

吊橋トラス補剛桁の空力不規則曲げ振れ応答 に関する研究

白石成人, 松本 勝, 岡南博夫, 森野純孝, 金川昌義

By *Naruhito SHIRAISHI, Masaru MATSUMOTO, Hiroo OKANAN, Sumitaka MORINO,
Masayoshi KANAGAWA*

Synopsis

This paper presents the method of flexural-torsional response characteristics of stiffening girder of suspension bridge subjected to randomly fluctuating gusty wind. The flexural-torsional response of stiffening girder is numerically calculated in course of time, based on data of fluctuating wind velocities, to evaluate the power spectral densities by converting the time-history of response. The results obtained by this indirect method accord with the experimental results, while the results obtained by the customary method, namely the direct method, tend to overestimate the frequency dependent response characteristics. In connection with the above method of analysis, the transfer lift function, viz. the frequency dependent relation between lift force and wind velocity, is studied by the wind tunnel tests for a few typical structural cross section.

1. まえがき

長大橋梁の耐風性の問題は、旧 Tacoma 橋の落橋以来、きわめて重要視されるようになってきている。この中で、不規則振動の問題は、確率論的最大応答の評価や部材の疲労を考える上で、近年特に注目されるようになってきている。この方面の研究は、従来、A.G. Davenport¹⁾に代表されるように、定常ランダム確率過程としてのスペクトル解析によって、統計的に行なわれ、本州四国連絡橋の耐風設計においては、静的風荷重の割増しとして設計に取り入れられようとしている。これに対して、近年、時間的な過渡応答を求めることによって、統計的には行なわれなかったような非定常特性等の問題に関連した研究が進められている。

一般に、構造物に変動風速が作用すると、流体力学的な変動空気が発生する。変動風速を入力、変動空気を出力と考えると、この間に存在する変換のメカニズムを解明することが重要な問題となる。この問題については、従来より、W.R. Sears,²⁾ Th. Theodorsen,³⁾ J.H. Horlock,⁴⁾ A.G. Davenport¹⁾ あるいは前田、小早川⁵⁾等によって、多くの研究が報告されている。

ガスト不規則振動を取り扱うとき、変動空気力に対する影響因子の検討が、ひとつの大きな問題となっている。これらの因子として、(i)入力変動風速固有の非定常特性 (non-stationary) の問題、(ii)変動風速の空間分布特性の問題、(iii)曲げ振れ 2 自由度振動間の連成の問題、(iv)構造断面固有の空力的非定常特性 (unsteady) の問題、(v)多入力不規則応答系の問題などが考えられる。

本研究においては、過去 3 回の研究^{6),7),8)} に引き続くものであって特に上記のような諸点に着目して若干の検討を行なったものである。

2. ガスト不規則応答の評価

構造物に作用する風速の不規則変動成分が、定常ランダム確率過程であると仮定すると、周波数領域におけるスペクトル解析が有効である。これに対して、非定常ランダム確率過程であると仮定すると、時間過渡応答としての評価が有力となる。Fig. 1 に、解析の簡単なフローチャートを示す。図中、左側の流れが時間過渡応答としての評価を示し、限られた数の風速測定点での風速から、2次元断面と仮定された構造物全体に作用する空気力を求める必要があるために、まず変動風速のコード方向への空間的な平均化による低減を考えた空気力を求め、次に、スパン方向に対しても同様の低減を考え合せて全体の空気力を評価し、最終的に振動系の運動方程式を時間軸において解くことを示している。これに対して、図中の右側の流れは、周波数領域での評価であり、A.G. Devenport の研究に代表されるようなスペクトル解析である。入力変動風速のスペクトルを、空力増幅関数 (Aerodynamic Admittance) によって変動空気力のスペクトルに変

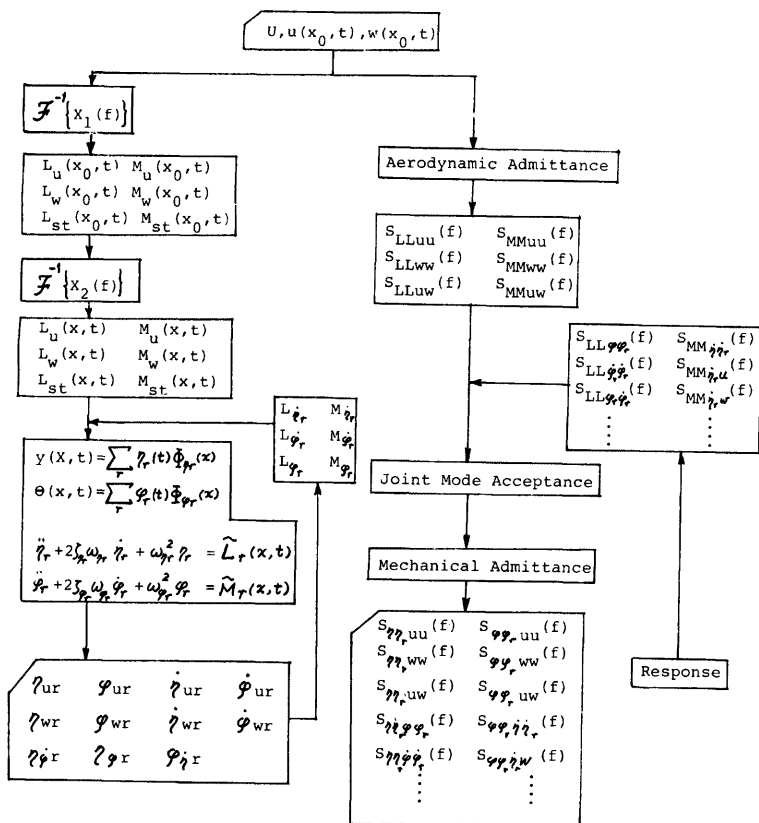


Fig. 1.

換し、このような空間的に2次元な空気力のスペクトルを、Joint Mode Acceptance と呼ばれる関数によって、スパン方向への広がりをもつ空気力のスペクトルへと拡張する。最後に、構造物の動的応答特性を考慮して応答のスペクトルを求めるものである。なお、構造物の応答そのものによって、気流のパターンが変化することが考えられるため、空力減衰項、振れの曲げへの影響等については、両解析手法ともにフィードバックシステムとして表わされている。

これらの時間領域及び周波数領域における解析結果を比較することによって、変動風速の非定常特性の効果に関しても検討が加えられるものと考えられる。また、時間過渡応答の評価によって、本研究で対象とする曲げ応答に対する振れ応答の寄与の割合が検討される。周波数領域での評価においては、入力相互間の相互相関性が調べられる等、いくつかの問題点について検討できるものと思われる。なお、本研究は、その第一段階として、相対迎え角を考慮した準定常空気力理論を用いて解析し、また、振れ変位及び振れ速度は入力として与えられているものとして取り扱い、ガストに起因する2次元剛体的な構造物の曲げ応答を求めるものである。

