

電卓の計算法について

電通大 情報数理工学科

小林光夫

1 はじめに

近頃の電卓の普及はめざましい。機能は、かつてより格段に優れ、超小型で、メモリ付き、関数付きのものが、どこでも手軽に使えるようになった。反面、その使用法、計算法など、ソフトウェア的側面については、いま一步の障がある。電卓に付属の手引書なども、いくつかの数値についての計算例を並べて、一般の場合の計算法を推測させる方法（大部分はこれ）か、電卓に内蔵されているレジスタを陽に示し、その間のデータの移動を記す方法の二通りである。前者は、分かり易い表現に欠いてゐる点があり、後者は、機能を厳密に表わすが、ハードウェアまわりの人になじみない。

この小文では、操作法をより簡単に記述の仕方を提案し、それを、電卓の機能の定義、算法の記述、操作の正しさを示すことなどに適用してみる。

2 記法

電卓には、いくつかのキーをそろえた操作部と、計算結果を表示する表示部、それに、途中結果を貯えるメモリなどがある。人は、表示部の数値を見、メモリの内容を考慮し、キーを押す。表示部の数値やメモリの内容などを Δ で、キー操作を Φ で表わし、この過程を AN 記法風に書けば、次のようになる：

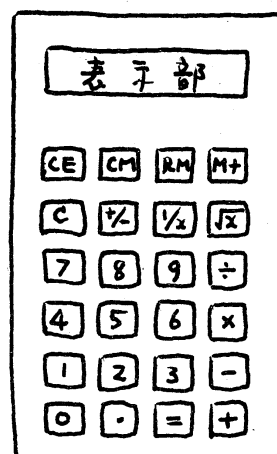
$$\langle \text{電卓の操作} \rangle = [\Delta] (\Phi \dots \Delta) \dots \Delta$$

これを、構文としてとらえるだけでなく、意味を付与して考えてみたい。すなわち、最後の Δ を、それより手前の Δ や Φ の列を前提としたときの、帰結と考えるわけである。いいかえれば、表示（やメモリ） Δ を見（考え）ては、いくつかの操作 Φ を行なうことを繰り返し、最後に得られた Δ が、望む結果であると認もうというのか、私の提案である。

3 電卓の機能の定義

右のような、現在最もよく普及していると思われる、1メモリ付の電卓を例にとり、操作法をそろえることによつて、その機能を定義してみよう。

表示部の数値を x 、メモリの内容を y



とし、 Δ の具体的な表現を

$$\{x; \Delta\}$$

と書く。適宜、省略記法

$$\{x\} : \Delta \text{ を忘るゝてよいこと}$$

や

$$\{; \Delta\} : x \text{ を忘るゝてよいこと}$$

を使うことにする。

<単純操作>

$$A1: (\text{消去}) \quad C \{0\}$$

$\bar{C}$ を押すと表示が 0 になることを示す。

A2: (入力) 数字キーや小数点キーで数値 n を入力する操作を n で表わす:

$$n \{n\}$$

数値を入力すると、それが表示されることを意味する。

A3: (単項演算) μ を、 $\div$, $\frac{1}{x}$, $\sqrt{x}$ のいずれかの操作とする:

$$\{v\} \mu \{\mu v\}$$

v が表示されているとき、 μ を押すと、 μv が表示されることを意味する。例之は、

$$\{3.14\} \div \{-3.14\}$$

などの操作である。

<複合操作>

$\phi, \psi \in$, 演算 $+, -, \times, \div$ のいずれかとする。また, x, y など, 操作 ϕ または ψ または RM または RM の結果に単項演算を施して得られる被演算子の設定を表わそう。

A4: (計算開始) $C \times \phi \{x\}$

消去をし, 被演算子 x を設定してから, ϕ を押しこむ
表示は x のみであることとする。

A5: (計算続行) $\phi \{v\} \times \psi \{v \phi x\}$

前の ϕ を押し, v が表示されるときに, $x \psi$ と操作を行うと, 前の演算 ϕ が実行されることとなる。
(したがって, ψ も v に代入される。)

A6: (結果表示) $\phi \{v\} x = \{v \phi x\}$

A5 と意味はほぼ同様である。

A7: (連続計算) $= \{v\} \phi \{v\}$

$=$ を押しこむとき, 結果 v が表示され; それを確認した後さらに計算を続行しこむことである。これは, それを可能にする操作法である。

<省略操作>

たいていの電卓では, $=$ を押し回数越少くする方が(?)
は, 操作の省略のようである。つまり, 今までの $=$ 押し
操作は, どの電卓にも共通のものである。したがって, この省略操作

は、簡単に、2番目のことがあつた。

Δ や Φ が Σ , Σ' と可換とす。

$$\Sigma \Rightarrow \Sigma'$$

で、「 Σ は Σ' で可換である」といふことは、「 Σ は Σ' と同等である」といふことを表わすことにし、我々の新略操作法を次のように定めよう。

A8: (次の計算開始)

$$=x\varphi \Rightarrow Cx\varphi$$

= が押された結果を表すために $x\varphi$ とする。 $x\varphi$ と操作した場合は、 $Cx\varphi$ と操作したのと同一である。

A9: (平方をとる)

$$\varphi\{v\} = \Rightarrow \varphi\{v\}v =$$

φ 操作後 v が書かれたことにし、 v を $v\varphi$ とし、それは v を入力したから $=$ と押したのと同等である。この操作は、平方を取ることに便利に使う。

