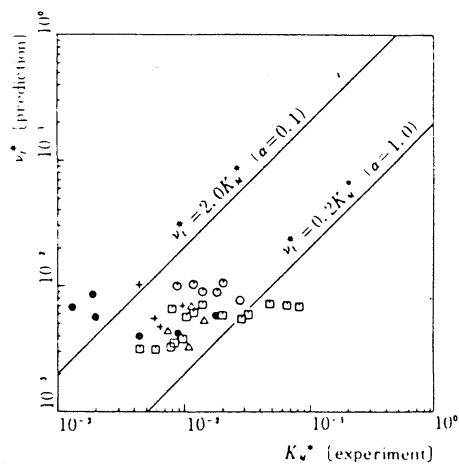


Fig.5-4 Correspondence of K_m^* (experiment) to v_t^* (prediction)

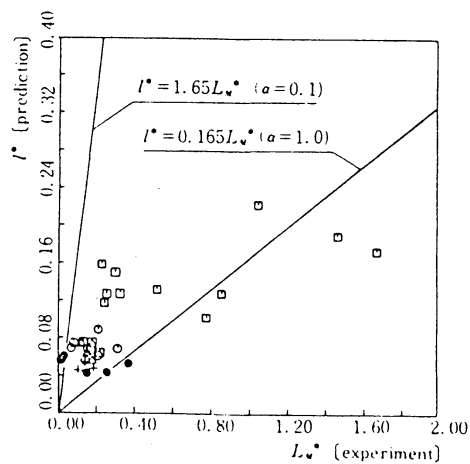


Fig.5-5 Correspondence of L_m^* (experiment) to l^* (prediction)

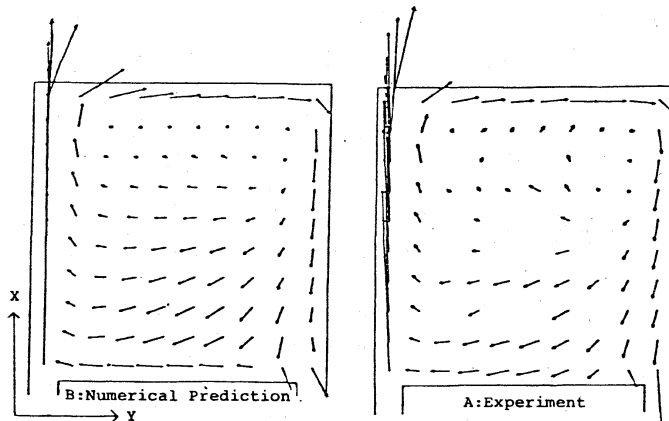


Fig.6-1 U-V vectors on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 1 (without roughness and plate)

する物ではないが、両者は同一オーダー内の対応を示す。

6. 壁面に粗度のある場合

る壁面に比較的大きな

粗度を設けた場合(experi-

ment 2)と、滑らかな壁面

0.0 0.5 1.0
velocity

のみに風され

た場合(experi-

ment 1)の突

験と数値解の

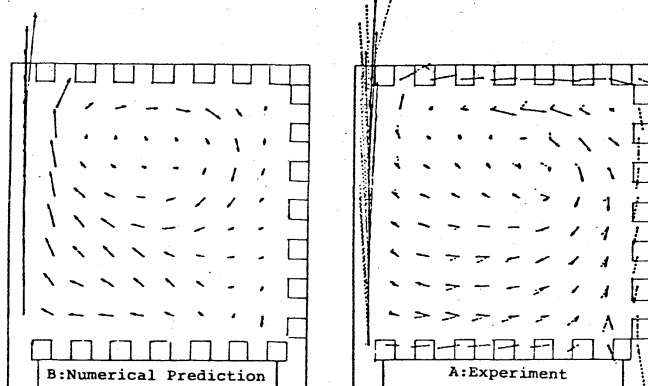


Fig.6-2 U-V vectors on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 2 (height of roughness 0.1m 3-planes)

対応を Fig.6-1 ~ Fig.6-4

に示す。Fig.6-1, Fig.6-2は、

X-Y面 $Z^*=0.0$ の場合の experi-

ment 1 & 2 のそれぞれの

数値解、実験結果を示し、

Fig.6-3, Fig.6-4は、X-Y面

$Z^*=3.5$ の数値解、実験結

果の平均流を

示す。なお Fig.