2.1 時間過渡応答としての評価

長径間吊橋のように、可撓性に富んだ構造物では、固有振動周期が長く、構造減衰もかなり小さい。このような場合には、ガストの評価時間を相当長くとらなければ、得られた不規則応答の定常性に問題があると考えられる。その逆に、評価時間が短い場合には、その非定常特性が問題となる。減衰の小さな系では、その過渡応答特性が強く、そのためガストに起因する不規則応答をより合理的に評価するためには、入力であるガストの評価時間としては、固有周期の数倍程度の時間が必要であると考えられる。このように短い評価時間では、前述のように、その非定常特性 (non-stationary) が強いと考えられ、このような場合には Duhamel 積分を用いて、求める過渡応答としての評価がより合理的であると考えられよう。

いま、Fig. 2 のように直交座標系 $x-y-z$ をとり、変動風速成分を、 u (主流方向成分)、 v (主流直水平方向成分)、 w (鉛直方向成分) とし、振れ変位を φ 、曲げ変位を η とする。単位スパン長当りに作用する静的揚力は、

$$DL = \frac{1}{2} \rho \{ (U + u(t))^2 + (w(t) + \dot{\eta}(t))^2 \} \cdot B \cdot C_F(\alpha) \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

ただし、

$C_F(\alpha)$; 静的揚力係数

ρ ; 空気密度

B ; 弦長 (Fig. 2 に示す)

一方、

$$C_F(\alpha) = C_{F(\alpha=0)} + \left(\frac{dC_F}{d\alpha} + C_D \right)_{(\alpha=0)} \cdot \alpha \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

また、相対迎え角は、

$$\alpha(t) = \arctan \left(\frac{\eta(t) + w(t) - b\dot{\phi}(t)}{U + u(t)} \right) + \varphi(t) + \bar{\alpha} \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

$\bar{\alpha}$: 設定迎え角

と表わされ、平均風速が十分大きいと仮定すると、

式 (2.1)、式 (2.2)、式 (2.3) より、各入力に対する準定常的揚力は、それぞれ次のように求められる。

$$DL'_u(t) = \left(\rho U C_F + \rho U \frac{dC_F}{d\alpha} \bar{\alpha} \right) \cdot B \cdot u(t)$$

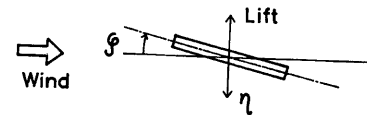
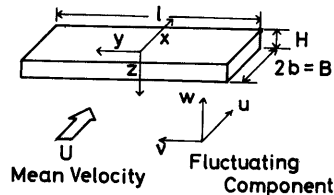


Fig. 2.

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta L'_w(t) &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U \cdot \frac{dC_F}{d\alpha} \cdot B \cdot w(t) \\
 \Delta L'_\varphi(t) &= -\frac{1}{2} \rho U^2 \frac{dC_F}{d\alpha} \cdot B \cdot \varphi(t) \\
 \Delta L'_\phi(t) &= -\frac{1}{4} \rho U \frac{dC_F}{d\alpha} \cdot B^2 \cdot \phi(t) \\
 \Delta L'_a &= -\frac{1}{2} \rho U^2 \frac{dC_F}{d\alpha} \cdot B \cdot \bar{a} \\
 \Delta L'_v &= -\frac{1}{2} \rho U^2 \cdot C_F \cdot B
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.4)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta L'_a &= -\frac{1}{2} \rho U^2 \frac{dC_F}{d\alpha} \cdot B \cdot \bar{a} \\
 \Delta L'_v &= -\frac{1}{2} \rho U^2 \cdot C_F \cdot B
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.5)$$

式 (2.4) は変動揚力であり、式 (2.5) は静的揚力である。さて、変動風速は空間的な分布をするものであるから、式 (2.4) に表わされた揚力そのものを弦長方向に対して、何らかの低減を行なう必要がある。この低減を表わす関数として、A.G. Davenport の報告にみられる空力増幅関数の平方根を用いると、式 (2.4) の変動風速による揚力は次のように表わされる。($\bar{a}=0$ としている。)

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta L_u(t) &= -\rho U C_F B |H_{xu}(f)| \cdot u(t) \\
 \Delta w(t) &= -\frac{1}{2} \rho U \frac{dC_F}{d\alpha} B |H_{xw}(f)| w(t)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.6)$$

ただし、 $|H_{xu}(f)|$ 及び $|H_{xw}(f)|$ は、A.G. Davenport によって次のように近似されている。

$$\left. \begin{aligned}
 |H_{xu}(f)| &= \left\{ \frac{2}{\gamma_{xu}^2} (\gamma_{xu} - 1 + e^{-\gamma_{xu}}) \right\}^{1/2} \\
 |H_{xw}(f)| &= \left\{ \frac{2}{\gamma_{xw}^2} (\gamma_{xw} - 1 + e^{-\gamma_{xw}}) \right\}^{1/2}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.7)$$

ここに、

$$\gamma_{xu} = \frac{k_{xu} \cdot B \cdot f}{U}, \quad \gamma_{xw} = \frac{k_{xw} \cdot B \cdot f}{U}$$

f : 周波数

k_{xu} , k_{xw} : それぞれ、弦長方向に対する、主流方向及び鉛直方向変動成分の decay factor

次に、式 (2.6) によって求められた単位スパン長当りの揚力を用いて、スパン方向に空間的な広がりを有する断面全体の揚力を評価するためには、スパン方向に対する変動風速の空間分布による低減を考えなくてはならない。これは、弦長方向同様の考え方によって、

$$\left. \begin{aligned}
 L_u(t) &= \Delta L_u(t) \cdot |H_{yu}(f)| \cdot l \\
 &= \int_0^l \left\{ \rho U (FBI) F^{-1} \{ |H_{xu}(f)| |H_{yu}(f)| \} \right\}_{t=\tau} u(\tau) d\tau \\
 L_w(t) &= \Delta L_w(t) \cdot |H_{yw}(f)| \cdot l \\
 &= \int_0^l \left\{ \frac{1}{2} \rho U B l \frac{dC_F}{d\alpha} F^{-1} \{ |H_{xw}(f)| |H_{yw}(f)| \} \right\}_{t=\tau} w(\tau) d\tau
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.8)$$

