

粒子と壁の衝突挙動の微視的解析[†]

小早川 昔離野・藤元 あゆみ・安田 正俊・松坂 修二^{††}

京都大学大学院工学研究科 化学工学専攻, 〒615-8510 京都市西京区京都大学桂

キーワード：粒子衝突, 流体抵抗, 潤滑効果, 反発係数, ストークス数

粒子径 20–300 μm の粒子を対象として, 気相における粒子と壁の衝突挙動を実験的および理論的に検討した。顕微高速カメラによって得られた画像を用いて, 衝突前後の速度におよぼす粒子径の依存性を定量的に解析した。平板近傍における流体抵抗の増加 (すなわち, 潤滑効果) を考慮した衝突速度の数値計算を行い, 実験値と比較した結果, 両者は良好に一致することがわかった。微粒子では, 潤滑効果を含めた流体抵抗が粒子慣性比べて大きくなることに起因して速度低下が生じることを明らかにした。さらに, 衝突速度と粒子密度を変化させた実験によって, 反発係数はストークス数の減少とともに小さくなることを示した。

緒 言

粒子と壁の衝突は, 粉体操作に伴って生じる基礎現象のひとつである。弾性衝突の解析は Hertz の接触理論 (Hertz, 1881) に基づいて行われるが, 実際の衝突では, 塑性変形 (Johnson, 1985), 粘弾性 (Ramirez *et al.*, 1999), 物体内部に発生する弾性波 (Reed, 1985) などの影響によって非弾性衝突になる。また, 衝突時の粒子慣性が小さいとき, 粒子–壁間の付着や流体抵抗の影響が大きくなることも経験的に知られている。付着の影響については, 真空中で微粒子を対象として研究が行われており (Dahneke, 1971), 流体抵抗については, 液中で主に数ミリ以上の粗粒子を対象として研究が行われてきた。流体抵抗に比べて慣性力の小さい粒子が壁に接近するとき, 表面間に挟まれた流体の圧力の増加とともに流体抵抗が大きくなって粒子の速度は低下する。この種の流体抵抗の増加を潤滑効果といい, Brenner (1961) は, 低レイノルズ数の条件で Navier-Stokes 方程式を解き, 球が平板に接近するときにみられる潤滑力を理論的に導いた。Yuu *et al.* (1981) は, 粘性液中で粗粒子を沈降させて, Brenner が導出した理論式を検証した。その後, 多くの研究者が数ミリ程度の粒子を用いて, 粒子と壁の衝突実験を行った。Joseph *et al.* (2001) および Gondret *et al.* (2002) は, 粒子と壁の材質および液体の粘度を変えて高速カメラで観察した結果, 反発係数はストークス数 St (流体抵抗に対する粒子慣性力の比を表す無次元数) の減少とともに小さくなり, $St < 10$ では粒子は跳ね返らなくなることを報告した。

従来, 周囲の流体の影響に関する研究は粗粒子に限定されており, 気相において数十ミクロン以下の微粒子を対象とした研究はほとんど行われていなかったが, 気相においても, 粒子–粒子間, 粒子–壁間の衝突挙動を高精度で解析する場合, 付着力に加えて潤滑力の影響を検討すべきである。Zhang *et al.* (2005) は, 離散要素法 (DEM) による流動層のシミュレーションを対象として, 気相でもストークス数の減少とともに, 粒子間の衝突において潤

滑効果が生じることを数値計算で示した。気相における微粒子の一般的な衝突現象に展開するには, 現象の微視的観察に基づく定量的な解析が必要不可欠である。

本研究では, 粒子径 20–300 μm の粒子を対象として, 気相で平板近傍の粒子挙動を顕微高速カメラで直接観察し, 微粒子–平板間の衝突挙動におよぼす流体抵抗の影響を解析する。また, 重力と流体抵抗を考慮した数値計算を行い, 衝突前後の粒子速度の計算結果を実験結果と比較・検討する。