6-2の実験結果

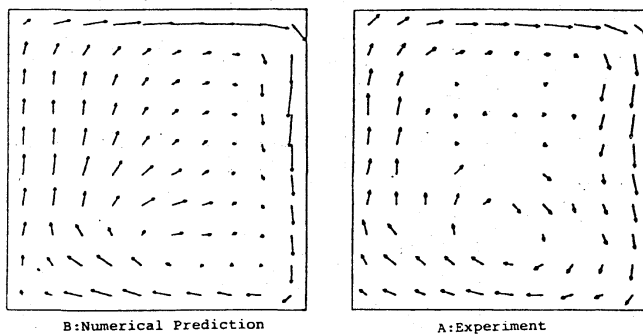


Fig.6-3 U-V vectors on X-Y plane at $Z^*=3.5$, in case of experiment 1 (without roughness and plate)

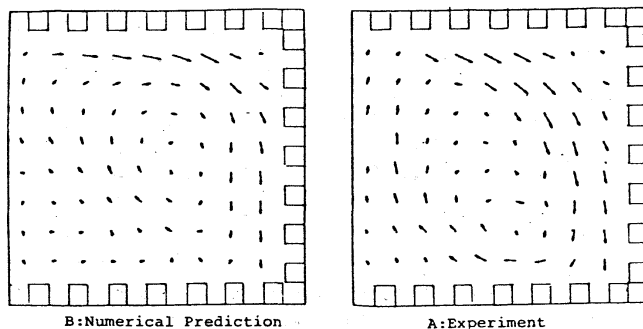
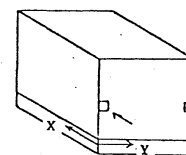


Fig.6-4 U-V vectors on X-Y plane at $Z^*=3.5$, in case of experiment 2 (height of roughness 0.1m 3-planes)



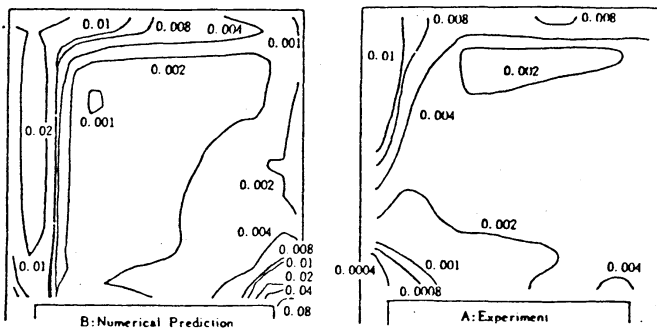


Fig.6-5 Distribution of q^* on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 1 (without roughness and plate)

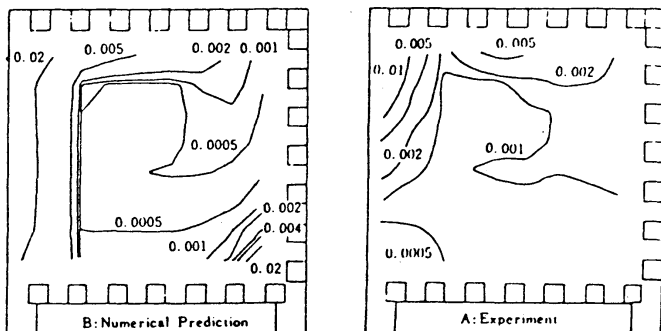


Fig.6-6 Distribution of q^* on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 2 (height of roughness 0.1m 3-planes)

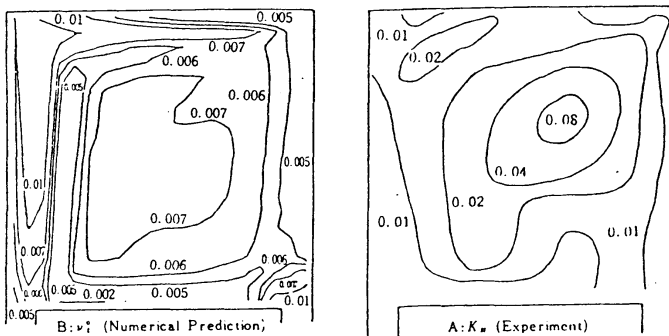


Fig.6-7 Distribution of K^* (experiment) and v^* (prediction) on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 1 (without roughness and plate)