ただし、

l : Fig2に示される、スパン方向に対する構造断面の代表長。この範囲で、式 (2.8) の揚力が作用するものとする。

$F^{-1}\{ \} : \{ \}$ 内のフーリエ逆変換

$$\left. \begin{aligned}
 |H_{yu}(f)| &= \left\{ \frac{2}{\gamma_{yu}^2} (\gamma_{yu} - 1 + e^{-\gamma_{yu}}) \right\}^{1/2} \\
 |H_{yw}(f)| &= \left\{ \frac{2}{\gamma_{yw}^2} (\gamma_{yw} - 1 + e^{-\gamma_{yw}}) \right\}^{1/2} \\
 \gamma_{yu} &= \frac{k_{yu} \cdot l \cdot f}{U}, \quad \gamma_{yw} = \frac{k_{yw} \cdot l \cdot f}{U}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.9)$$

k_{yu}, k_{yw} ：それぞれ，スパン方向に対する主流方向及び鉛直方向変動風速の decay factor
また，式 (2.4) において，振れ変位及び振れ速度によって発生する揚力は，本来弦長方向には非定常空気力係数を用いて補正すべきものであるが，本研究ではこの補正係数を 1.0 として準定常揚力を，

$$\left. \begin{aligned} L_y(t) &= -\frac{1}{2}\rho U^2 \frac{dC_F}{d\alpha} \cdot B \cdot l \cdot \varphi(t) \\ L_z(t) &= -\frac{1}{4}\rho U \frac{dC_F}{d\alpha} B^2 \cdot l \cdot \dot{\varphi}(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.10)$$

と表わす。以上の結果，式 (2.9) 及び式 (2.10) によって得られた変動揚力を，曲げ振動の運動方程式に代入し，Duhamel 積分を用いて解くと，曲げ応答は次のように求められる。

$$\eta(t) = \eta_i(t) + \eta_u(t) + \eta_w(t) + \eta_\varphi(t) + \eta_\dot{\varphi}(t) \dots\dots\dots (2.11)$$

ただし，

$$\eta_i(t) = e^{-\zeta\omega t} \left\{ \eta_0 \cos \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} t + \frac{\eta_0 + \zeta\omega_0 \eta_0}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} t \right\} \dots\dots\dots (2.12)$$

：初期条件による過渡応答

$$\left. \begin{aligned} \eta_u(t) &= \int_0^t h(t-\tau_1) \int_0^{\tau_1} (\rho U C_F B l) F^{-1} \{ |H_{xu}(f)| |H_{yu}(f)| \}_{\tau_1=\tau_1-\tau_2} u(\tau_2) d\tau_2 \\ \eta_w(t) &= \int_0^t h(t-\tau_1) \int_0^{\tau_1} \left(\frac{1}{2} \rho U B l \frac{dC_F}{d\alpha} \right) F^{-1} \{ |H_{xw}(f)| |H_{yw}(f)| \}_{\tau_1=\tau_1-\tau_2} w(\tau_2) d\tau_2 \\ \eta_\varphi(t) &= \int_0^t h(t-\tau_1) \left(-\frac{1}{2} \rho U^2 B l \frac{dC_F}{d\alpha} \right) \varphi(\tau_1) d\tau_1 \\ \eta_{\dot{\varphi}}(t) &= \int_0^t h(t-\tau_1) \left(-\frac{1}{4} \rho U B^2 l \frac{dC_F}{d\alpha} \right) \dot{\varphi}(\tau_1) d\tau_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots (2.13)$$

ここに，

$$h(t) = F^{-1} \{ H(\omega) \} = F^{-1} \left\{ \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\zeta\omega_0\omega} \frac{1}{M} \right\} \dots\dots\dots (2.14)$$

$$\omega = 2\pi f$$

なお，風速 U のもとの振動系の曲げ減衰比は，準定常空気力理論を用いると，

$$\zeta = \zeta_0 + \zeta_a = \zeta_0 + \frac{\rho U B l}{4\omega_0 M} \frac{dC_F}{d\alpha}$$

と表わせる。ただし，

- M ；2 次元構造物の全重量
- ζ_0 ；構造減衰
- ζ_a ；空力減衰

2.2 周波数領域での評価

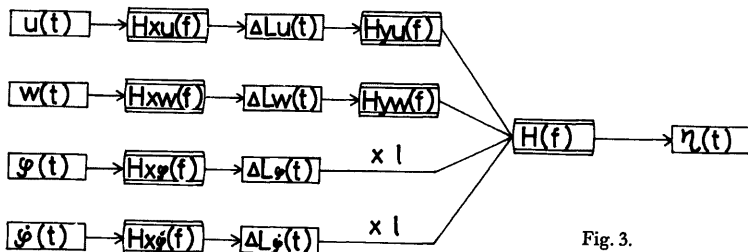


Fig. 3.

本研究においては，4 入力 ($u, w, \varphi, \dot{\varphi}$) 1 出力 (η) 系を考えているため，Fig. 3 のような関係になる。

ここに (==) 特殊で囲まれるものは、すべて入力と出力を関係づける周波数特性を有する変換関数（インピーダンス）である。このとき、各インピーダンスを逆フーリエ変換して得られる単位衝撃応答関数を、それぞれ $h_{xu}(t)$, $h_{xw}(t)$, $h_{xp}(t)$, $h_{x\phi}(t)$, $h_{yu}(t)$, $h_{yw}(t)$, $h_{yp}(t)$, $h_{y\phi}(t)$ とおくと、一般の不規則振動論より以下のような展開ができる。

$$\begin{aligned} \eta(t) = & \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) \int_{-\infty}^{\infty} h_{yu}(\tau_2) \int_{-\infty}^{\infty} h_{xu}(\tau_3) u(t-\tau_1-\tau_2-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) \int_{-\infty}^{\infty} h_{yw}(\tau_2) \int_{-\infty}^{\infty} h_{xw}(\tau_3) w(t-\tau_1-\tau_2-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) \int_{-\infty}^{\infty} h_{xp}(\tau_2) \varphi(t-\tau_1-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) \int_{-\infty}^{\infty} h_{x\phi}(\tau_2) \phi(t-\tau_1-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2.15)$$

ただし、

$$\begin{aligned} h_{xu}(t) &= F^{-1}\{H_{xu}(f)\}, & h_{yu}(t) &= F^{-1}\{H_{yu}(f)\} \\ h_{xw}(t) &= F^{-1}\{H_{xw}(f)\}, & h_{yw}(t) &= F^{-1}\{H_{yw}(f)\} \\ h_{xp}(t) &= F^{-1}\{H_{xp}(f)\}, & h_{x\phi}(t) &= F^{-1}\{H_{x\phi}(f)\} \end{aligned}$$