1. 実験方法

Figure 1 に, 実験装置の概略構成を示す。圧電素子の振動を利用して細管内の粒子を個々に落下させ, 金属平板 (SUS304, 15×15 mm²) との衝突挙動を高倍率ズームレンズ (VS Technology 製 VSZ-10100) を備えた高速デジタルカメラ (Photron 製 Fastcam-Mini) で録画・観察した (解像度: 0.5 μm , 撮影速度: 10000–20000 fps)。なお, 光源には LED ライト (U-Technology 製 UFLS-75) を使用した。得られた動画に対して, 画像処理ソフト (Detect 製 Dipp-Motion 2D) を用いて粒子の運動軌跡および粒子速度を求めた。

実験には, 5 種類の単分散球形粒子 (偏差は $\pm 10\%$ 以内) を使用しており, 粒子径 D_p , 粒子密度 ρ_p , 材質をまとめて Table 1 に示す。各粒子は 120 $^{\circ}\text{C}$ で 24 時間乾燥し, デシケーターで室温まで下げて実験に供した。すべての実験は, 室内環境下 (温度: 20 ± 2 $^{\circ}\text{C}$, 関係湿度: 30–40%) で行った。

2. 計算モデル

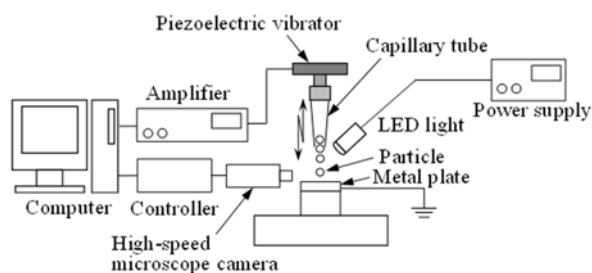


Fig. 1 Schematic diagram of the experimental setup

[†] 2015 年 0 月 0 日

DOI:

^{††} mats@cheme.kyoto-u.ac.jp

Table 1 Properties of the test particles.

Particle diameter D_p [μm]	Particle density ρ_p [kg/m^3]	Material	Remarks
300	3900	Alumina	Taimei Chemicals Co., Ltd
50	3900	Alumina	Showa Denko K.K.
20	3900	Alumina	Showa Denko K.K.
50	5900	Zirconia	Tosoh Corporation
50	2400	Glass	Unitika Ltd

空気中で自由落下する粒子の運動方程式は次式で表せる。

$$m_p \frac{dv_p}{dt} = F_g + F_d \quad (1)$$

ここで、 m_p は粒子の質量 ($= \pi D_p^3 \rho_p / 6$)、 v_p は粒子の速度、 F_g は重力、 F_d は流体抵抗である。粗粒子では、 F_d は F_g に比べて小さいので無視できるが、微粒子では流体抵抗を考慮する必要があり、粒子レイノルズ数 Re_p が 2 より小さいとき、流体抵抗 F_{ds} は次式のストークスの抵抗則に従う。

$$F_{ds} = -3\pi\eta v_p D_p \quad (2)$$

ここで、 η は空気粘度 ($1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ (20°C)) である。粒子が壁に接近するとき、粒子と壁の微小間隙で流体圧が増加し、粒子は大きな抵抗を受ける (潤滑効果)。壁に垂直に接近する粒子が壁近傍で受ける流体抵抗 F_{dl} は次式で表される (Brenner, 1961)。

$$F_{dl} = -3\pi\eta v_p D_p \lambda \quad (3)$$

ここで、 λ はストークスの抵抗則の補正係数であり、粒子と壁の表面間距離 z の関数として次式で表される。すなわち、

$$\lambda = \frac{4}{3} \sinh \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(2n-1)(2n+3)} \times \left[\frac{2 \sinh(2n+1)\alpha + (2n+1) \sinh 2\alpha}{4 \sinh^2(n+\frac{1}{2})\alpha - (2n+1)^2 \sinh^2 \alpha} - 1 \right] \quad (4)$$