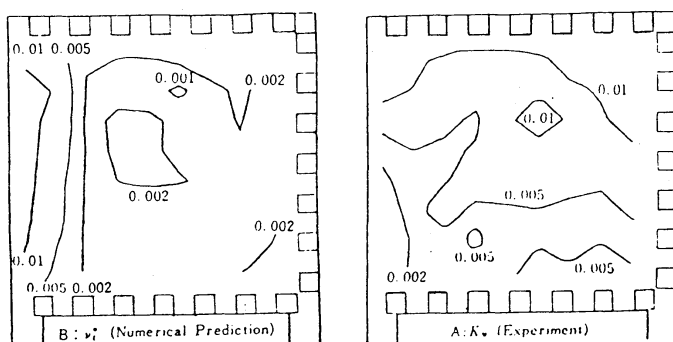


Fig.6-8 Distribution of K^* (experiment) and v^* (prediction) on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 2 (height of roughness 0.1m 3-planes)

中の破線は、参考の
為に experiment 1 で得
られた平均流ベクト
ルを示すものである。

図に示されるように
粗度の設置により壁
に沿った流れの速い
域が中心に移動し、

その循環流の概その
直径も減少している

様子が、数値解、実
験結果の双方で見ら
れる。又、Fig.6-5~Fig.
6-6 には乱流エネルギー

$-q^*$, Fig.6-7~Fig.6-8

には滑動粘性係数 λ^*

$-K^*$ の X-Y 平面 $Z^*=0.0$

の分布を示す。通常

の平板境界層での例

と異なり、粗度の設置

により乱流エネルギー

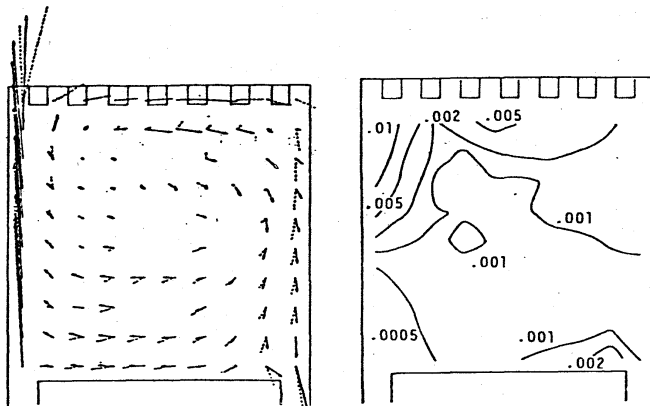


Fig. 7-1 U-V vectors and Distribution of q^* on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 3 (height of roughness 0.1m 1-plane)

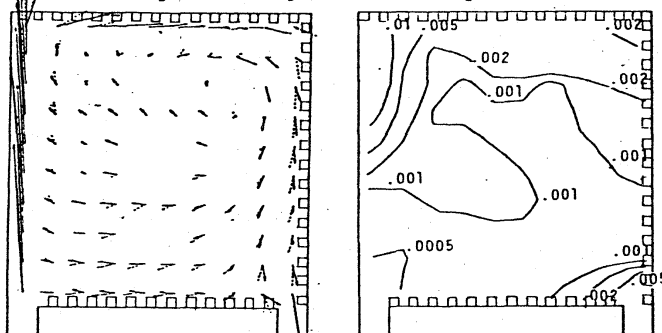


Fig. 7-2 U-V vectors and Distribution of q^* on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 4 (height of roughness 0.05m 3-planes)

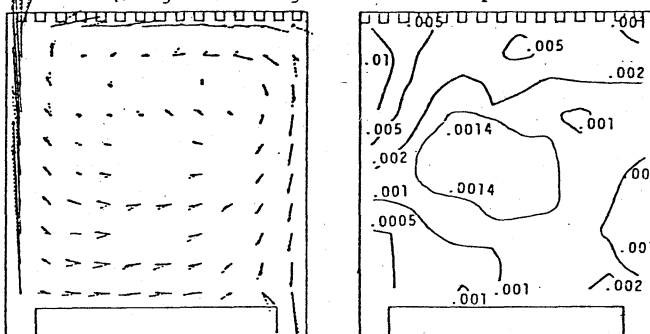


Fig. 7-3 U-V vectors and Distribution of q^* on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 5 (height of roughness 0.05m 1-planes)

