

需要の包含関係に着目した収益管理モデル

(1) 東京都立大学 都市環境学部, (2) 神奈川大学 工学部

小笠原 悠⁽¹⁾, 佐藤 公俊⁽²⁾

Yu Ogasawara⁽¹⁾, Kimitoshi Sato⁽²⁾

(1) Faculty of Urban Environmental Sciences, Tokyo Metropolitan University,

(2) Faculty of Engineering, Kanagawa University

1 はじめに

我々が商品を買う際に、複数の商品を組み合わせることで割引を受けることが出来る場合が存在する。このような複数商品を組み合わせた1つの商品はバンドル商品と呼ばれる。このようなバンドル商品を構成する商品は、売れ筋商品に非売れ筋商品を組み合わせたものや、ある商品に対してその補助商品を組み合わせたものなど様々な場合がある。その中でも、バンドル商品だけで2つの商品を提供することは純粋バンドリング、バンドル商品だけでなくその構成要素となる各商品も同時に提供することは混合バンドリングと呼ばれ、これらのバンドリングに関する2つの戦略は古典的戦略とされて長く研究されてきた (Stigler, 1963)。

一般的に、バンドル商品の価格は、それを構成する商品群の価格の総和よりも低く設定される。これにより各商品を分けて販売するよりも全体でより高い収益を得ることが可能であることは知られているが、具体的にどのような商品の組み合わせによりバンドル商品を作り、そのバンドル商品の価格をいくらに設定すればよいかを求める必要がある。このような問題はバンドル商品に対する組み合わせ決定問題や価格付け問題は広く研究されている (Banciu & Ødegaard, 2016; Cataldo & Ferrer, 2017)。

ここでは、バンドル商品を構成する商品の需要が包含関係になっている場合を考える。例えば、理容店にてカットだけではなくそれに付随してシャンプーを行うというサービスをセットで提供している場合がそれに該当するかもしれない。シャンプーのみを提供することも可能ではあるが、カットのみ、もしくはカットとシャンプーをセットで提供する場合が多く見られるであろう。この場合、シャンプーというサービスに対する需要はカットというサービスの需要の一部、すなわち包含/入れ子の関係になっている。ここで、単体でも提供可能な商品を主商品、単体では提供可能ではない、もしくは単体では価値が成立しない商品を副商品と呼ぶ。主商品と副商品の組み合わせは観光業界やエンターテインメント産業のようなサービスチケットで多く見られる。例えば、観光地の島に行くフェリーと島でのレンタカー、メインの島へのフェリーとメインの島から他の島に移動するフェリー、アミューズメントパークの入場とそのパーク内施設の飲食サービスなどが挙げることが出来る。これらのサービスに対するバンドル商品における価格付けなどの収益を上げる売り方を考えた場合、その問題は容量や時間の制約を考える必要があるためレベニューマネジ

