

生井沢 寛

これらの論文では近距離相関は扱えない。近距離相関を正しく扱った完全に量子力学的理論は次で与えられた ;

H.Namizawa, Prog. Phys. **48** ('72) to be appeared.

7) E.C.Heltemes and C.A.Swenson, Phys. Rev. **128** ('62), 1512 ;

H.H.Sample and C.A.Swenson, Phys. Rev. **158** ('67), 188.

8) D.S.Greywall, Phys. Rev. A **3** ('71), 2106.

9) E.D.Adams, Proc. 12th Intl. Conf. on Low Temp. Phys. (Kyoto, 1970), 37.

10) H.Horner, Phys. Rev. Letters **25** ('70), 147.

11) E.J.Walker and H.A.Fairbank, Phys. Rev. Letters **5** ('60), 139 ;

W.C.Thomlinson, Phys. Rev. Letters **23** ('69), 1330.

12) E.B.Osgood, V.J.Minkiewicz, T.A.Kitchens, and G.Shirane, Phys. Rev. A **5** ('72), 1537.

13) R.E.Slusher and C.M.Surko, Phys. Rev. Letters **27** ('71), 1699.

14) NMR の実験レビュー ;

R.A.Guyer, R.C.Richardson, and L.I.Zane, Rev. Mod. Phys. **43** ('71), 532.

VIII 液体ヘリウム中のイオンのレビュー

— 特にイオンの易動度について —

東大・工 井 口 家 成

P_{O}^{210} などのアイソトープによって液体ヘリウム中に正・負両イオンを作り出すことが出来るようになって以来十何年かになるが、その間イオン自身の研究、或いはイオンを用いての液体ヘリウムの研究が実験、理論両面から広く精力的に行われてきた。主に研究された問題を挙げると、液体ヘリウム中に存在する正・負イオンの構造に関するもの、或いは Vortex ring と結びついた ion - ring complex の構造に関するもの、動的にはこれら二つのタイプのイオン(前者をふつう Bare ion という)の易動度の測定及びそれに関連してのイオンと quasi-particle との相互作用の研究がある。ここで易

動度の測定は電場をかけて行うのだが、それが十分弱い場合（イオンのドリフト速度と電場の関係が linear に保たれる）、強い場合（Vortex ring, roton の creation に関連してくる）、又マイクロウェーブ領域の電磁波をかけた場合などが行われている。この方面で依然として現在未解決になっている問題に易動度の不連続ステップの観測とことがある。その他光を利用したイオン状態の研究（これには Photoejection, Photoinjection などの実験が入る）、液表面付近でのイオンの研究なども行われている。一方液体ヘリウムを回転させて渦糸が存在する状態での研究としては、渦糸とイオンの相互作用の問題に結びついてイオンの渦糸による捕獲断面積の測定、渦糸からのイオンの逃れ率の測定などが行われてきた。又渦糸に捕獲された負イオンの渦糸の軸方向への易動度の測定がある。これは渦糸の芯の構造の問題にも触れ、興味深い。上に述べたのは He^+ 中の話であるが、 He^3 、 $\text{He}^3 - \text{He}^4$ の混合液でも易動度の実験等が行われていてこの方面も注目に値する。このように一口にイオンと言っても色々分野が広く、全部を網羅するのは無理なので特にイオンの易動度の問題について述べていく。はじめに液体ヘリウム中に存在するイオンの構造について説明する。