次に、式 (2.15) で与えられた曲げ応答の自己相関関数を求め、それをフーリエ変換すると次のようなパワースペクトルが得られる。

$$\begin{aligned} S_{\eta\eta}(f) = & |H(f)|^2 \cdot \{ |H_{yu}(f)|^2 |H_{xu}(f)|^2 S_{uu}(f) \\ & + |H_{yw}(f)|^2 |H_{xw}(f)|^2 S_{ww}(f) \\ & + |H_{xp}(f)|^2 S_{pp}(f) + |H_{x\phi}(f)|^2 S_{\phi\phi}(f) \\ & + H_{yu}(f) H_{yw}(-f) H_{xu}(f) H_{xw}(-f) S_{uw}(f) \\ & + H_{yw}(f) H_{yu}(-f) H_{xw}(f) H_{xu}(-f) S_{wu}(f) \\ & + H_{yu}(f) H_{xu}(f) H_{xp}(-f) S_{up}(f) \\ & + H_{yw}(-f) H_{xp}(f) H_{xu}(-f) S_{pw}(f) \\ & + H_{yw}(f) H_{xw}(f) H_{xp}(-f) S_{wp}(f) \\ & + H_{yw}(-f) H_{xp}(f) H_{xw}(-f) S_{pw}(f) \\ & + H_{yu}(f) H_{xu}(f) H_{xp}(-f) S_{up}(f) \\ & + H_{yu}(-f) H_{xp}(f) H_{xu}(-f) S_{pw}(f) \\ & + H_{yw}(f) H_{xw}(f) H_{xp}(-f) S_{wp}(f) \\ & + H_{yw}(-f) H_{xp}(f) H_{xw}(-f) S_{pw}(f) \\ & + H_{xp}(f) H_{x\phi}(-f) S_{p\phi}(f) \\ & + H_{x\phi}(f) H_{xp}(-f) S_{\phi p}(f) \} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2.16)$$

いま、入力相互間の相互相関性が小さく、式 (2.16) において、最初の4項のクロススペクトルに比べ、他のクロススペクトルの項が無視できる場合には、

$$\begin{aligned} S_{\eta\eta}(f) = & |H(f)|^2 \{ |H_{yu}(f)|^2 |H_{xu}(f)|^2 S_{uu}(f) + |H_{yw}(f)|^2 |H_{xw}(f)|^2 S_{ww}(f) \\ & + |H_{xp}(f)|^2 S_{pp}(f) + |H_{x\phi}(f)|^2 S_{\phi\phi}(f) \} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2.17)$$

と表せる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} |H_{xu}(f)|^2 &= \{\rho B U C_F l\}^2 |H_{xu}(f)|^2 \\ |H_{yu}(f)|^2 &= l^2 |H_{yu}(f)|^2 \\ |H_{xw}(f)|^2 &= \left\{ \frac{1}{2} \rho B U \frac{dC_F}{d\alpha} l \right\}^2 |H_{xw}(f)|^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} |H_{yw}(f)|^2 &= |H_{yw}(f)|^2 \\ |H_{xp}(f)|^2 &= \left\{ -\frac{1}{2} \rho U^2 \frac{dC_F}{d\alpha} Bl \right\}^2 \\ |H_{x\theta}(f)|^2 &= \left\{ -\frac{1}{4} \rho U \frac{dC_F}{d\alpha} B^2 l \right\}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.18)$$

式 (2.16) に比べて、式 (2.17) は計算が非常に簡単になる。同式による計算の比較検討の結果、大きな違いがみられないならば、式 (2.17) によるのが望ましいと思われる。

3. 実験及び数値解析結果

数値解析は、2. の基礎式に従って、ガスト不規則応答計算を行なうものである。また、実験は、(i)風洞内に発生させた格子乱流の特性を調べて、ガスト不規則応答計算に必要な decay factor 等の評価を行なう、(ii) AC3 分力天秤を用いて、揚力伝達関数の動的な非定常特性 (unsteady characteristics) を検討する、の 2 点に着目したものである。

3.1 格子乱流特性

自然風中におかれた構造物の風に対する応答を議論するとき、断面固有の空力特性の把握が重要となるが、一般には構造断面形状に応じて空力特性が異なり、またその理論的な解析が困難な場合が多いため、風洞実験に依存するところが多い。この際、重要な問題は、風洞内に発生させた乱流に対するモデルの応答と、自然風中におかれた実際構造物の応答との対応をどのようにつけるかである。その中でも、風の相似性をどのように取り扱うかという問題は非常に重要なことのひとつであると考えられる。具体的には、境界層風洞や格子などを用いた工夫がなされているのが現状である。

A.G. Davenport の研究においても、変動風速の時間的・空間的特性に、その理論展開の基礎がおかれている。2. で述べたように、変動風速の空間分布による、空気力の低減を評価するためには、風の特性そのものについての評価が必要とされている。本研究では、風洞内に発生させた格子乱流特性の内、空間相関係数について若干の検討を行なったものである。

(1) 実験装置及び測定器具

(a) 風洞

京都大学工学部土木学教室に設置された、エッフェル型吸い込み式風洞で、測定断面は 1.5×2.5m、風速は 0~20m/sec まで連続的に制御できる。

(b) 格子

次の 2 種類について検討した。() 内はメッシュサイズである。

A-Grid (0.27×0.43m)

C-Grid (0.14×0.16m)

Photo. 1 にその一例を示す。

(c) 風速測定

(i) NPL 型ピトー管

ベッツマンメーター (理化精機製)

(ii) 熱線風速計 (日本科学工業社製, 21-1311 型)

加算機 (日本科学工業社製, 28-6411 型)

(iii) センサー (X 型ブローブ 2 台を、風洞内に設置されている可動装置にとりつけ、スパン方向及び弦長方向に自由に動かせる。基準設定位置は、格子面より約 2m 後方)



Photo. 1

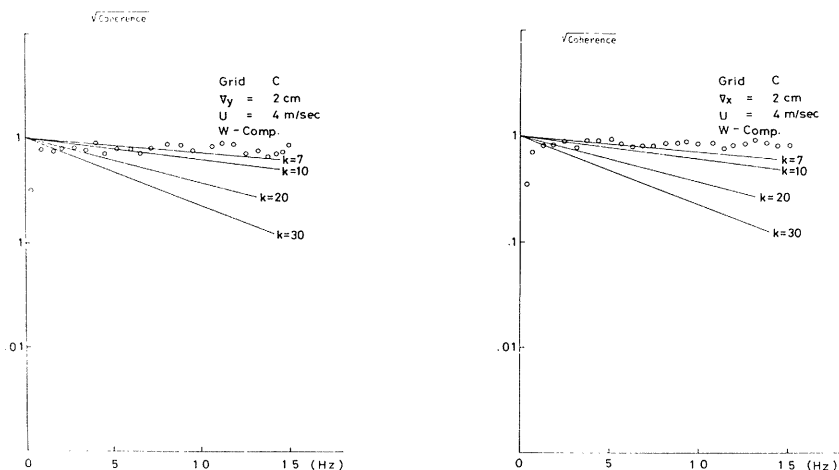


Fig. 4.