ただし

$$\alpha = \cosh^{-1} \left(1 + \frac{2z}{D_p} \right) \quad (5)$$

3. 結果と考察

3.1 衝突挙動におよぼす粒子径の影響

Figure 2 は、粒子径 $D_p = 300, 50$ および $20 \mu\text{m}$ のアルミナ粒子を 10 mm の高さから落下させて、平板に衝突する様子を高速カメラで撮影し、得られた画像の中から、衝突前後 $\pm 1 \text{ ms}$ の範囲において 0.5 ms 毎に抽出した画像を並べたものである。**Figure 2 (a)** では、 $D_p = 300 \mu\text{m}$ の粒子が平板と衝突して 1 ms 後に $380 \mu\text{m}$ まで跳ね返ることがわかる。**Figure 2 (b)** に示す $D_p = 50 \mu\text{m}$ の粒子も同様に跳ね返るが、 $300 \mu\text{m}$ の粒子と比べると、跳ね返る高さが低いので ($200 \mu\text{m}$)、粒子の速度が遅くなっていることがわかる。**Figure 2 (c)** の $D_p = 20 \mu\text{m}$ の粒子は、上で述べた粒子とは挙動が大きく異なり、わずかに ($3 \mu\text{m}$ 程度) 跳ね返るが、 1 ms 後には

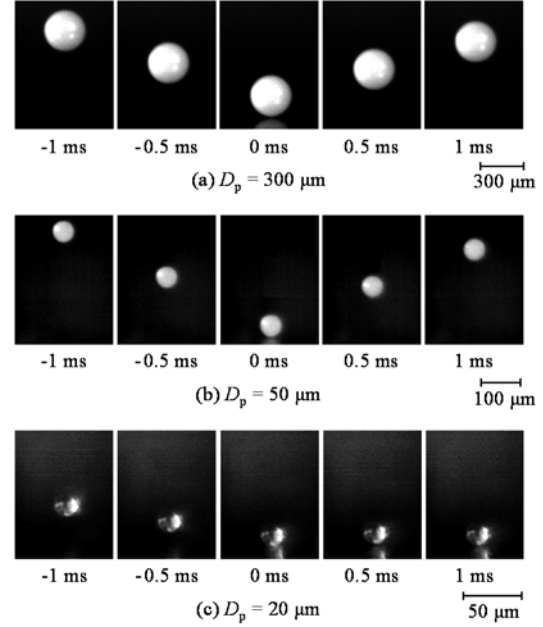


Fig. 2 Snapshots of the collision of alumina particles with a metal plate for (a) $D_p = 300 \mu\text{m}$, (b) $D_p = 50 \mu\text{m}$, and (c) $D_p = 20 \mu\text{m}$. These particles were dropped onto the plate from a height of 10 mm

再び平板と衝突した。

Figure 3 は、粒子と平板の表面間距離に対する粒子速度の変化を示したものである。図中のプロットは **Figure 2** の実験で得られた動画を画像処理ソフトで追跡して得られた値であり、各線は数値計算の値である。ここでは、鉛直上向きを正と定義しており、接近過程の粒子速度は負、跳ね返り過程では正になる。**Figure 3 (a)** は $D_p = 300 \mu\text{m}$ の粒子の結果であり、重力によって加速しながら平板に接近し、 -460 mm/s の速度で平板と衝突後、 400 mm/s の速度で跳ね返るが、重力の影響で上昇速度は減少した。計算値は、距離 $z/D_p = 5$ における粒子速度の実験値を初期条件として、重力のみを考慮して (すなわち、流体抵抗 F_d はゼロの条件で) 計算した値である。実験値は計算値と良好に一致しており、流体抵抗に比べて重力が支配的といえる。なお、**Figure 3 (a)** の粒子速度から求めた粒子レイノルズ数 Re_p は $7.0\text{--}9.2$ であり、衝突前後 0.2 ms の粒子速度の比から求めた反発係数 e は 0.86 であった。**Figure 3 (b)** に示す $D_p = 50 \mu\text{m}$ の粒子は、重力と流体抵抗がつり合っているため速度に変化は見られず、粒子は終末沈降速度 (-260 mm/s) で衝突して跳ね返るが、重力と流体抵抗によって上昇速度は減少していった。粒子レイノルズ数 Re_p は $0.60\text{--}0.86$ であり、実験値はストークスの抵抗則 (Eq. (2)) を用いて計算した値と良好に一致した。**Figure 3 (c)** の $D_p = 20 \mu\text{m}$ の粒子は、 $50 \mu\text{m}$ の粒子に比べて流体抵抗の影響が大きく、粒子の接近速度は非常に小さかった

