

銀行・企業間信用の重み付き 2 部グラフの解析¹

藤原 義久² ATR Laboratories / 京都大学

経済ネットワークにおける重要な関係性の一つは、金融 (financing) である。ここでは、特に**金融機関と企業間の信用ネットワーク** (credit network) を対象とする [1, 2]。

銀行が企業に対して貸出を行ったり、企業が銀行から借入を行って資金調達を行うのは、銀行は利子収益による将来の利益を期待することに基づいて貸出を行い、一方で企業は将来の成長期待に基づいた金融の源泉として金融機関からの借入を行っているからである。このように、銀行と企業間の信用関係はそれら経済主体が互いに依存し合う関係性を表しているわけであるが、その裏を返せば、一方の経済的脆弱性が他方の経済的状態の悪化に連鎖する可能性が存在する。すなわち、銀行の経済的な脆弱性が企業へ及ぼす影響として、貸出の引き締め、利子率の増加、支払い日程の短縮などが、また企業の脆弱性が銀行に及ぼす影響として、支払いの遅延、債務不履行、倒産などが、信用関係を通じて伝搬し得る。

本論文は、金融をめぐる銀行と企業間の信用関係の依存度に基づいて、脆弱性の伝搬のレベルとロケーション (経路) を定量化するための方法を提案する。銀行 μ と企業 i を頂点とし、その貸出金額 = 借入金額を重み $w_{\mu i}$ とするような 2 部グラフ (weighted bipartite graph) を考える (図 1 (a))。 i が μ の脆弱性から受ける影響のレベルを、重み $w_{\mu i}$ を用いて、規格化 $B_{i\mu}$ により仮定する (図 1 (b))。同様に、 μ が i の脆弱性から受ける影響を、規格化 $A_{i\mu}$ により仮定する (図 1 (c))。この結果、銀行の不良状態が企業へ影響を及ぼし、企業の不良状態が銀行へ影響を及ぼし、さらにそれが繰り返される伝播過程は図 1 (d) となる。

いま、次の議論により self-consistent に決まるスコアとして、銀行 μ の脆弱性を x_μ とする。 x_μ の値が大きいとき、銀行 μ の経済的状態の悪化によって、貸出量を引き締めたり、利子率を引き上げたり、貸出先企業の支払い期限を短縮したりすると考えると、そのような行動による企業 i への影響は i の μ への依存度 $B_{i\mu}$ に比例して影響を受けるだろう。逆に、企業 i の脆弱性を y_i とし、 y_i の値が大きいとき、企業 i は返済期限の遅れやデフォルトといった悪化の程度を表していると考え、その結果銀行 μ が被る影響は、 μ の i への依存度 $A_{i\mu}$ に比例して大きくなるだろう。そこで、最も単純な仮定として、これら影響の及ぼし合いに線型性を仮定すると

$$\mathbf{y} \propto \mathbf{B}\mathbf{x}, \quad \mathbf{x} \propto \mathbf{A}\mathbf{y}, \quad (1)$$

となる。ここで、 $\mathbf{x}$ と $\mathbf{y}$ はそれぞれ成分が x_μ ($\mu = 1, \dots, n$)、 y_i ($i = 1, \dots, m$) となるベクトルであり、 $\mathbf{A}$ は成分を $A_{i\mu}$ とする ($n \times m$) 行列、 $\mathbf{B}$ は成分を $B_{i\mu}$ とする ($m \times n$) 行列である。また、 n, m はそれぞれ銀行数と企業数である。(1) の連立方程式から、固有値問題

$$\mathbf{P}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}, \quad (2)$$

が得られる。ここで、 $\mathbf{P} = \mathbf{AB}$ であり、 λ は固有値である。銀行 $\rightarrow$ 企業 $\rightarrow$ 銀行の連鎖が、 $\mathbf{P}$ であるので、その繰り返し $\mathbf{P}^r$ を考えると、固有値の大きなモードが重要となる。

論文 [1] では、 $n =$ 約 200、 $m =$ 約 2000 からなる 2 部グラフに対して解析を行った。ここで、 n は都市、地方、信託、生保系の銀行や農林系、商工中金など国内銀行を含む。 m は上場企業をカバーしている (法人企業統計等によると、大企業と中小企業の金融の大きさは貸出残高の比較からは、約 2% 弱の大企業が貸出総額の約半分を占める)。その結果

- 借手から貸手、貸手から借手への依存度合いと影響のレベルを 2 部グラフから式 (2) を用いた self-consistent な計算により、**脆弱性指標 $\mathbf{x}$** を銀行について解析した。