(1) 正イオン、負イオンの構造

He_2^+ 乃至 He^+ イオンであろうと考えられている。 He_2^+ イオンは結合エネルギーが 2.5 eV で非常に安定である。Atkins の簡単な Electrostriction Model⁽¹⁾ によれば、イオンの電荷が周囲のヘリウム原子を電氣的に分極させる効果があるためその有効質量、大きさも He_2^+ 分子そのものよりはるかに大きくなっている。即ち点電荷によるクーロン場によって圧力勾配ができ、中心からある距離 R で融解圧力に等しいとすると、それより内側では He は固体の状態にあると考えてよいのである。イメージとしては中に固い芯をもち、その外側に高密度のヘリウムをまとっているような “snowball” 型で固い芯の半径は $R_+ = 5 \sim 9 \text{ \AA}$ 、有効質量は Dahm, Sanders の測定によれば⁽²⁾ $M^* \sim 40 m_{\text{He}}$ ということになる。但し有効質量とは芯の質量、分極効果による excess mass そして流体力学的質量の総和である。このモデルは液体ヘリウムをミクロなサイズまで連続体として扱うので、正しいとは言えないが、現在までの所定性的にはこの考えでよいようである。

次に負イオンの構造については、まず He_n^- の形のイオンは不安定で存在しない。又 He_n^- タイプのイオンでないことは、実験からも例えば、渦糸による負イオン捕獲の様子が He_n^+ タイプの正イオンと甚しく違う点からもいえる。Kuper は 1961 年に負イ

井口家成

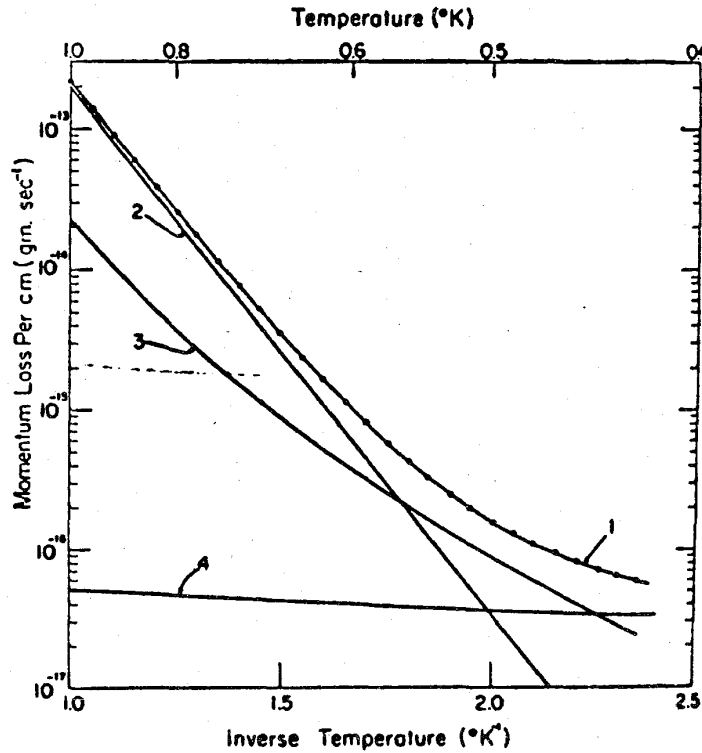
オンのモデルとして Electron Bubble の考えを提唱したが⁽³⁾、その後の実験からこの説は一般に支持されている。このモデルによれば負イオンを電子と考えると、電子を小さな空間におしこめようとすればエネルギーは高くなり、又逆に電子の占める空間を広げると、電子-ヘリウム原子の反撥が強いため、周囲のヘリウム原子を押しよけるのに仕事を要する、結局どこかにエネルギーが最小となる半径が存在するはずである。この Bubble のエネルギーを式とかくと（簡単なモデルで）

$$E_t = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e} + 4\pi r R^2 + \frac{4\pi}{3} P R^3$$

ここで k は $k \cot k R = -(k_0^2 - k^2)^{1/2}$ の解である。⁽⁴⁾ 但し $V_0 = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m_e}$ は実験から 1 eV ぐらいであると見積れる。⁽⁵⁾ 第一項は電子のエネルギー、第二項は表面エネルギー、第三項は Volume work の項である。 E_t が最小になるように R をきめる。こうして計算した R_- は 16 Å ぐらいである、実験的には渦糸に捕獲された負イオンの寿命測定等から $R_- = 15 \sim 21$ Å と算出され、ほぼ計算と一致している。又これは正イオンよりもはるかに大きいということがわかる。有効質量は、電子のクーロン場による分極作用に伴って大きくなり $M^* = 100 \sim 200 m_{He}$ で流体力学的質量に近い。⁽²⁾