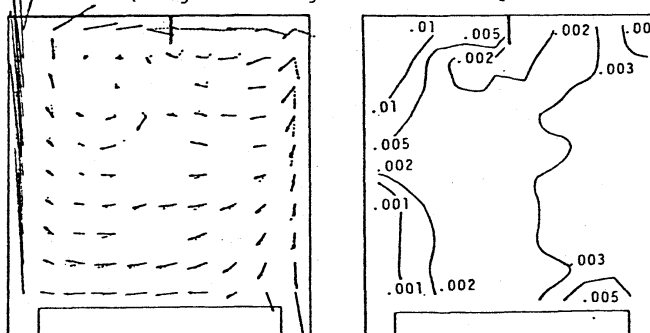


Fig. 7-4 U-V vectors and Distribution of q^* on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 6 (1-plate [0.15 0.15m] on 1-plane)

q^* が全体的に大きく減少している様子が、実験結果、数値解の双方で観察される。

これは粗度の設置により壁面付近での乱流混合が促進され、平均流の勾配(その剪断成分)が緩和され、その結果乱流エネルギー等が減少するものと考えている。

7. 壁面粗度と流れ

Fig. 7-1~Fig. 7-4に、Fig. 2-3で示した各種実験種別における平均流と乱流エネルギーの実験結果を示す。平均流中の破線は、滑らかな壁面に用いた場合(experiment 1)の平均流ベクトルを示す。

粗度の大小、設置壁面の多少による流れへの影響をまとめると①粗度が大きい程、設置面が多い程、壁に沿った垂い流域が中心に移動し、循環流の概その直径が減少する。②同じく粗度が大きい程、設置面が多い程、乱れのエネルギーが全体的に減少する。又ここでは示さないが、滑動粘性係数、乱流拡散、乱れの長さスケール等も同様の傾向を示す。又、丁シートを粗度のかわりに一壁面のみを設置した場合も、乱流エネルギー他、乱れの統計量は、滑らかな壁面に囲まれた場合に比べ、多少減少する。その場合、平均流は、大きく変化している。

8. 結論

Two-Equation Modelを基礎式とした3次元の数値解析は平均流に関し極めて良く模型実験と一致し、平均流の予測方法として有望である。又、壁面に設置した粗度による流れへの影響をある程度再現し、この意味でも可成り実用的な予測法として期待できる。閉鎖空間内の流れでは、粗度の設置により通常の境界層流と異なり、乱流エネルギー、その他乱れの統計量が減少する現象も観察される。これは粗度設置による乱流混合促進により平均流の勾配(その剪断成分)が減少するためと考えられる。

(註1) 本報告の詳細は、文献5、文献6、文献7で報告している。

(註2) 滑らかな壁面での境界条件は、以下の条件を仮定している。(1) 接線方向速度は、バキ指数分布を示す。(少なくとも壁面に隣接する第1セル(差分格子で囲まれた小立方体)の接線速度定義点では)。(2) 乱流エネルギーの法線勾配は零。(3) 乱流散逸の壁面隣接第1セルでの値は、算出された、乱流エネルギーと、乱流の長さスケール l が壁面距離に比例 ($l = C_p^{\frac{1}{4}} \cdot k \cdot r$, C_p : Table 3-1で示す, k : カルマン定数, r : 壁面からの距離) するとして Table 3-1の3-6式より算出。

(註3) 粗度のある壁面での境界条件は、以下の条件を仮定している。(1) 接線方向速度は対数則分布する。 $U = \frac{u_*}{k} \cdot \ln \frac{r}{z_0}$ u_* : 摩擦速度, z_0 : ラフネスパラメータ (2) $\nu_t = u_* \cdot k \cdot r$ (3) コンスタントフラックス $\nu_t \partial U / \partial n = u_*^2$, なおラフネスパラメータ z_0 は、模型実験で測定した値を勘案して定めた。

文献1 B.E. Launder, D.B. Spalding: Mathematical Models of Turbulence Academic Press (1972)

文献2 野村豪, 松尾陽, 見城正光, 坂本信三, 遠藤清尊: 室内空気分布の数値解法に関する研究, 1, 2, 3, 日本建築学会論文報告集 231号, 232号, 238号 (1975)

文献3 F.H. Harlow, J.E. Welch: Numerical Calculation of Time Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Surface, The Physics of Fluid, Vol. 8, No. 2, 1965

文献4 村上周三, 小峯裕己: タンデム型熱線風速計による変動風速の三次元的な測定, 建物周辺気流に関する実験的研究(XI) 日本建築学会論文報告集 292号 (1980)

文献5 村上周三, 野村豪, 小峯裕己, 加藤信介, 佐藤正章: 室内気流に関する数値計算予測と実験対応, 東京大学工学研究 31巻第7号 (1979)

文献6 野村豪, 村上周三, 加藤信介, 佐藤正章: 3次元数値解析と本模型実験 - 数値解析手法を用いる室内空気分布予測法に関する研究 - その2 - 日本建築学会論文報告集 298号 (1980)

文献7 村上周三, 加藤信介: 室内気流に関する数値計算予測と実験の対応, (続報) 東京大学工学研究, 33巻, 3号 (1981)