

CS-1-11

レベルセット法による電磁波回路伝達問題最適設計の検討

Study on Optimization Design of Electromagnetic Waveguide by Level Set Method

平山浩一¹ 辻寧英¹ 坂本駿介¹ 仲祐輔¹ 山崎慎太郎²
 Koichi Hirayama Yasuhide Tsuji Syunsuke Sakamoto Yusuke Tsuduki Shintaro Yamasaki
 西脇眞二³
 Shinji Nishiwaki

北見工業大学¹ (株)豊田中央研究所² 京都大学³
 Kitami Institute of Technology Toyota Central R&D Labs., Inc. Kyoto University

1 まえがき

レベルセット法はおもに構造分野や画像処理分野で適用されている[1],[2]が、フォトニック結晶におけるバンドギャップの最大化[3]、逆散乱問題[4]にも適用されている。著者らはレベルセット法を導波路伝達問題での最適設計に適用することを検討している[5]。ここでは、形状適合性の高い三角形2次要素による有限要素法を用いて、レベルセット法による導波管H面回路の最適化を行い、複数の周波数で最適化して広帯域化を図り、最適化を行う周波数を調整して良好な周波数特性が得られることを示している。

2 有限要素法を用いたレベルセット法最適化

(1) 導波管H面回路結合部の有限要素法解析

図1に示すような導波管H面回路結合部を考える。ここで Γ_0 は電気壁、 Γ_n ($n=1, 2, \dots, N$)は入出力導波路と結合部との境界を表す。有限要素法を用いると、最終的に次式のような連立一次方程式が得られる。

$$[P]\{\phi\} = \{Q\} \quad (1)$$

ここに ϕ は電界の z 成分 E_z を表し、 $\{\phi\}$ はすべての節点での ϕ の値からなるベクトルである。また $[P]$ は有限要素法による行列、 $\{Q\}$ は入射波に対応するベクトルである。

上式を解いて境界 Γ_n 上の ϕ の値 $\{\phi_n\}$ が求まると、 S パラメータは次式のように与えられる。

$$S_{n1} = -\delta_{n1} + \{g_n\}^T \{\phi_n\} \quad (2)$$

ここで、境界 Γ_1 から振幅1の基本モードが入射しており、 $\{g_n\}$ は入出力導波路 n の基本モードに関する量からなる既知ベクトルである。 T は転置することを意味し、 δ_{n1} はクロネッカのデルタを表す。

(2) 物体形状の陰的表現とレベルセット方程式

レベルセット法では、レベルセット関数 $w(\mathbf{r})$ を用いて、設計媒質(誘電体あるいは導体)領域 Ω_{material} と背景媒質(空気)領域 Ω_{air} を次式で表現する。

$$\begin{cases} w(\mathbf{r}) > 0 & \text{for } \mathbf{r} \in \Omega_{\text{air}} \\ w(\mathbf{r}) < 0 & \text{for } \mathbf{r} \in \Omega_{\text{material}} \end{cases} \quad (3)$$

設計領域内でレベルセット関数の値が離散的にわかっているならば、補間して $w(\mathbf{r}) = 0$ を解いてその境界を知ることができるので、媒質形状は陰的に表現されている。

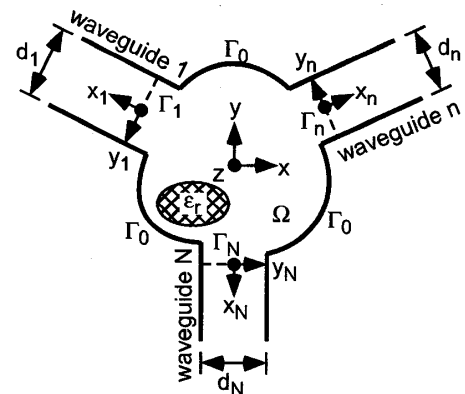


図1 導波管H面回路結合部

レベルセット法では、仮想的な時間 t を導入し、次式のレベルセット方程式にしたがって、最適化問題における目的関数を最小化するようにレベルセット関数を時間的に変化させることで、設計媒質形状の最適化を行う。

$$\frac{\partial w(\mathbf{r})}{\partial t} + V_N(\mathbf{r})|\nabla w(\mathbf{r})| = 0 \quad (4)$$