(2) 正イオンの易動度

液体ヘリウム中に電位勾配をつくり、イオンを加速してやると、これらのイオンは液中に存在する準粒子の散乱をうけるが、これがイオンの drag force となって効いてくる。だから理論計算は主に準粒子の散乱確率を求めるということになる。易動度の様子は前に述べたように弱い電場、強い電場をかける場合で違ってくるが、ここで扱うのは非常に弱い電場をかける場合で電場の加速によってイオンは熱平衡エネルギーを越えるようなエネルギーを受けないことを前提とする。このときのイオンのドリフト速度は電場に比例するが、このような条件下での易動度の測定は Meyer, Reif の実験⁽⁶⁾ 以来数多くなされている。イオンは液体中のフォノン、ロトン、 He^3 不純物と衝突するが、この結果によって易動度の温度依存性がきまってくる。Meyer, Reif の実験では比較的高い温度 ($T \geq 0.6^\circ K$) ではロトンの散乱が主として効いてきて易動度は $\mu = \alpha \exp(\Delta'/k_B T)$ の形になるが、後に述べるように正、負イオンで Δ' の値が異なる。一方低温側 ($T \leq 0.6^\circ K$) ではフォノン、 He^3 不純物による散乱の寄与が大きくなり易動度カーブは semi-log プロットで直線からずれてくる、Fig. 1 は $0.4 < T$



第1図

$< 1^\circ\text{K}$ の範囲で Schwarz, Stark が行った最近の実験結果である。⁽⁷⁾ ここで単位長さ当りの運動量損失 P' の値は易動度 μ と $P' = e/\mu$ の関係にあるが、その測定の誤差は $\pm 1\%$ 程度で温度決定も $\pm 0.001^\circ\text{K}$ の精度で行われていて、初期の実験と特に低温部で 50% ぐらい異なっているのが目立つ。さてこの実験を説明するのに彼等は P' に対する表式として Baym たちが導出した式を用いる。⁽⁸⁾

$$P' = - \frac{\hbar^2}{6\pi^2} \int k^4 \frac{\partial n}{\partial \epsilon} v_g(k) \sigma_T(k) dk$$

ここで n は考えている準粒子の分布函数、 v_g はその群速度、 $\sigma_T(k)$ は運動量移行断面積である。今まで多くの易動度の式が提起されたが、この式が現在最も信用あるといつてよい。

まずフォノンの散乱については、正イオンの構造から古典的剛体球による音波の散乱として取扱える。レーリー散乱を考えるとそれによる寄与は

$$P' = \frac{2 \times 8!}{27\pi} \zeta(8) \frac{(11 - 4\alpha + 2\alpha^2)}{(2 + \alpha)^2} \hbar \left(\frac{k_B T}{\hbar s} \right)^8 R_+^6$$

井口家成

となる。ここで R_+ は正イオンの半径、 S は音速、 α はイオンに押しのけられた部分の液体の質量とイオンの有効質量との比であり 0.4 ぐらいである。

ロトンによる散乱は重要であるが、単純なイオン-ロトン相互作用はおろかロトンの構造自身についてもわかってないのが現状である。ただおおよそ見当のついていることはロトンの運動学がイオンに対しては高エネルギー散乱と見做せ、⁽³⁾ 且つその特殊なエネルギースペクトルの形から断面積が $(k - k_0)$ に殆ど依存しなく、一定値になるであろうということである。 $\sigma_T(k) \sim \sigma_T(k_0) = \text{const}$ と考えると、ロトンによる寄与は