(d) 計算

- (i) データレコーダー (TEAC 製, R351-FH 型)
- (ii) AD 変換器 (FACOM U-200)
- (iii) 大型電子計算機 (FACOM M-190)

(2) 測定及び計算結果の一例

結果の一例を Fig. 4 に示す。これは、A.G. Davenport によって規定された変動風速のコーヒーレンスの平方根を求めたものである。 Δx は風速測定点の弦長方向への間隔であり、 Δy はスパン方向への間隔である。また、 k は、2. で述べられている decay factor を示すもので、これらの直線は、A.G. Davenport による近似式

$$R_{xx'}(f) = \exp\left(-\frac{k|x-x'|f}{U}\right) \dots\dots\dots (3.1)$$

によるものである。これら一連の結果より、模型の曲げ固有振動数が約 2.2 Hz であることを考えたとき、decay factor としては一応 20 を用いることにした。

3.2 ガスト不規則応答計算

(1) 風洞実験

(a) 実験装置及び計測状況

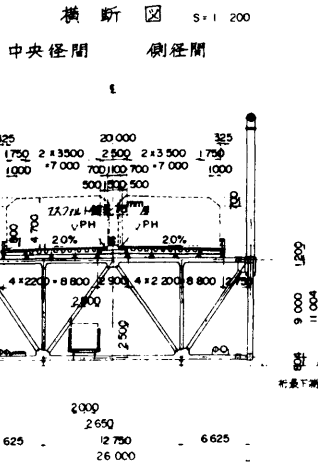


Fig. 5.

Table 1.

NOTATION	DIMENSION		VALUE
SPAN LENGTH	m	l	8.03
CHORD LENGTH	m	D	3.00
WEIGHT PER ALL SPAN LENGTH	Kg	w	3238.
MOMENT OF INERTIA PER ALL SPAN LENGTH	Kg. m. sec ²	I	589.
HEIGHT OF STIFFENING GIRDER	m	h	1.44
NATURAL FREQUENCY (BENDING)	sec ⁻¹	η_{nb}	0.304
NATURAL FREQUENCY (TORSION)	sec ⁻¹	η_{nt}	0.672
LOGARITHMIC DECREMENT (BENDING)		δ_{nb}	0.055
LOGARITHMIC DECREMENT (TORSION)		δ_{nt}	0.030
SLOPE OF LIFT COEFFICIENT		$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$	4.420
DRAG COEFFICIENT		C_D	2.080
SLOPE OF FORCE COEFFICIENT		$\frac{\partial C_F}{\partial \alpha}$	5.00

(i) 模型

グレーティングの設置された、吊橋補剛トラス断面であり、断面形状及び諸元をそれぞれ、Fig. 5, Table 1 に示す。

(ii) 風速測定

測定器具は 3.1 に準ずる。風速測定点は、模型前縁より 0.54m 上流である。なお、過渡応答計算においては、入力変動風速と変動揚力の間の時間遅れを考慮している。

(iii) 応答の測定

歪ゲージ（模型を鉛直支持しているスプリングコイル端にとりつけている）

動歪計（新興通信工業 K.K. 製，DS 61 MTY 型）

DC アンプ（三栄測器 K.K. 製，LL 5 型）

(iv) その他，風洞，格子，計算機等は 3.1 に準ずる。

(b) 計算結果

decay factor を 20 とおいて，式 (2.11) より得られる過渡応答計算結果を Fig. 6 に示す。図中 (a) 及び (c) は，変動風速 (u, w) 及び振れ (φ, ψ) を入力し，かつ弦長方向及びスパン方向への低減効果を考慮したものである。(b) は，実験では振れを拘束し，振れ及び振れ速度を入力せず，他の条件は (a) (c) と同じにした場合の結果である。(a) と (c) では，実測値と計算値はあまりよい一致はみられない。この原因として，実験において曲げ応答と非常に近い周波数で発生するローリング振動を抑えることができなかったことが考えられる。またにおいて，10～20秒の間で波形が比較的実測値によく合っている。これは実験において振れを拘束したために，ローリング振動が発生しにくくなったことが原因であると考えられる。

次に，Fig. 7 には，計算による過渡曲げ応答より得られたパワースペクトルと，実測曲げ応答から得られたパワースペクトルを比較したものである。パワースペクトルの計算には，Blackman-Tukey 法を用い，サンプリング間隔 0.02 秒，データ数 1000 個で，自由度は 20 である。この結果は両者かなりよく一致している。なお実測値では，ローリング振動の影響が顕著に出ている。分散値は，(c) のケースに対して，実測応答によるものが， $0.45 \times 10^{-6} \text{m}^2$ であるのに対して，計算応答によるものは， $0.40 \times 10^{-6} \text{m}^2$ となっている。

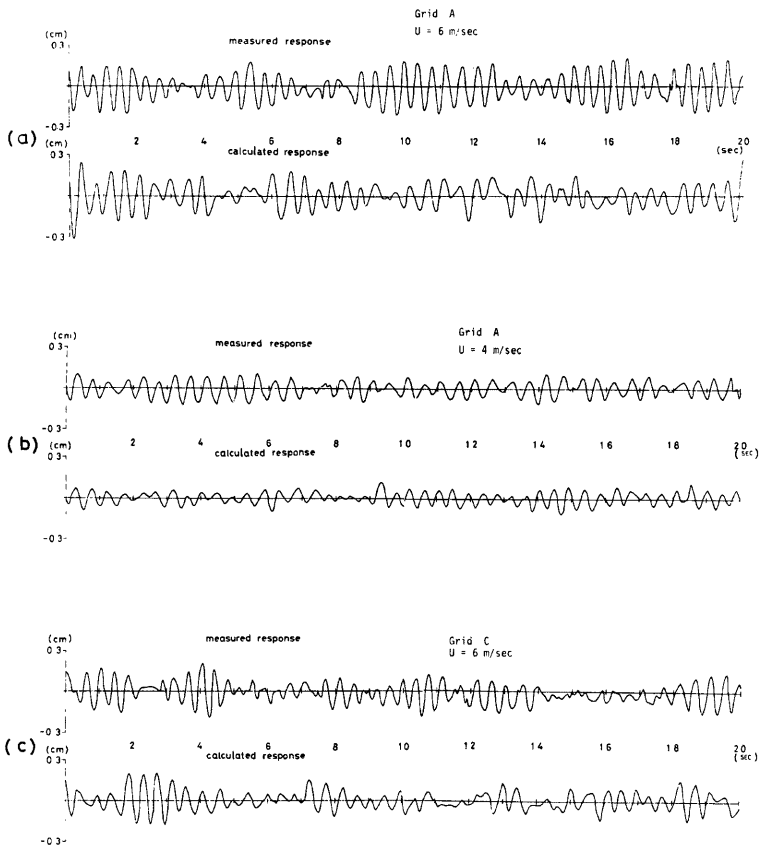


Fig. 6.