ここに $V_N(\mathbf{r})$ はレベルセット関数 $w(\mathbf{r})$ の等値線に垂直な「速度」で、媒質形状の時間的な変形の大きさを表すものであり、具体的には目的関数の感度から与えられる。

(3) レベルセット方程式の解

レベルセット関数としては、通常、距離関数が用いられる。距離関数とは、任意の点に対し、設計媒質の外形形状からの距離を対応させるものである。ただし、式(3)にしたがって、設計媒質内部では負の値とするので、符号付き距離関数と呼ばれる。このとき $|\nabla w(\mathbf{r})| = 1$ となるため、ここでは式(4)を用いて、微小時間 Δt 後のレベルセット関数の値を次式のようにオイラー法で求める。

$$\{w^{(t+\Delta t)}\} = \{w^{(t)}\} - \{V_N^{(t)}\}\Delta t \quad (5)$$

ここに肩添字は時間を表し、 $\{\cdot\}$ は有限要素法における要素の頂点での値からなるベクトルを表す。

(4) 感度の評価

最適化問題において最小化する目的関数 C が、 S パラメータ S_{n1} の絶対値の関数として陽に表されるとき、感度は次式から求められる。

$$\delta C = \sum_{n=1}^N \frac{\partial C}{\partial |S_{n1}|} \Re \left[\frac{S_{n1}^*}{|S_{n1}|} \{\Phi_n\}^T (-[\delta P]\{\phi\}) \right] \quad (6)$$

ここに $\Re[\cdot]$ は実部を表し, $\{\Phi_n\}$ は次式の解である.

$$[P]^T \{\Phi_n\} = \{\tilde{g}_n\}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

ここで $\{\tilde{g}_n\}$ は $\{g_n\}$ と同じであるが, 境界 Γ_n 上に無い $\{\phi\}$ に対応する成分には 0 を入れたベクトルを表している. また, $[\delta P]$ は設計媒質の外形形状の微小変化に対する式 (1) での行列 $[P]$ の変化分を表し, 有限要素法の要素の頂点におけるレベルセット関数の微小変化を表すベクトルを $\{\delta w\}$ とするとき, $-[\delta P]\{\phi\} = [W]\{\delta w\}$ として表現できる. 目的関数 C を最小化するように δC の値を常に負にするために, $\{\delta w\}$ の値を次式とする.

$$\{\delta w\} = - \sum_{n=1}^N \frac{\partial C}{\partial |S_{n1}|} \Re \left(\frac{S_{n1}^*}{|S_{n1}|} [W]^T \{\Phi_n\} \right) \quad (8)$$

式 (5) において $\{V_N\} = -\{\delta w\}$ とすることで, レベルセット法による最適化を行うことができる.

3 導波管 H 面 T 分岐回路の広帯域最適設計

図 2 に示すような導波管 H 面 T 分岐回路を考える. ここに導波管の幅は $a = 22.9 \text{ mm}$ とし, 境界 Γ_1 から TE_{10} モードが入射する. 設計領域を図 2 のように設定し, 比誘電率 $\epsilon_r = 2$ の誘電体を最適に配置することで, 9~11 GHz において, 反射電力が小さく, 導波管 2 と 3 への透過電力比が 2 : 1 になるようにレベルセット法による最適化を行う. したがってこの場合の最適化問題は次のように表される.

$$\text{Minimize } C = \sum_{f_m} \left[|S_{11}|^2 + (|S_{21}| - \sqrt{2}|S_{31}|)^2 \right] \quad (9)$$

3 周波数 $f_m = 9, 10, 11 \text{ GHz}$ で最適化を行った場合に得られた最適化形状を図 3(a) に示し, それに対する入出力特性を図 4(a) に示す. 10.5~11 GHz 付近で透過電力比が 2 : 1 から離れていることがわかる. そこで次に, 5 周波数 $f_m = 9, 10, 10.5, 10.75, 11 \text{ GHz}$ で最適化を行い, 最適化形状を図 3(b), それに対する入出力特性を図 4(b) に示す. 9~11 GHz の帯域全体にわたって, 2 : 1 の透過電力比をほぼ満たすように最適化構造が得られていることがわかる.