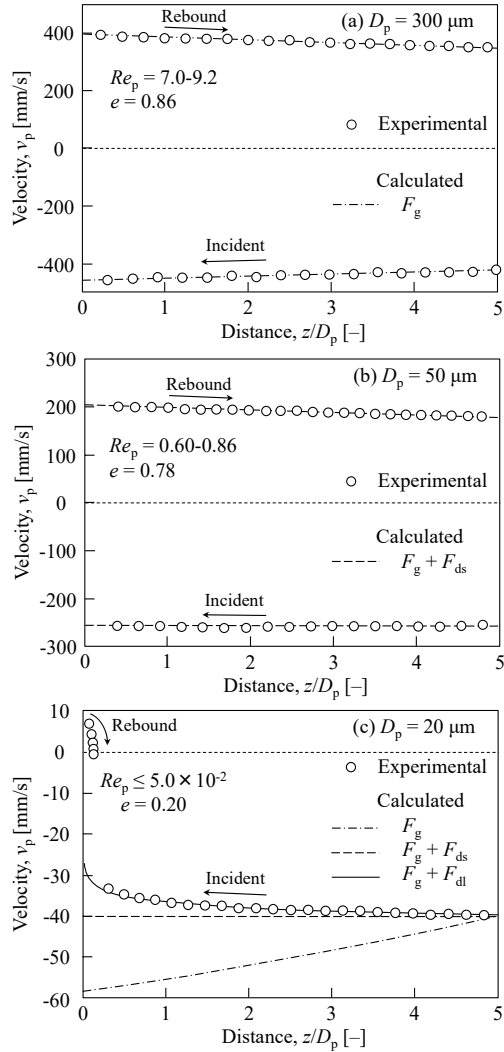


Fig. 3 Velocities of the particles as a function of distance between the particles and the plate for (a) $D_p = 300 \mu\text{m}$, (b) $D_p = 50 \mu\text{m}$, and (c) $D_p = 20 \mu\text{m}$

($z/D_p = 5$ で $v_p = -40 \text{ mm/s}$)。平板近傍では、潤滑効果によって流体抵抗は大きくなり、平板との距離が粒子径より小さい領域では ($z/D_p \leq 1$)、粒子の減速の程度が大きかった。粒子の接近過程における実験値は、潤滑効果を考慮した Eq. (3) による計算値と良好に一致した。なお、衝突後の跳ね返り速度は非常に小さく、反発係数の値は $e = 0.20$ であった。微粒子では、流体抵抗の増加による粒子の減速に加えて、壁面との接触時にはたらく付着の影響も加わる可能性が高い。

次に、衝突挙動におよぼす流体抵抗の影響を小さくするために、減圧容器内に衝突実験装置を設置し、ピラニー真空計 (Sato Vac Inc 製 PG-D5A) で $1.0 \times 10^2 \text{ Pa}$ に保持されていることを確認したのち、 $D_p = 20 \mu\text{m}$ の粒子を 10 mm の高さから落下させた。

数値計算には、減圧下で生じる固体表面での気体のすべりによる流体抵抗の減少を補正した次式を用いた。

$$F_{\text{dcc}} = -\frac{3\pi\eta v_p D_p}{C_c} \quad (6)$$

ここで、 C_c はすべり補正係数 (カニンガムの補正係数) である。

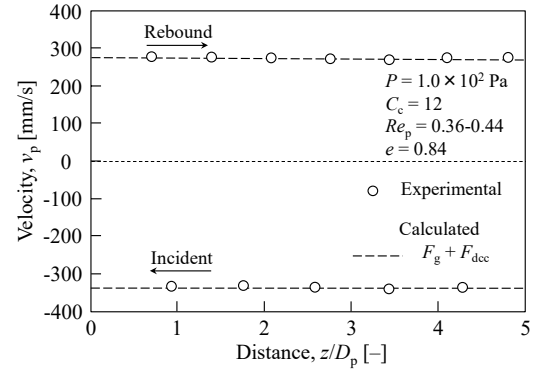


Fig. 4 Velocity of a particle with $D_p = 20 \mu\text{m}$ as a function of the distance between the particle and the plate under reduced pressure ($P = 1.0 \times 10^2 \text{ Pa}$)