Fig. 8 は周波数領域における式 (2.17) により得られた、計算結果と実測結果を比較したものである。実測応答によるパワースペクトル (破線) に比べて、計算結果 (実線) はかなりの過大評価になっているのがわかる。分散値を求めてみると、計算結果は $1.72 \times 10^{-6} \text{m}^2$ であり、実測応答 ($\sigma^2 = 0.45 \times 10^{-6} \text{m}^2$) は約 3.8 倍になる。この原因のひとつには、20 秒間という短いデータに対して定常ランダム確率過程を仮定することの問題も考えられるが、この他にも、周波数応答関数の取り扱いが、過渡応答評価の場合には、位相差の影響まで含まれるのに対して、周波数領域の評価では、これを絶対値で評価するためとも考えられ、今後検討の余地が残されているものと思われる。

(2) 耐風実験橋

(a) 実験装置及び計算方法の概略

耐風実験橋は、千葉県館山市郊外の相ノ浜海岸に設置された、本州四国連絡橋公団の大型 2 次元実験模型であり、その諸元を Table 2 に示す。計算に (1) はと同じ計算機を用いた。パワースペクトルの計算には、Blackman-Tukey 法を用い、サンプリング間隔は 0.05 秒、データ数は 1000 個、最大ラグ数は 100 とした。

なお、風速は、断面前縁から 4.0m 上流の、左右対称な 2 点で測定されており、今回対象としたデータは平均風速約 14m/sec である。揚力の評価は、スパン方向各左右半分ずつに対して、右の風速測定点のデータを入力したのと考え、全揚力は両者の和をとっている。decay factor は 20 とする。

(b) 計算結果

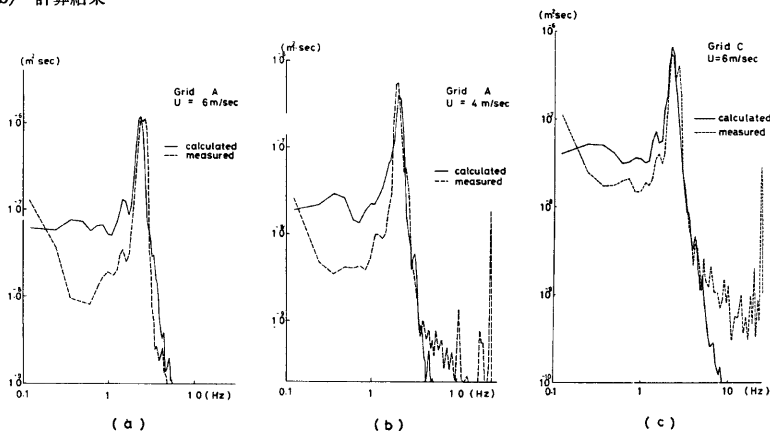


Fig. 7.

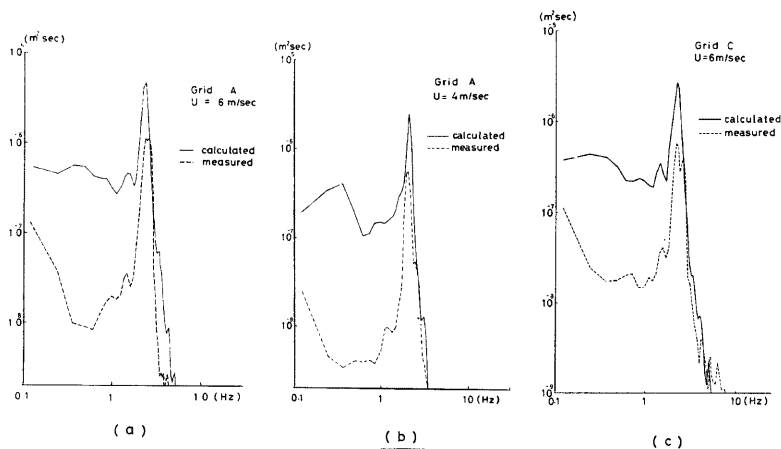


Fig. 8.

Fig. 9 に、式 (2.11) より得られた曲げ過渡応答の結果を示す。(a) は実測曲げ応答であり、(b) は変動風速 (u, w)、振れ (ϕ, ψ) を考慮し、スパン方向、弦長方向とも変動風速の空間分布による低減を考慮した場合である。(c) は、振れを入力せず、他の条件は (b) と同じにしたものである。(d), (e) は、入力とした左右 2 地点の変動風速 (u, w) を示す。まず、(a) と (b) を比べてみると、位相特性、振幅とも非常によく合っている。振れ (固有振動数 0.672 Hz) の影響は計算値に多少みられているのに対して、実測値にはあまりみられない。(c) と比較すると、振れの影響が 50 秒付近において、波形を崩す原因になってい

Table 2.

NOTATION	DIMENSION	VALUE
SPAN LENGTH	m	1 0.93
CHORD LENGTH	m	0 0.3
MASS PER UNIT SPAN LENGTH	Kg.m ³ .sec ² /m	0.277
MOMENT OF INERTIA PER UNIT LENGTH	Kg.m.sec ² /m	I 0.0207
HEIGHT OF STIFFENING GIRDER	m	h 0.106
NATURAL FREQUENCY (BENDING)	sec ⁻¹	η_{1b} 2.243
NATURAL FREQUENCY (TORSION)	sec ⁻¹	η_{1t} 4.108
DAMPING RATIO (BENDING)		ζ_{1b} 0.00457
DAMPING RATIO (TORSION)		ζ_{1t} 0.00069
SLOPE OF LIFT COEFFICIENT	$\frac{dC_L}{d\alpha}$	4.768
DRAG COEFFICIENT	C_D	0.865
SLOPE OF FORCE COEFFICIENT	$\frac{dC_F}{d\alpha}$	5.03

るように思われる。

Fig. 10 は、計算によって求めた過渡応答から、パワースペクトルを計算した結果を、実測応答のパワースペクトル結果と比較したものである。(a) は実測値であり、(b) (c) は、それぞれ、Fig. 9 に対応するものである。過渡曲げ応答の結果から予想されたように、両スペクトルは、よく一致している。(b)においては、振れの固有振動数付近で、計算値の方が大きくなっているが、これは準定常空気力理論を用いたことによるものとも考えられる。

Fig. 11 は、周波数領域での式 (2.17) によって求めた計算結果である。これは、実測応答のパワースペクトルに比べて、かなり過大な評価になっており、風洞実験の結果と同じ傾向を示している。

Fig. 12 は、式 (2.16) を用いて、入力相互間の相互相関性を考慮し、クロススペクトルまで計算した結果である。

入力相互間の独立性を仮定して得られた Fig. 11 とほとんど差が認められず、この結果からは、入力の独立性を仮定してもよいものと思われる。尚、式 (2.16) の計算に際しては、次のような仮定を行なっている。

$$H_{pq}(f) = H_{pq}(-f) = \{|H_{pq}(f)|\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

ここに $|H_{pq}(f)|$ は、式 (2.18) で与えられるものである。この結果、入力のクロススペクトルについても実数値評価が必要になり、本解析では、実数部を用いている。

3.3 揚力伝達関数

変動風速と変動揚力を関係づける揚力伝達関数は、あらゆる影響因子を考慮した形のものであることが望ましい。しかし、本研究のガスト不規則応答計算においては、式 (2.4) に示したように、Aerodynamic Admittance (揚力伝達関数の自乗値) は次のような形で表わされ、

$$\left. \begin{aligned} |Ad_u(f)|^2 &= |H_{xu}(f)|^2 |H_{yu}(f)|^2 \\ |Ad_w(f)|^2 &= |H_{xw}(f)|^2 |H_{yw}(f)|^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