4 むすび

レベルセット法を用いて導波管 H 面回路伝達問題における誘電体形状の最適設計を行い, 帯域全体で良好な特性をもつ構造を示した. なお, 数値計算では有限要素法汎用ソフトウェア COMSOL MULTIPHYSICS を利用してプログラムした.

参考文献

- [1] S. Osher and R. Fedkiw, Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces, Springer, New York, 2003.
- [2] 山崎, 西脇, 泉井, 吉村, 日本機械学会論文集 C 編, vol.73, pp.72-79, Jan. 2007.
- [3] C.Y. Kao, S. Osher, and E. Yablonovitch, Appl. Phys. B, vol.81, pp.235-244, July 2005.
- [4] A. Litman and K. Belkebir, J. Opt. Soc. Am. A, vol.23, pp.2737-2746, Nov. 2006.
- [5] 坂本, 平山, 辻, 山崎, 西脇, 吉村, 2009 信学総大, CS-1-4.

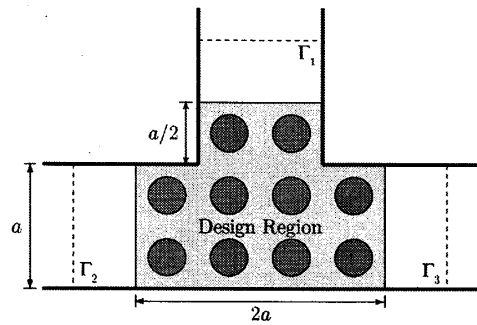
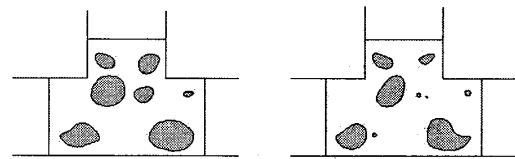
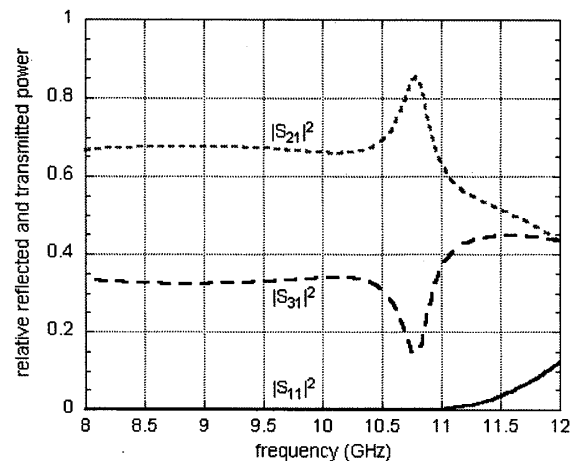


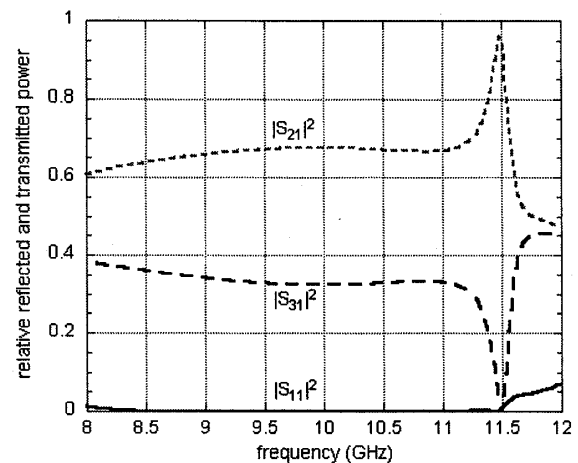
図 2 導波管 H 面 T 分岐回路の初期構造



(a) 3 周波数での最適化 (b) 5 周波数での最適化
図 3 導波管 H 面 T 分岐回路の最適化構造



(a) 3 周波数での最適化



(b) 5 周波数での最適化

図 4 最適化構造に対する入出力特性