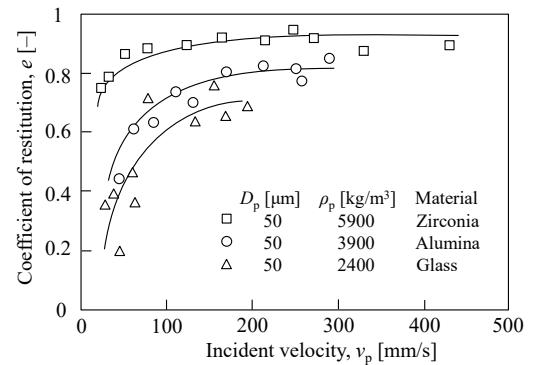


Fig. 5 Relationship between the coefficient of restitution and the incident velocity as a parameter of the particle density

減圧条件下では、 C_c の値は常圧よりも大きくなる。絶対圧力 P [kPa]、粒子径 D_p [μm] の C_c は次式で近似される (Hinds, 1999)。

$$C_c = 1 + \frac{1}{PD_p} \{15.60 + 7.00 \exp(-0.059PD_p)\} \quad (7)$$

$P = 0.10 \text{ kPa}$, $D_p = 20 \mu\text{m}$ を Eq. (7) に代入すると、 $C_c = 12$ が得られる。

Figure 4 に、粒子と平板の表面間距離に対する粒子速度の変化を示す。粒子の衝突は、常圧下の挙動 (Figure 3(c)) とは大きく異なり、平板近傍で速度変化は見られず、比較的高速 (-330 mm/s) で平板に衝突し、反発係数の値も大きくなった ($e = 0.84$)。また、減圧下における粒子表面の気体のすべりを考慮した計算値は、実験値と良好に一致することがわかった。ここでは、アルミナ粒子の結果を示したが、ジルコニア粒子、ガラス粒子でも、衝突速度の計算値は実験値と良好に一致した。

3.2 反発係数におよぼす衝突速度および粒子密度の影響

Figure 5 に、粒子密度 ρ_p をパラメータとして、粒子径 $D_p = 50 \mu\text{m}$ の粒子の反発係数 e と衝突速度 v_p の関係を示す。衝突速度は、粒子の落下高さによって調節した。常圧下におけるジルコニア、アルミナおよびガラスの終末沈降速度は、それぞれ $440, 290, 180 \text{ mm/s}$ であるが、いずれの場合においても衝突速度の減少とともに反発係数は低下した。また、同じ衝突速度でも粒子密度の低下とともに反発係数は小さくなった。これは、衝突速度や粒子密度の減少によって粒子慣性が小さくなり、空気中の流体抵抗の影響

結 言

気相で粒子が平板に接近するとき、粒子径の減少とともに粒子速度が低下することを顕微高速度カメラおよび画像解析によって定量的に解析した。また、本現象が平板近傍における流体抵抗の増加（すなわち、潤滑効果）に起因することを数値計算結果との比較・検討によって明らかにした。さらに、反発係数はストークス数の減少にともなって小さくなることを示した。

[謝 辞] 本研究は JSPS 科研費 25-1710 の助成を受けたものである。また、大明化学工業株式会社、東ソー株式会社、ユニチカ株式会社に試料粒子を提供していただいた。ここに記して謝意を表す。