ガスト周波数特性のみを考慮したものであって、断面が振動していることによる非定常特性 (unsteady characteristics) 等の項は含まれていないことがわかる。断面に作用する空気力の非定常特性については、従来より、W.R. Sears, Th. Theodorsen 等によって研究が進められてきている。ガスト不規則応答計算においても、このような特性を含めた形での伝達関数を用いることが望ましい。

いま、この揚力伝達関数 $Ad(k)$ ($k=b\omega/U$) を実験的に求める手法を簡単に述べれば次のようである。鉛直変動成分によって生ずる単位スパン長当りの揚力は、

$$L(t) = 2\pi\rho b U w(t) Ad(k) \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

のように表わせる。上式の両辺のパワースペクトルをとると、

$$\{Ad(k)\}^2 = \left(\frac{1}{2\pi\rho b U} \right)^2 \frac{S_L(f)}{S_w(f)} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

となる。ここで、2. でも述べたように、変動風速の空間分布によるスパン方向への低減を考慮して、断面全体に作用する変動空気力を考えると、式 (2.9)、式 (2.18) を用いて、

$$\{Ad(k)\}^2 = \frac{S_L(F)}{(2\pi\rho b U)^2 |H_{yw}(f)|^2 S_w(f)} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

と表わせる。このようにして求められる $Ad(k)$ は、各種の非定常特性を有する形での揚力関数を表わして

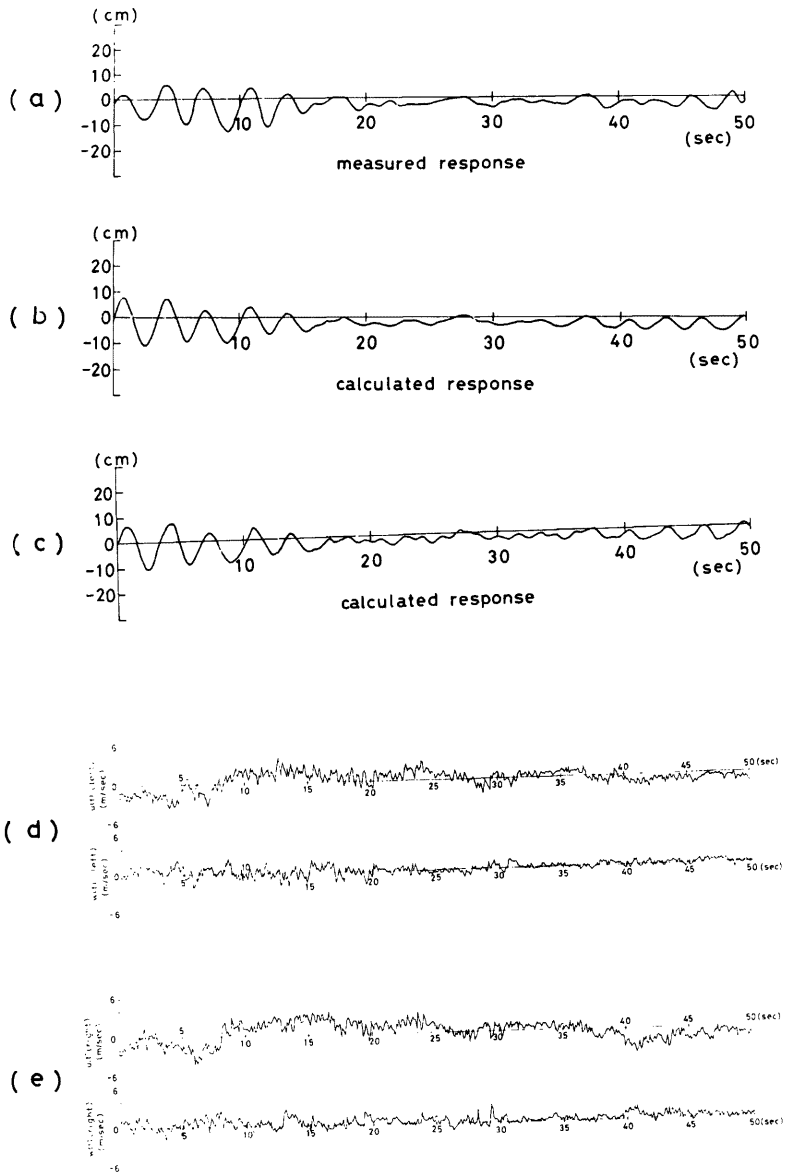


Fig. 9.

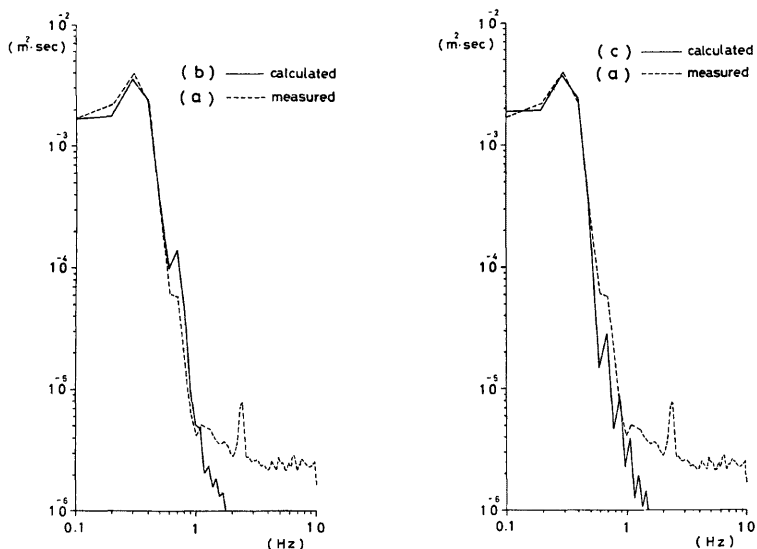


Fig. 10.

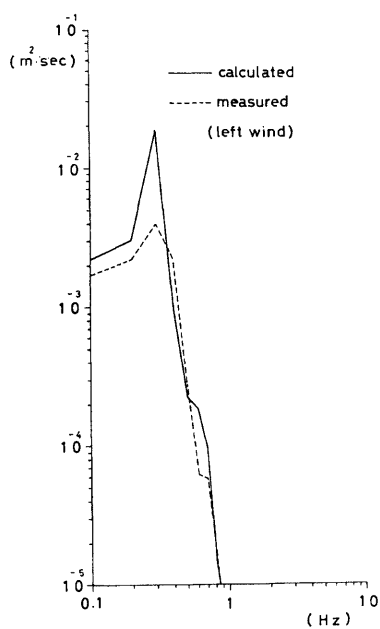


Fig. 11.