$$P'_r = \frac{\hbar k_0^4}{3\pi^2} \sigma_T(k_0) e^{-\Delta/k_B T}$$

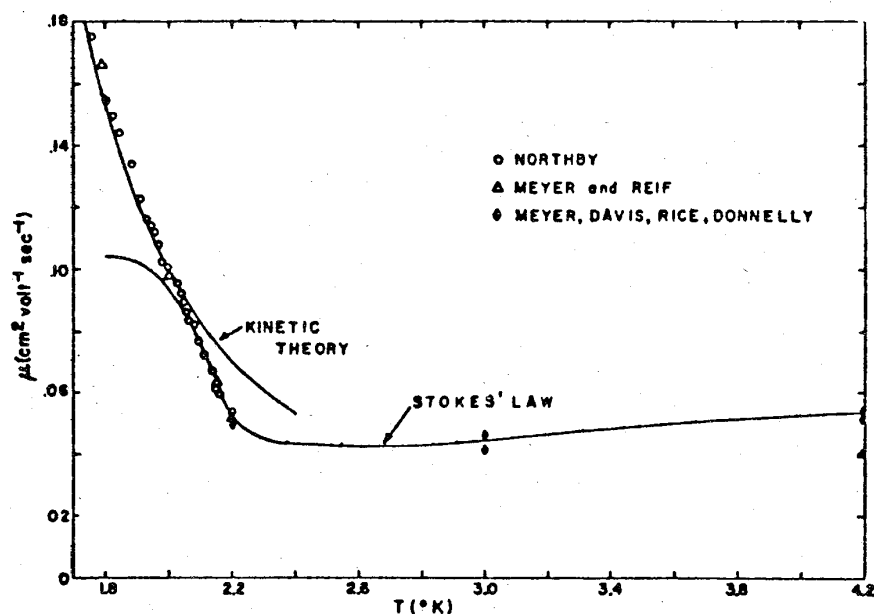
この傾向は簡単な運動学的議論からも導かれる。則ち $e^{-\Delta/k_B T}$ の温度依存性は熱平衡にあるロトンの数密度と直接関係があるからである。正イオンによる散乱を剛体球による散乱と考えると $\sigma_T(k_0) = \pi R_+^2$ はよい近似となる、実際イオンの有効質量が非常に大きい極限で幾何学的な値をとることは既に証明されている。⁽⁹⁾ He^3 不純物による寄与は、 He^3 がボルツマン分布をしており、イオンとの衝突は剛体球散乱で近似できると仮定すると $P'_{\text{He}^3} = C T^{1/2}$ のような温度依存性となる。

Schwarz, Stark は R_+ , $\sigma_T(k_0)$, C をパラメタと考え、データに最適フィットするようにすると、Fig 1 の実線のようになる。曲線 2 はロトン、3 はフォノン、4 は He^3 不純物による各散乱からの寄与で、その総和は曲線 1 となる。

温度が λ 点に近くなると、ロトン-ロトン間の相互作用が無視できなくなり、易動度データは直線からずれてくる、この領域でのロトンは粘性流体のような働きをされると考えられている。 $T > T_\lambda$ の HeI 相での易動度データは古典流体力学によって十分記述できる。というのはこの領域ではイオンのサイズがヘリウム原子間の間隔、素励起の mean free path に比べてずっと大きくイオンは液体中を動く剛体球のように考えられるからである。Dahm, Sanders によれば、このような常流体でのイオンの振舞には Stokes の法則が適用できて

