

桂 重俊

参 考 文 献

- 1) H. E. Stanley, Phys. Rev. Letters **20** (1968) 589.
- 2) R. Abe and S. Hikami, Prog. Theor. Phys. **57** (1977) 1197.
- 3) R. Abe, Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 113.

ランダムボンダイジングモデルにおけるガラス状態

東北大・工 桂 重 俊

ランダムボンダイジングモデルを Bethe 近似で考える。ハミルトニアンが

$$-H/kT = \sum_{j=1}^Z K_j \sigma_0 \sigma_j + C \sigma_0 + \sum_{j=1}^Z L_j \sigma_j \quad (1)$$

で与えられるクラスターを考える。(L_j はスピン j に働く有効場であとで self-consistent に定める。) 中心スピン σ_0 , まわりのスピン σ_i および相関 $\sigma_0 \sigma_i$ の熱平均値は

$$\langle \sigma_0 \rangle = \text{th} \left[C + \sum_{j=1}^Z \text{th}^{-1} (t_j l_j) \right] \quad (2)$$

$$\langle \sigma_i \rangle = \text{th} \left[L_i + \text{th}^{-1} \left\{ t_i \text{th} \left[C + \sum_{j=1}^{Z'} \text{th}^{-1} (t_j l_j) \right] \right\} \right] \quad (3)$$

$$\langle \sigma_0 \sigma_i \rangle = \text{th} \left[K_i + \text{th}^{-1} \left\{ l_i \text{th} \left[C + \sum_{j=1}^{Z'} \text{th}^{-1} (t_j l_j) \right] \right\} \right] \quad (4)$$

で与えられる。ただし

$$t_j = \text{th} K_j, \quad l_j = \text{th} L_j$$

である。ここで

$$L'_i = C + \sum_{j \neq i}^{Z'} \text{th}^{-1} (t_j l_j) \quad (5)$$

とおくと

$$\langle \sigma_0 \rangle = \frac{t_i l_i + l'_i}{1 + t_i l_i l'_i}, \quad \langle \sigma_i \rangle = \frac{l_i + t_i l'_i}{1 + t_i l_i l'_i}, \quad (6)$$

$$\langle \sigma_0 \sigma_i \rangle = \frac{t_i + l_i l_i'}{1 + t_i l_i l_i'} \quad (7)$$

となる。\$l_i'\$ は \$j = i\$ 以外のクラスターの端の点のスピンの中心に及ぼす有効場の和である。与えられた \$J\$ の分布を \$P(J)\$, 求めるべき \$l\$ の分布を \$g(l)\$ とする。配位平均を \$\overline{\quad}\$ で表わし, \$\overline{\langle \sigma_0 \sigma_i \rangle} = \overline{\langle \sigma_i \rangle}\$, より一般に \$\overline{f(l_i)} = \overline{f(l_i')}\$ を課すと

$$\int f(l_i) g(l_i) dl_i = \int f(l_i') \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^z [P(J_j) g(l_j) dJ_j dl_j] \quad (8)$$

これは \$g(l)\$ が積分方程式

$$g(l'') = \int \delta(l'' - \text{th} [C + \sum_{j \neq i}^z \text{th}^{-1}(t_j l_j)]) \times \prod_{j \neq i} [P(J_j) g(l_j) dJ_j dl_j] \quad (9)$$

をみたすことを示す。\$J\$ の分布が濃度 \$p\$ の \$J_A\$ と濃度 \$1-p\$ の \$J_B\$ との binary mixture のときは

$$P(J) dJ = [p \delta(t - t_A) + (1-p) \delta(t - t_B)] dt \quad (10)$$

より

$$g(l'') = \sum_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{z-1}} p_{\alpha_1} p_{\alpha_2} \dots p_{\alpha_{z-1}} \times \int \delta(l'' - \text{th} [C + \sum_{j=1}^z \text{th}^{-1}(t_{\alpha_j} l_{\alpha_j})]) \prod_{j=1}^z [g(l_j) dl_j] \quad (11)$$

を得る。それにより積分方程式(11)は F. Matsubara¹⁾ によって得られ Matsubara Sakata²⁾ によって Edwards Anderson³⁾ と独立にスピングラスの存在が示されたものである。

クラスター関数 \$f\$ の平均はペア関数の平均として表わすことが出来る。

$$\overline{f(\{l_j\})} = \int f(\{l_j\}) \prod_{j=1}^z [P(J_j) g(l_j) dJ_j dl_j] \\ = \int f(l_i, l_i') P(J_i) g(l_i) g(l_i') dl_i dl_i' \quad (12)$$

\$z = 3\$, \$C = 0\$, \$J_A = -J_B\$, \$p > 1/2\$ の場合を考える。\$g(l)\$ を

$$g(l) = \lambda \delta(l - l_0) + \mu \delta(l) + \nu \delta(l + l_0) \quad (13)$$