A10: (定数計算)

$$\varphi y = \{v\}x = \Rightarrow \varphi y = \{v\}x\varphi y =$$

前の ' φy ' の結果が得られたことにし、A8 を用いれば、次と同等である:

$$\cdots Cx\varphi y = \{x\varphi y\}$$

この機能は、指令によって違ってくる。ある指令では、 φ を $+$, $-$, $\div$ にしなるとなっているが、他の指令では、 $\div$ 以外のみのみ成立つことがある。この法則の成立しない場合には、次の $A10'$ が成立つことがある:

$$A10': \quad x \psi y = \{v\} z = \\ \Rightarrow x \psi y = \{v\} x \psi z =$$

すなわち、'xψ' の結果を v とし、 z に代入する。

A11: (べき乗)

$$\varphi y = \{v\} = \Rightarrow \varphi y = \{v\} v =$$

したがって、 $A10$ を用いることは、次の同義である:

$$\dots C v \varphi y = \{v \varphi y\}$$

② $A10$ が成立する場合や、 $A10'$ が成立つ場合には、もちろん別の解釈となることに注意。

<メモリ演算>

A12: (メモリ消去) $CM \{i; 0\}$

CM を押すと、メモリの内容が 0 になる。他は不変。

A13: (メモリ呼出し) $\{i; \Delta\} RM \{\Delta\}$

メモリの内容を Δ とし、 RM を押すと、表示が Δ になる。メモリは不変。

A14: (メモリ加算) $\{v; \Delta\} M+ \{i; \Delta+v\}$ 表示不変。

<その他の操作>

A15: (入力訂正) $m \in \{0\}$

・ たいていの電卓のも、この入力訂正の機能である。

編集機能の一種であり、電卓の操作性の評価のさうな
は重要であるが、算法を考へるさうなは、直接関係な
い。

4 いくつかの計算例

以上のように、電卓の七つ基本的性質が定義されている、あ
る操作によつてこのような結果が得られるかを調べたり、算
法をプログラムしてこれを機械で動かすことに利用する。先の
A1 から A14 を仮定し、いくつかの計算例を述べよう。

<例1> $C(x \varphi y) \psi z = \{(x \varphi y) \psi z\};$

これは、たとえば、 $C(3 + 2 \times 4) = \{20\}$ となることを
意味している。この結果の正しさを、次のようにして
分る:

$$\underline{C(x \varphi \{x\})} \quad (A4)$$

$$\underline{\quad y \psi \{x \varphi y\} \quad} \quad (A5)$$

$$\underline{\quad z = \{(x \varphi y) \psi z\} \quad} \quad (A6)$$

<例2 ($2x^2$ の計算) >

$$C \ x \ x = + = \{2x^2\};$$

$$\therefore) \quad \underline{C \ x \ x \{x\}} \quad (A4)$$

$$\xrightarrow{\quad \Downarrow \quad} \quad (A9)$$

$$\underline{x \{x\} x = \{x^2\}} \quad (A6)$$

$$\underline{\quad \quad \quad} + \{x^2\} \quad (A7)$$

$$\xrightarrow{\quad \Downarrow \quad} \quad (A9)$$

$$\underline{+ \{x^2\} x^2 = \{2x^2\}} \quad (A6)$$

<例3 (等差数列 $a_n = a + (n-1)d$ の計算)>

$$(1) \quad C \ a + \{a\} d \{d\};$$

$$(2) \quad \text{for } i := 2 \text{ to } n \text{ do } = \{a_i\};$$

$$\therefore) \quad i = 2 \text{ のとき},$$

$$C \ a + \{a\} d = \{\underbrace{a+d}_{a_2}\} \quad (A4, A6)$$

$$i \leq k \text{ までの操作} \Rightarrow C \ a_{k-1} + \{a_{k-1}\} d = \{a_k\} \text{ と可成り},$$

$$i = k+1 \text{ のとき}$$

$$C \ a_{k-1} + d = \{a_k\} =$$

$$\xrightarrow{\quad \Downarrow \quad} \quad (A11)$$

$$\underline{C \ a_k + d = \{a_{k+1}\}} \quad (A4, A6)$$

例2, 例3は最終操作を利用しているから, 電卓によって
は当然やり方が異なる場合もあるから, 注意する.