メントに属する。商品の需要が包含関係になっているレベニューマネジメントの例を図1に載せる。

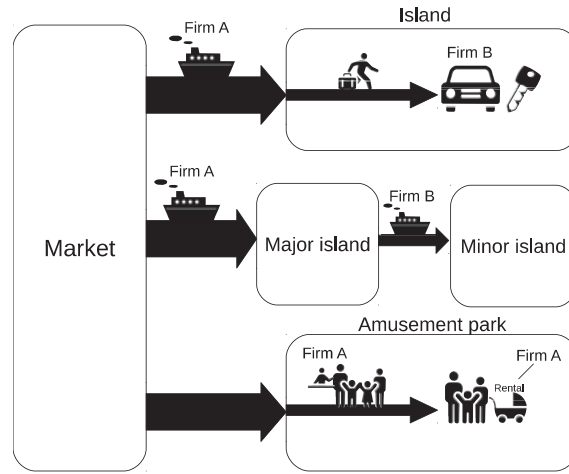


図 1: 2 段階の需要が包含関係になっている例

レベニューマネジメントにおけるバンドル商品を考えた研究は価格決定問題のみを扱ったものと価格とバンドル商品の数を同時決定する問題が存在する (Aydin & Ziya, 2008; Bulut et al., 2009; Netessine et al., 2006; Mayer et al., 2013; Bulut et al., 2009) が、実際には価格と商品数を常に同時に変動させることは難しい場合も多い。例えば先述したフェリーとレンタカーのバンドル商品を売る場合に、フェリーやレンタカーの価格は商習慣的として長い期間固定化されている一方で、チケット枚数と価格が需要に応じて連動するバンドル商品を開発するという事は考えづらい。この場合はバンドル価格が固定化されていて、販売するチケット枚数のみを変化させる方が現実的かもしれない。

本研究では需要が包含関係になっている主商品と副商品の2つの商品が別々に提供している中で新たにバンドル商品を提供する場合に、そのバンドル商品の価格とバンドル商品を提供する数を2段階で決定する問題を考える。具体的には、主商品と副商品がそれぞれの最適価格で提供されている仮定の下でのバンドル商品の最適価格を求め、その最適価格が適用されている場合におけるバンドル商品の最適割り当て数を求める。本稿では本研究より得られた2つの結果：1) バンドル商品の価格を主商品と副商品の最適価格の和に設定した場合においても、バンドル商品を提供しない場合の総収入以上の期待収入が得られる、2) 主商品の需要量と副商品の需要量の依存関係はバンドル商品の最適割り当て数に影響しない、を示す。

2 価格決定問題

本稿では主商品と副商品の添え字をそれぞれ1と2とする。主商品と副商品の容量をそれぞれ c_1 と c_2 とし、これらの容量は $c_1 \geq c_2$ を満たすとする。主商品と副商品、そして

バンドル商品をそれぞれ p_1, p_2, p_b と表記する．更にこれらの価格は $p_1 + p_2 \geq p_b$ の関係式を満たす．

まずは主商品と副商品の最適価格を示す． $M > 0$ を潜在顧客の数とし， $d_i(p), i = 1, 2$ ，を価格 p のときの各商品の需要率とする． X_i を各商品の支払意思額とし，この値は累積分布関数 $\Phi_i(\cdot)$ を持つ確率変数とする．更に，需要の価格弾力性を $g_i(p) = -pd'_i(p)/d_i(p)$ で表す．このとき，主商品の最適化価格 p_1^* と最大期待利益 R_1^* は

$$R_1^* = \max_{p_1 \geq 0} [p_1 \min\{Md_1(p_1), c_1\}] \quad (2.1)$$

を満たすことから，以下の解が得られる．

命題 1. 主商品の最適価格は以下で与えられる．

$$p_1^* = \begin{cases} s_1, & g_1(s_1) \geq 1 \text{ のとき,} \\ \hat{p}_1, & g_1(s_1) \leq 1 \text{ のとき,} \end{cases} \quad (2.2)$$

ここで， $s_1 := \Phi_1^{-1}(1 - c_1/M)$ ， $\hat{p}_1 := \inf\{p \mid g_1(p) = 1\}$ ．最大期待収益は

$$R_1^* = \begin{cases} s_1 c_1, & g_1(s_1) \geq 1 \text{ のとき.} \\ \hat{p}_1 M \bar{\Phi}(\hat{p}_1), & g_1(s_1) \leq 1 \text{ のとき,} \end{cases} \quad (2.3)$$

同様に，副商品の最適化価格 p_2^* と最大期待利益 R_2^* は

$$R_2^*(p_1^*) = \max_{p_2 \geq 0} [p_2 \min\{d_2(p_2; p_1^*), c_2\}]. \quad (2.4)$$

を満たす．ここで， $d_2(p_2; p_1^*) := A(p_1^*) \Pr(X_2 \geq p_2)$ ， $A(p_1^*) := \min\{Md_1(p_1^*), c_1\}$ とする．これにより，以下の命題を示すことが出来る．