で近似し, (8)の \$f(l)\$ として \$l^{2n-1}\$, \$l^{2n}\$ を選ぶと

$$\overline{l^{2n-1}} = (\lambda - \nu) l_0^{2n-1}$$

$$= (2p-1)(\lambda-\nu) \{ (\lambda+\nu) \left[\frac{(2t l_0)^{2n-1}}{(1+t^2 l_0^2)^{2n-1}} - 2(t l_0)^{2n-1} \right] + 2(t l_0)^{2n-1} \} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \overline{l^{2n}} &= (\lambda+\nu) l_0^{2n} \\ &= (\lambda+\nu)^2 \left\{ \frac{1}{2} \frac{(2t l_0)^{2n}}{(1+t^2 l_0^2)^{2n}} - 2(t l_0)^{2n} \right\} \\ &\quad + 2(\lambda+\nu)(t l_0)^{2n} + (2p-1)^2 (\lambda-\nu)^2 \frac{1}{2} \frac{(2t l_0)^{2n}}{(1+t^2 l_0^2)^{2n}} \end{aligned} \quad (15)$$

ここに $t = t_A = -t_B$. すべての n について(14), (15)をみたすよう λ, μ, ν, l_0 が定まれば $g(l)$ の正解であるがいまは $n=1, 2$ に対して(14)(15)を考えよう。

(14)(15)は

$$\lambda = \nu = 0 \quad (16)$$

の解をもつ。これより $g(l) = \delta(l)$ となり, 常磁性相 (以下 P と略記) を与える。

(14)(15)の $\lambda = \nu \neq 0$ の解がガラス状相 (スピングラス, 以下 GLP と略記) を与える。

$\lambda \neq \nu$ の解が強磁性相 (以下 F と略記) の解である。

$n=1$ と $n=2$ に対する(14)より $\lambda + \nu$ を消去すると強磁性相の l_0 が3次方程式(略)の解として求まる。これを $l_0 = l_F(t, p)$ と記すとこれを用いて λ, ν は

$$\begin{aligned} \frac{\lambda}{\nu} &= \frac{1+x}{4x} \left\{ \left(2 - \frac{1}{t(2p-1)} \right) \pm \frac{1}{2p-1} \left[x(2+x) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \left(2 - \frac{1}{t(2p-1)} \right)^2 - (1+x)(2t^2-1) \left(2 - \frac{1}{t(2p-1)} \right) \right] \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (17)$$

と求まる。ここに $x \equiv l_F^2 t^2$ である。

$\lambda = \mu \neq 0$ の場合は $n=1$ と $n=2$ に対する(15)よりガラス状相の $l_0 = l_G(t)$ が4次方程式(略)の解として求まる。そして未定係数 λ, ν は

$$\lambda = \nu = \frac{1}{4} \frac{(1+x)(2t^2-1)}{t^2 x(2+x)} \quad (18)$$

となる。($x \equiv l_G^2 t^2$)(15)と(17), (15)と(18)が一致するところとして P-F, P-GLP の相

Cu_3Au 合金における秩序—無秩序相転移の過渡過程における秩序整列過程の研究境界が求まり、これは先に得られている結果と一致する。^{2) 4)} (17)の [] 内が消えるところで F—GLP の相境界が得られ、

$$P = \frac{1}{2} \frac{x(2+x) + t[1+5x-2x^2-2t^2(1+x)]}{t[1+5x+2x^2-2t^2(1+x)]} \quad (19)$$

で与えられる。T=0 で F—GLP の境界は $P = 7/8$ となる (ref. 4) の Appendix の結果と一致)。

(7)(10)(12)と(18) ($x \equiv l_G^2 t^2$) を用いれば GLP のエネルギーが、(7)(10)(12)と(17) ($x \equiv l_F^2 t^2$) を用いれば Ferro のエネルギーが得られそれから比熱、エントロピーが求まる。⁵⁾

積分方程式(9)から一般の分布 P(J) に対する F, GLP, P の相境界も得られる。この分布を中心 J, 幅 2Δ の長方形分布にとった場合の相境界は ref. 6) に与えられて居る。 $J = J_0 z$, $\Delta = \Delta_0 \sqrt{z}$ とと $z \rightarrow \infty$ の極限で Bethe 近似は分子場近似に tend して P—F, P—GLP の相境界は Scherrington Kirkpatrick⁷⁾ のそれと一致する。

参 考 文 献

- 1) F. Matsubara, Prog. Theor. Phys. **51** 1694 (1974)
- 2) F. Matsubara and M. Sakata, Prog. Theor. Phys. **55** 672 (1974)
- 3) S. F. Edwards and P. W. Anderson, J. Phys. F. **5** 965 (1975)
- 4) S. Katsura, Prog. Theor. Phys. **58** No. 2 (1977)
- 5) S. Katsura and S. Fujiki, 投稿準備中
- 6) D. Sherrington and S. Kirkpatrick, Phys. Rev. Lett. **35** 1792 (1975)

Cu_3Au 合金における秩序—無秩序相転移 の過渡過程における秩序整列過程の研究

東工大・理 橋 本 巍 洲

二元合金系の秩序—無秩序相転移の問題は、Ising スピン系における相転移の問題の