¹論文 Y. Fujiwara, H. Aoyama, Y. Ikeda, H. Iyetomi, and W. Souma [1] に基づく。

²email: yoshi.fujiwara@gmail.com

- 帰無仮説としてランダム 2 部グラフを用いることによって、(最大固有値に対応する自明なモードを除いて) 上位 2 個の固有値とそれに対応する固有ベクトルが統計的に有意であることを見出した。
- 1980 年から 2005 年までの 25 年間について、脆弱性のレベル (**固有値の大きさ**) とそのロケーション (対応する**固有ベクトルの成分**)、すなわちどの銀行が脆弱な経路に関係するかを解析して、**その変化**と日本の金融システムの変化について議論した。

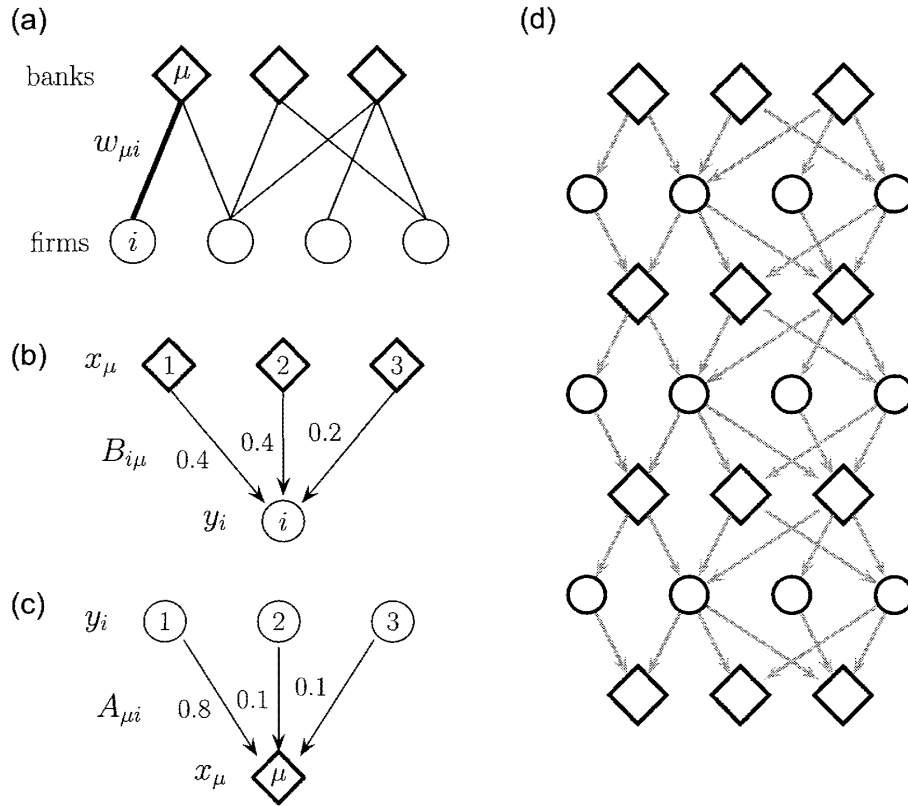


図 1: (a) 銀行 (四角印) と企業 (丸印) の 2 種類の頂点からなる 2 部グラフ。枝は銀行 μ の貸出・企業 i の借入の関係であり、貸出・借入金額に等しい重み $w_{\mu i}$ が付与されている。(b) 企業 i の総借入金額 $\sum_{\mu} w_{\mu i}$ で規格化した $B_{i\mu} \equiv w_{\mu i} / \sum_{\mu} w_{\mu i}$ の例。企業 i が銀行 μ の不良状態から受ける影響度合いは $B_{i\mu}$ に比例すると仮定。(c) 銀行 μ の総貸出金額 $\sum_i w_{\mu i}$ で規格化した $A_{\mu i} \equiv w_{\mu i} / \sum_i w_{\mu i}$ の例。銀行 μ が企業 i の不良状態から受ける影響度合いは $A_{i\mu}$ に比例すると仮定。(d) 銀行の不良状態が企業へ影響を及ぼし、企業の不良状態が銀行へ影響を及ぼし、さらにそれが繰り返される伝播過程の一部。

参考文献

- [1] Y. Fujiwara, H. Aoyama, Y. Ikeda, H. Iyetomi, and W. Souma.
Structure and temporal change of the credit network between banks and large firms in Japan.
Economics E-Journal, Vol. 3, No. 2009-7, 2009.
<http://www.economics-ejournal.org/economics/journalarticles/2009-7>.
- [2] G. De Masi, Y. Fujiwara, M. Gallegati, B. Greenwald, and J. E. Stiglitz.
An Analysis of the Japanese Credit Network, 2009. <http://arxiv.org/abs/0901.2384>.