<例4 (等比数列 $a_n = ar^{n-1}$ の計算)>

(1) $C \ a \times \{a\} \ r \ \{r\};$

(2) $\text{for } i:=2 \text{ to } n \text{ do } = \{a_i\};$

<例5 ($1 + a^n$ の計算)>

(1) $C \ a \times \{a'\};$

(2) $\text{for } i:=2 \text{ to } n \text{ do } = \{a^i\};$

<例6 (逆数 x^{-1} の計算)>

$C \ x \div \{x\} = \{1\} = \{1/x\};$

同様にして, x^{-1} の逆数 x の計算もできる。
 x^{-1} の逆数 x の計算もできる。

<例7 (乗法 $\times$ と加法 $+$ の演算 $\Delta_n = a_1b_1 + \dots + a_nb_n$ の計算)>

(1) $C \ CM \ \{0, 0\};$

(2) $\text{for } i:=1 \text{ to } n \text{ do}$

$a_i \times b_i = M + \{a_i b_i; \Delta_i\};$

(3) $RM \ \{\Delta_n\};$

<例8 (多項式の値)>

Horner 法によつて, $f(x) := a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$ の値を計算する。漸化式 $b_0 = a_0; \quad b_i = b_{i-1}x + a_i, \quad i=1, \dots, n$ によつて b_i を求める。

(1) $C \ x \ CM \ M + \{x; x\};$

(2) $C \ a_0 \ \{b_0\};$

(3) for $i:=1$ to n do $x \text{ RM} + a_i = \{e_i\};$

最後の表示が $f(x)$ となる。

<例9 (2項分布 $B(n, p)$ の確率その他)>

$$\Pr(x=r) = {}_n C_r p^r (1-p)^{n-r}, \quad r=0, 1, \dots, n$$

を求めよ。 $\Pr(x=r) =: p_r$, $q := 1-p$ とおくと, p_r は漸化式

$$p_0 = q^n$$

$$p_{r+1} = \frac{n-r}{n+1} \cdot \frac{p}{q} \cdot p_r, \quad r=0, 1, \dots, n-1$$

を満たす:

(1) $C \ 1 - p = C \text{ RM} + \{q\};$

(2) $p \div \text{RM} = C \text{ RM} + \{p/q\};$

(3) $C \ q \times;$

for $i:=2$ to n do $= \{q^i\}; \{p_0\}$

(4) for $r:=0$ to n do

$x \ (n-r) \div (r+1) \times \text{RM} = \{p_r\};$

5 内題

上に示した方法は、次のような点に従って書き出される。
 i) 電卓の操作を明確にし、電卓の評価や、算法の評価に従う。
 ii) 与えられた Δ を記録し、計算進行を確認することにより、誤りの減少。
 iii) データと算法を、別々とし、4 計算例に示したようにして記録し、プログラム・ライブラリを作る。

操作	OMRON-8	OMRON-8M	Panasonic Auto Constant	Canon Pachumatic 8M	Sharp EL-8000S	Sharp EL-9112	Sharp Electronic Calculator	CASIO Model-8	CASIO 801-MR	SANYO CZ-3440A
A ₁ (演算) $C \{o\}$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
A ₂ (演算) $m \{n\}$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
A ₃ (演算) $\{v\} m \{uv\}$	(E) ○	(4, √) ○	(√) ○	(√) ○	—	(4, √) ○	(4, √, M, ...) ○	—	(√) ○	(4, √, ...) ○
A ₄ (計算機用) $C x y \{x\}$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
A ₅ (計算機用) $y \{v\} x y \{uvx\}$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
A ₆ (結果記憶) $y \{v\} x = \{uvx\}$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
A ₇ (連続記憶) $= \{v\} y \{v\}$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
A ₈ (演算の省略) $= xy \Rightarrow Cxy$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
A ₉ (平方根) $y \{v\} =$	○	○	○	(X, ÷) ○ (+, -) (π, h)	(X, +) ○ (+, -) (π, h)	(X) ○ (h, π, h)	○	○	○	○
A ₁₀ (定数記憶) $xy = \{v\} x =$ $\Rightarrow xy = \{v\} xy =$	(+, -) ○ (Xは A10') ○	(+, -) ○ (Xは A10') ○	(+) ○ (Xは A10') ○	(÷) ○ (Xは A10') ○	(÷) ○ (Xは A10')	(÷) ○ (Xは A10')	(÷) ○ (Xは A10')	○	(X, ÷) ○ (+, -) (π, h)	(+, -) ○ (Xは A10')
A ₁₁ (べき乗) $xy = \{v\} =$ $\Rightarrow xy = \{v\} v =$	○	○	○	(+, -) (π, h) ○ (+, -) (π, h)	○	○	○	○	(+, -) (π, h)	○
A ₁₂ (演算) $CM \{j\}$	—	○	—	○	—	○	○	—	○	○
A ₁₃ (演算) $j \{A\} RM \{A\}$	—	○	—	○	—	○	○	—	○	○
A ₁₄ (演算) $\{v; A\} M \{j; A+v\}$	—	○	—	○	—	○	○	—	(M+π=指定) (π同90度)	○
備考	Xをyに置換	Xをyに置換	Xをyに置換	M→h.	Xをyに置換	RHとCHは同一。	3桁小数表示。Xをyに置換。	Xをyに置換	(M+π=指定) (π同90度)	他、各<9 キーボード。閉路付。