

學位審查報告書

(ふりがな)	たかお なおたけ
氏 名	高尾 尚武
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	論 理 博 第 号
学位授与の日付	平成 年 月 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 2 項 該 当
(学位論文題目)	
BRAID MONODROMIES ON PROPER CURVES AND PRO- ℓ GALOIS REPRESENTATIONS (固有な曲線の上の組み糸モノドロミーと 副 ℓ ガロア表現)	
論 文 調 査 委 員	(主査) 玉 川 安騎男 教授 望 月 新 一 教授 中 島 啓 教授

理 学 研 究 科

(続紙 1)

京都大学	博士（理 学）	氏名	高尾 尚武
論文題目	BRAID MONODROMIES ON PROPER CURVES AND PRO- ℓ GALOIS REPRESENTATIONS （固有な曲線の上の組み糸モノドロミーと副 ℓ ガロア表現）		
（論文内容の要旨）			
本申請論文は、双曲的代数曲線とその配置空間やモジュライ空間の数論的基本群にかかわる数論幾何学に関するものである。特に、Grothendieck が提案した遠アーベル幾何の哲学や、Drinfeld、伊原が導入した Grothendieck-Teichmüller 群と密接かつ深い関係を持っている。 本論文の主な結果は、1990年代前半に提起された双曲的代数曲線の数論的基本群に関する2つの重要な問題を最終的に解決したことである。以下ℓは素数とする。 第1の問題（以下では伊原・金子問題と呼ぶ）は、「双曲的代数曲線の配置空間の副1基本群への外ガロア作用の核は、配置空間の次元に依らないだろう」という予測で、曲線がアファインの場合には、伊原康隆、金子昌信の研究によって肯定的に解決されていたが、本論文ではこれを一般的に解決した。さらに、この問題の重みフィルトレーションによる精密化についても、一般的に解決した。 第2の問題（以下では織田問題と呼ぶ）は、普遍モノドロミー表現（順序付けられたr個の点を与えられた種数gの滑らかで固有な代数曲線のモジュライスタックの数論的基本群の副1外モノドロミー表現）に関する問題である。これは、「ガロア・タイヒミュラー塔の普遍定義体（普遍モノドロミー表現の核に対応する、モジュライスタックの被覆の「定義体」）は、(r個の点を除いて得られる）曲線が双曲的($2-2g-r<0$)な場合、(g, r)に依らないであろう」という織田孝幸による予測であり、曲線がアファイン($r>0$)のときには参考論文1や伊原康隆、中村博昭らの研究によって肯定的に解決されていたが、本論文ではこれを最終的に一般的に解決した。さらに、この問題の重みフィルトレーション及び組み糸化による精密化についても、ほぼ完全に一般的に解決した。 どちらの問題も、証明の鍵となるのは配置空間の間の自然な射影から生じる副1写像類群の間の写像の単射性である。この単射性の証明は、対応する次数付きリー環の間の写像の単射性の証明に帰着される。ここで、固有な曲線の2次元配置空間から1次元配置空間への射影の場合には、リー環の関係式が少ないため、ファイバー部分リー環に属さない元の中心化環を計算する必要が生じ、自由リー環の消去定理を使う等証明に工夫を必要とした。 本論文の構成は以下のようになっている。0節では、本研究の背景及び主結果について簡単に述べられる。1節では、自由リー環に関する幾つかの命題が証明される。2節では、曲面群と組み糸群に関する幾つかの基本的な性質が復習された後、固有な双曲的曲線の2次元配置空間の幾何的基本群の重みフィルトレーションに付随した次数付きリー環について考察される。前述の中心化環の計算及び単射性の証明はここで与えられる。3節では、外ガロア表現と普遍モノドロミー表現について考察される。ここで、伊原・金子問題、織田問題とその精密化が、ほぼ完全な形で肯定的に解決される。4節では、本論文の主結果の、外ガロア表現の像に付随する次数付きリー環への応用とトポロジーにおけるJohnson-森田準同型への応用が与えられる。			

(論文審査の結果の要旨)

本論文で取り扱われた問題は、いずれも、1980年代初頭の Grothendieck の「Esquisse d'un programme」の中の主要な提案である、遠アーベル幾何の哲学と密接に関係している。遠アーベル幾何の哲学とは、簡単に言うと、代数多様体の幾何が、数論的基本群すなわちガロア作用付きエタール基本群によって完全に制御されるであろうというもので、例えば参考論文2の主要なテーマとなっていた。このような背景の中で、申請者の研究のキーワードとしては、Grothendick-Teichmueller 群、(純) 組み糸群、双曲的曲線のモジュライ空間が挙げられ、いずれも数論的基本群にかかわる数論幾何学の研究の中で中心的な対象である。特に、本論文は、Drinfeld と伊原康隆によって導入された Grothendick-Teichmueller 群の副1版を取り扱ったものと見なせるという点で、重要である。

本論文で取り扱われた伊原・金子問題及び織田問題（の組み糸化版）は、当該双曲的代数曲線の型を (g, r) とし (g : 種数、 r : 無限遠点の数) 当該配置空間の次元を n とするとき、 $r+n>1$ の場合は先行研究により肯定的に解決されていた。しかしながら、 $r+n=1$ の場合は、固有な曲線とその2次元配置空間という、いわばコンパクトなもの非コンパクトなものを正面から比較する必要がある、他の場合とは全く違う本質的な困難があつて未解決のままとなっていた。本論文において、この障害を乗り越えて、完全に一般的な場合に伊原・金子問題及び織田問題を証明できたことは、当該分野における非常に顕著な結果である。

申請者は、これらの問題を、まず（高次元化された）副1写像類群の間の自然な射影の単射性に帰着した。次に、高次元化された副1写像類群の重みフィルトレーションの分離性を証明することにより、フィルトレーションでトランケートした副1写像類群の間の自然な射影の単射性に帰着した。さらに、フィルトレーションの次数に関する帰納法を用いて、副1写像類群の次数付きリー環の間の自然な射影の単射性に帰着した。最後に、ある図式の可換性を用いて、双曲的曲線上の副1純組み糸群の外部導分環の自然な部分環の間の自然な射影の単射性に帰着した。申請者は、この最後の単射性を、組み合わせリー環論における複雑な計算によって証明した。リー環に移行しても、 $r+n=1$ の場合の本質的な困難は残っており、これを成し遂げたことは著しい。

また、リー環版の単射性を考えたことの副産物として、伊原・金子問題と織田問題の重みフィルトレーションによる精密化を肯定的に解決できたことも、誠に著しい成果である。また、ガロア・リー環への応用やトポロジーにおける Johnson-森田準同型への応用も大変興味深い。さらに、望月新一と星裕一郎による最近の研究との比較など、今後の研究への発展性も大きく期待できる。

なお、本論文の全文は、国際的学術雑誌 Journal of Institute of Mathematics of Jussieu に掲載許可を受け、印刷公表の予定である。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成22年6月8日論文内容とそれに関連した口頭試問を行った。その結果合格と認めた。

学識確認のための試問の結果

氏 名 高尾 尚武

(試問の科目・方法・判定)

(科 目) (方 法) (判 定) (備 考)

専 攻 学 術

代数学 口頭 合格

外 国 語

英語 口頭 合格

(試問の結果の要旨)

上記のとおり、専攻学術および外国語の学力に関する試問の結果、本学大学院博士
後期課程を修了した者と同等以上の学力を有することを確認した。

試問担当者氏名

氏 名 玉 川 安騎男 氏 名 森 重 文

氏 名 望 月 新 一 氏 名 向 井 茂

氏 名 中 島 啓