$$\mu = e / [6 \pi \eta R(T)]$$

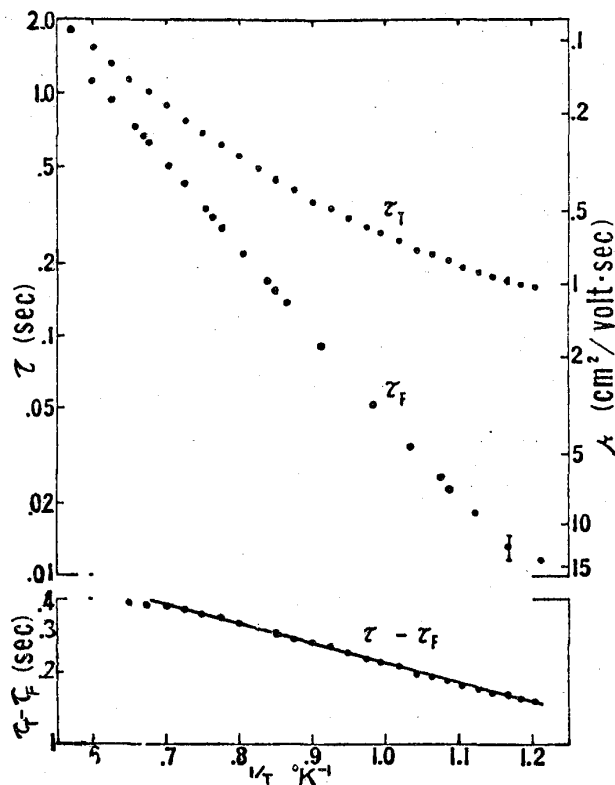
となる。ここで η は粘性係数、 $R(T)$ は温度 T におけるイオンの半径である。Fig. 2 は η に既存の実験データを使い、 R としては Electrostriction Model に基づいて得られた現象論的式を用いて計算した結果を曲線として描いてある。kinetic theory と記してある方は $\mu \propto e^{-\Delta/k_B T}$ の曲線を示す。



第2図

(3) 負イオンの易動度

定性的には正イオンと同じような傾向を示すが、負イオンは正イオンのように“硬く”なく簡単に剛体球散乱のような近似は使えない、又大きさ・質量もかなり異なるので、細かい様子は違って来る、ロトン散乱が重要な温度範囲では ($0.8 \lesssim T \lesssim 1.7^\circ\text{K}$)、易動度の $\exp(\Delta/k_B T)$ 依存性は正イオンでは $\Delta_+ = 8.65-8.8^\circ\text{K}$ 、負イオンでは $\Delta_- = 7.7-8.1^\circ\text{K}$ と測定されている。この相異は最近 Barrera, Baym によって調べられ、⁽¹⁰⁾ イオンの質量が有限なことに起因する反跳効界を考慮してのロトン-イオン散乱を分析することにより、説明がつけられるとしている。 $T \lesssim 0.6^\circ\text{K}$ ではフォノンによる散乱が支配的となるが、Schwarz, Starkの最近の測定では $0.3 \leq T \leq 0.5^\circ\text{K}$ で $\mu T^3 \approx \text{一定}$ となることを示している、⁽¹¹⁾ これを説明するために Baym たち⁽⁸⁾ はこの散乱を弾性球による古典音波の散乱と考え計算を行った。Bubble の場合圧力をかけるとその半径が相当に変化することが観測されているので、この近似はよい。今長波長側 ($kR \ll 1$) では最初の2, 3の部分波のみを考えればよく、これによる断面積は $\sim k^4 R^6$ のように振舞う、Fig. 3 に計算結果を示す、図で実験点は Schwarz, Stark ののもので s, p, d 波まで含めるとかなり実験値に近くなり、 μT^3 も一定となる。 μT^3 が一定値になるのは熱的に有効なフォノンの波数がS波共鳴より高い波数の部分に位置し、そこで $\sigma_T(k)$ は本質的に k^{-1} のように振舞うからであり、フォノンによる非弾性散乱の効果ではない。温度の高い方ではロトン散乱の影響が出てきて易動度は急激に減少