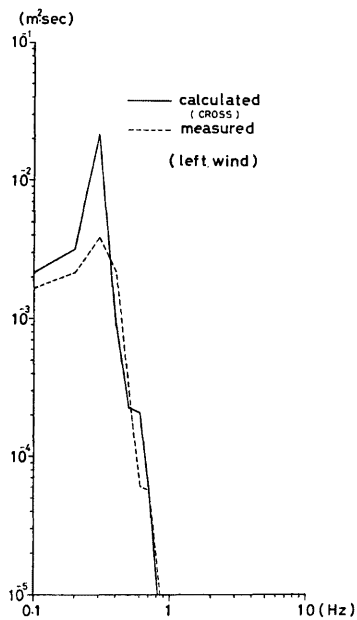


Fig. 12.

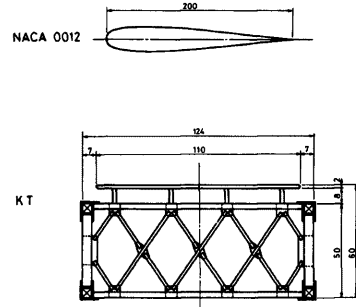
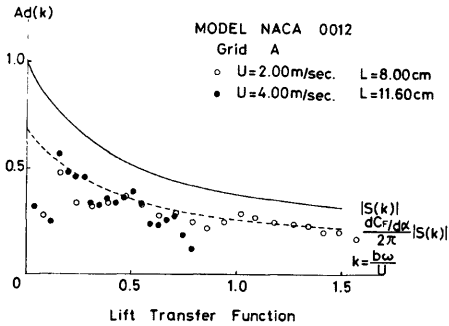


Fig. 13.

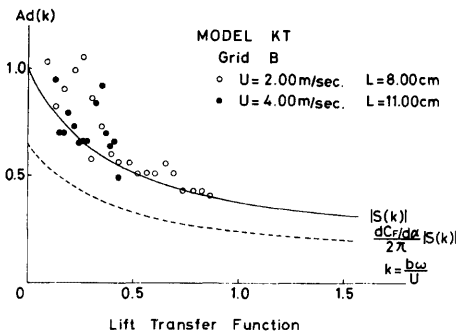
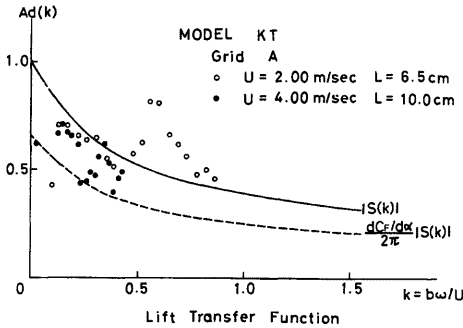


Fig. 14.

(2) 結果及び考察

Fig. 14 に結果の一例を示す。図中、Sears 関数の絶対値と、これを静的空気力係数勾配で補正した曲線を、それぞれ実線及び破線で併記した。また、図中 L は、自己相関関数によって、近似的に与えられる

いるものと考えられる。

本研究では、風洞内に発生させた格子乱流中に 2 次元模型を設置し、AC 3 分力天秤を用いて直接に変動揚力を求め、同時に記録された変動風速を用いて、式 (3.6) に適用し、スペクトル解析より $Ad(k)$ を絶対値評価することにより求めた。

(1) 風洞実験

(i) 変動揚力測定

AC 3 分力天秤 (日章電気 K.K. 製 LM 3501-05 型)

動歪形

DC アンプ

データレコーダー

3.2 に準ずる。

(ii) スペクトル解析

相関確率分析器 (日本科学工業 K.K. 製, SAI-42)

フーリエ変換器 (日本科学工業 K.K. 製, SAI-470)

(iii) 2 次元模型

その断面形状を Fig. 13 に示す。

(iv) その他、風洞、変動風速測定などは、3.2 に準ずる。なお格子において、Grid-B は、メッシュサイズ $0.24 \times 0.21\text{m}$ のものである。

乱れのスケールを示すものである。

以上の結果より、Sears 関数の絶対値及びそれを静的空気力係数で補正した結果は、実験値とよく一致している。本解析においては、2. で述べたように、この揚力変換関数としてガストの空間分布周波数特性のみを考慮し、他は準定常的に取り扱っているものであるが、この揚力変換関数として、上記のような Sears 関数の利用も今後検討を加えたい。

4. むすび

以下に、本研究において明らかにされた諸点を列記する。

- (1) ガスト不規則応答では、時間軸での過渡応答としての評価と、周波数軸での評価の間かなりの違いが認められた。また観測値、実験値との比較においては、時間軸での評価がよい一致をみた。
- (2) 周波数領域における評価では、入力相互間の独立性の仮定が、ほぼ妥当であるものと考えられる。
- (3) 振れの曲げ応答に及ぼす影響は小さいという結果を得た。
- (4) 構造断面固有の空力非定常特性に、変動風速のスパン方向への低減を合せ考えた揚力伝達関数は、Sears 関数の絶対値およびそれを静的空気力係数勾配で補正した曲線によく一致し、一応の評価はできる。

次に、今後に残された課題としては、

- (1) 迎え角を有する断面の空気非定常特性についての検討、
- (2) 空力非定常特性及び入力の非定常特性を含めた形でのガスト不規則応答の評価、
- (3) 変動風速の空間分布による低減の合理的な評価方法についてのなお一層の検討、
- (4) 本解析手法の空力弾性構造物への適用、が挙げられる。

本研究は、昭和50年度本州四国連絡橋公団受託研究費および昭和50年度科学研究費（一般研究C）により実施されたものであり、関係各位に感謝の意を表するものである。また、本研究で行なった数値計算のための各種資料を、本州四国連絡橋公団により提供して頂いたが、ここに関係各位の御協力に心から感謝の意を表するものである。

参 考 文 献

- 1) Davenport A.G.: A Statistical Approach to the Treatment of Wind Loading of Tall Masts and Suspension Bridges, Ph D. Dissertation, Univ. of Bristol, 1961.
- 2) Sears W.R.: Some Aspects of Non-Stationary Airfoil Theory and Its Practical Application, JAS, Vol. 8, No.3, 1941, pp. 104~108.
- 3) Theodorsen. T.: General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter, NACA, TR-496, 1935, pp. 3~23.
- 4) Horlock J.H.: Fluctuating Lift Forces on Airfoil Moving, Eng'g, Trans. ASME, 1968, pp. 494~500.
- 5) 前田弘, 小早川命: 翼の突風応答に関する研究, 航空宇宙学会誌, 第19巻, 第210号, 1971.
- 6) 白石成人, 松本勝, 他: 長大吊橋の不規則な耐風応答特性に関する研究, 京都大学防災研究所年報第17号 B, 1974, pp. 191~208.
- 7) 小西一郎, 白石成人, 他: 長大橋梁の空力増幅関数に関する基礎的考察, 京都大学防災研究所年報第18号 B, 1975, pp. 395~413.
- 8) 白石成人, 松本勝, 他: 平板状構造断面のガスト応答に関する2,3の考察, 京都大学防災研究所年報第19号 B-2, 1976, pp. 45~63.