Literature Cited

- Brenner, H.; “The Slow Motion of a Sphere Through a Viscous Fluid towards a Plane Surface,” *Chem Eng. Sci.*, **16**, 242–251 (1961)
- Dahneke, B.; “The Capture of Aerosol Particles by Surfaces,” *J. Colloid Interface Sci.*, **37**, 342–353 (1971)
- Gondret, P., M. Lance and L. Petit; “Bouncing Motion of Spherical Particles in Fluids,” *Phys. Fluids*, **14**, 643–652 (2002)
- Hertz, H.; “On the Contact of Elastic Solids,” *J. Reine Angew. Math.*, **92**, 156–171 (1881)
- Hinds, W.C.; “Aerosol Technology, 2nd ed,” *John Wiley & Sons, Inc.*, (1999)
- Johnson, K.L.; “Contact Mechanics,” *Cambridge University Press.*, (1985)
- Joseph, G.G., R. Zenit, M.L. Hunt and A.M. Rosenwinkel; “Particle–Wall Collisions in a Viscous Fluid,” *J. Fluid Mech.*, **433**, 329–346 (2001)
- Ramirez, R., T. Poschel, N.V. Brilliantov and T. Schwager; “Coefficient of Restitution of Colliding Viscoelastic Spheres,” *Phys. Rev. E*, **60**, 4465–4472 (1999)
- Reed, J.; “Energy Losses Due to Elastic Waves Propagation During an Elastic Impact,” *J. Phys. D*, **18**, 2329–2337 (1985)
- Yuu, S. and Y. Fukui; “Measurement of Fluid Resistance Correction Factor for a Sphere Moving through a Viscous Fluid toward a Plane Surface,” *AIChE J.*, **27**, 168–170 (1981)
- Zhang, W., R. Noda and M. Horio; Evaluation of Lubrication Force on Colliding Particles for DEM Simulation of Fluidized Beds,” *Powder Technol.*, **158**, 92–101 (2005)

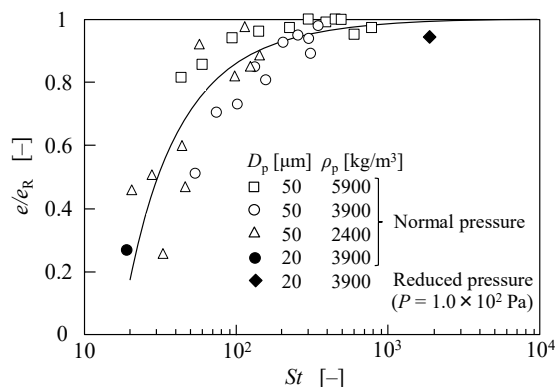


Fig. 6 Effect of the stokes number on the coefficient of restitution

が大きくなること、および平板との接触時にはたらく付着の影響が現れることが原因として考えられる。

Zhang *et al.* (2005) は気相において粒子の反発係数におよぼす潤滑効果の理論検討結果をストークス数でまとめており、本実験で得られた結果においても、ストークス数との関係を調べてみる。なお、減圧下の実験結果も評価対象とするため、カニンガムの補正係数を加えたストークス数 St を用いる。すなわち、

$$St = \frac{C_c \rho_p v_p D_p}{9\eta} \quad (8)$$

Figure 6 に、反発係数におよぼすストークス数の影響を示す。ここでは、 $Re_p < 2$ に限定しており、物質固有の弾塑性の影響を除くため、減圧下 (1.0×10^2 Pa)、高速度 (約 500 mm/s) で測定した各粒子の反発係数 e_R で e を除して規格化を行った。実験値は多少バラツクが、ストークス数の減少とともに反発係数は低下することがわかった。特に、 $St < 100$ では、反発係数の値は非常に小さくなっており、この傾向は、粘性流体中で粗粒子を対象にした既往の研究結果 (Gondret *et al.*, 2002; Joseph *et al.*, 2001) とも一致する。本研究では、ストークス数の構成要素（すなわち、粒子径、衝突速度、粒子密度）を変化させた実験を行い、気相において反発係数の低下をストークス数と関係づけて評価できることを定量的に示した。

Microscopic analysis of particle-wall collision

Murino KOBAYAKAWA, Ayumi FUJIMOTO, Masatoshi YASUDA and
Shuji MATSUSAKA

Department of Chemical Engineering, Kyoto University, Kyoto 615-8510, Japan

Keywords: Particle Collision, Fluid Resistance, Lubrication Effect, Coefficient of Restitution, Stokes Number

The collision with a wall of particles of 20–300 μm in diameter in gases was studied both experimentally and theoretically. The effect of the particle diameter on the incident and rebound velocities was quantitatively examined by using images captured by a high-speed microscope camera. The incident velocities calculated using a model that takes into account the increase in fluid resistance near a wall surface, i.e., the lubrication effect, were in good agreement with the results obtained experimentally. Smaller particles had lower velocities owing to the increase in the ratio of fluid resistance to particle inertia. Experiments conducted by varying the incident velocity and particle density further indicated that the coefficients of restitution decrease with the decrease in the Stokes number.