第3図

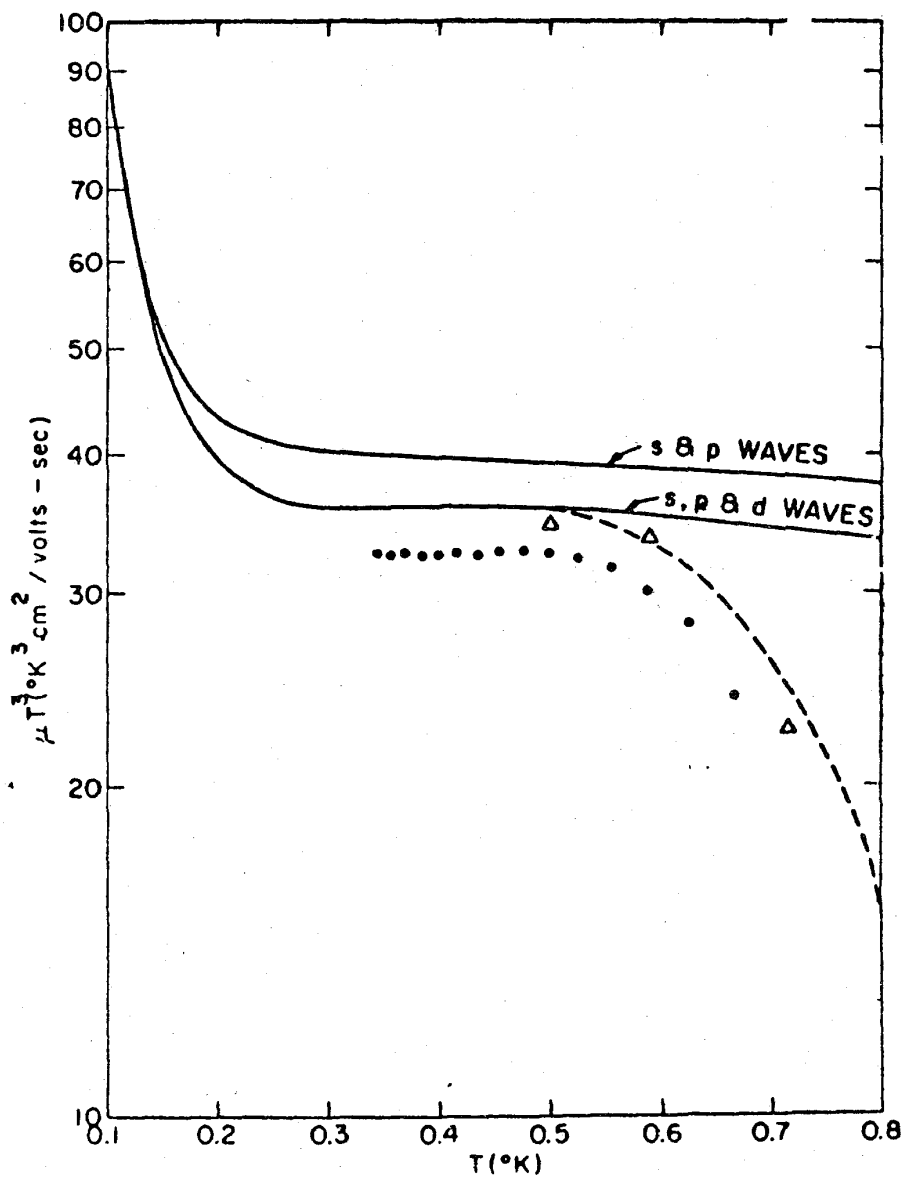
する。

(4) 渦糸にトラップされた負イオンの易動度

液体ヘリウムを回転させると、その角速度に応じた密度で量子化された渦糸が液中にできる。さてイオンが渦糸のそばに近づくと、その velocity field によってイオンは渦糸にトラップされる、この捕獲機構は流体力学的吸引力であると考えられ、負イオンは準安定にトラップされ、その寿命は $T \lesssim 1.6^\circ\text{K}$ では8分以上と測定されている、一方正イオンについてはトラップされるという事実はなく、この違いは両イオンの大きさが異なることと密接に結びついており、半径の大きい負イオンに対する流体力学的ポテンシャルの深さは $\sim 50^\circ\text{K}$ と評価されている。渦糸に束縛されたイオンの寿命、又イオンの渦糸による捕獲断面積等については Donnelly の教科書に丁寧にのっているの⁽¹²⁾でここでは省略する。

さてこのトラップされた負イオンに渦糸の軸方向に弱い電場をかけて易動度を測定してみると渦糸のないバルクな液体中を進む場合に比べ、ずっと小さい値になることが観測された。⁽¹³⁾ (Fig 4) 図で τ_F とかいたのは Free なイオンに対するデータで、 τ_T

はトラップされたイオンに対するものである。上の実験はトラップされたイオンの散乱機構が自由なイオンとは異っていることを暗示している。さて渦糸の励起状態を考えると、その結果一種の表面積であるような渦糸波が軸方向に伝わっていくということは古典的には Thomson,⁽¹⁴⁾ 量子力学的には Pitaevskii⁽¹⁵⁾ によって確かめられている。この渦糸波がイオンによって散乱されると考えると、これは易動度の低温側 ($T \lesssim 0.8^\circ\text{K}$) を説明するにすぎない、⁽¹⁶⁾ Glaberson たち⁽¹⁷⁾ は渦糸の芯近くに局在したロトンの状態を半古典的に考え、現象論を駆使して実験データを説明するのに成功したが、あいまいな点が多く、この方面の研究はまだ始まったばかりと言えよう。特に最近 Fetter⁽¹⁸⁾ が多体問題的な分析から渦糸の芯は中空でなく、非凝縮粒子で満されているとの説を出し注目される。



第4図

参 考 文 献

- 1) K.R. Atkins, Phys. Rev. **116**, 1339 (1959)
- 2) A.J. Dahm and T.M. Sanders, Phys. Rev. Letters **17**, 126 (1966)
- 3) C.G. Kuper, Phys. Rev. **122**, 1007 (1961)
- 4) K. Hiroike, N.R. Kester, S.A. Rice and J. Jortner, J. Chem. Phys. **43**, 2625 (1965)
- 5) W.T. Sommer, Phys. Rev. Letters **12**, 271 (1964)
M.A. Woolf and G.W. Rayfield, Phys. Rev. Letters, **15**, 235 (1965)
- 6) F. Reif and L. Meyer, Phys. Rev. **119**, 1164 (1960)
- 7) K.W. Schwarz and R.W. Stark, Phys. Rev. Letters **22**, 1278 (1969)
- 8) G. Baym, R. Barrera and C.J. Pethick, Phys. Rev. Letters **22**, 20 (1969)
- 9) I. Iguchi, J. Low Temp. Phys. **4**, 637 (1971)
- 10) R. Barrera and G. Baym, to be published
- 11) K.W. Schwarz and R.W. Stark, Phys. Rev. Letters **21**, 967 (1968)
- 12) R.J. Donnelly, Experimental Superfluidity (The University of Chicago Press, (1967)
- 13) W.I. Glaberson M.M. Strayer and R. J. Donnelly, Phys. Rev. Letters **20**, 1428 (1968) R.L. Douglass, Phys. Rev. **174**, 255 (1968)
- 14) W. Thomson (Lord Kelvin), Phil. Mag. **10**, 155 (1880)
- 15) L.P. Pitaevskii, JETP **13**, 451 (1961)
- 16) A.L. Fetter and I. Iguchi, Phys. Rev. **A2**, 2067 (1970)
T. Ohmi and T. Usui, Prog. Theoret. Phys. **45**, 1717 (1971)
- 17) W.I. Glaberson, D.M. Strayer and R.J. Donnelly, Phys. Rev. Letters **21**, 1740 (1968)
- 18) A.L. Fetter, Phys. Rev. Letters. **27**, 986 (1971)