命題 2. 副商品の最適価格は

$$p_2^* = \begin{cases} s_2, & g_2(s_2) \geq 1 \text{ のとき,} \\ \hat{p}_2(p_1^*), & g_2(s_2) \leq 1 \text{ のとき.} \end{cases} \quad (2.5)$$

ここで， $s_2 = \Phi_2^{-1}(1 - c_2/A(p_1^*))$ ， $\hat{p}_2 := \inf\{p \mid g_2(p) = 1\}$ であり，最大期待収益は

$$R_2^*(p_1^*) = \begin{cases} s_2 c_2, & g_2(s_2) \geq 1 \text{ のとき,} \\ \hat{p}_2 A(p_1^*) \bar{\Phi}(\hat{p}_2), & g_2(s_2) \leq 1 \text{ のとき.} \end{cases} \quad (2.6)$$

次に p_1^* と p_2^* が得られた際の，バンドル商品の価格を考える．本研究ではバンドル商品は主商品と副商品が提供されるより先に提供されるとし，更に，バンドル商品を購入する顧客には2つのタイプ，顧客1と顧客2がいると仮定する．顧客1は元々主商品を買うつもりはなかったがバンドル商品が安かったので購入した顧客（顧客1）であり，顧客2は元々主商品を購入するつもりでバンドル商品が欲しいと思って購入した顧客である．これらの顧客1と顧客2の需要率をそれぞれ $d_{b,1}$ と $d_{b,2}$ とし，顧客2は顧客1よりも先にバン

ドル商品を購入すると仮定する．また，バンドル商品の価格が p_b であったときの主商品に対する需要率を $\tilde{d}_1(p_b)$ とする．このとき，バンドル商品の価格 p_b により得られる期待総収益は

$$R(p_b) = p_b S(p_b) + p_1 \min\{M\tilde{d}_1(p_b) + (\min\{Md_{b,1}(p_b), c_2\} + Md_{b,2}(p_b) - c_2)^+, c_1 - S(p_b)\}, \quad (2.7)$$

となる．ここで， $a^+ = \max\{a, 0\}$ ．また， $S(p_b)$ は売られたバンドル商品の数，すなわち，

$$S(p_b) = \min\{\min\{Md_{b,1}(p_b), c_2\} + Md_{b,2}(p_b), c_2\} \quad (2.8)$$

とする．よって，目的関数は以下の形で表すことが出来る．

$$R^* = \max_{p_b \in [\min\{p_1^*, p_2^*\}, p_1^* + p_2^*]} R(p_b). \quad (2.9)$$

本研究では副商品の需要の価格弾力性に対して以下の仮定を置く．

仮定 1. $x \leq p_1^*$ に対して， $g_2(p_b - x) \leq 1 - x/p_b$ ．

これは，主商品と副商品が容量に対して十分大きいときに，利得関数が凹関数になるための十分条件を示している．このとき，以下の命題が得られる．

命題 3. $R_1^* + R_2^*(p_1^*) \leq R(p_1^* + p_2^*) \leq R^*$ ．

命題 3 は，主商品と副商品の各商品を単に足し合わせた価格でバンドル商品を提供したとしても総収益は非減少であることを示しており，これは各商品がそれぞれ異なる会社から提供されているような場合においても，それぞれの会社が協力して単純に各商品をセットにしたバンドル商品を提供した方が良いことを意味する．

3 割り当て問題

先に述べた各商品の最適価格 p_1^* , p_2^* , p_b^* を適用したときに，バンドル商品の数を変化させることで期待総収益を最大化する問題を考える．この節では表記の簡単のため，これらの価格を単に p_1 , p_2 , p_b と表記する．割り当て問題では，バンドル商品を購入した顧客は主商品のみを購入した顧客よりも優先的に副商品を手に入れることが可能であるとする．これによりバンドル商品を購入した顧客は必ず副商品を手に入れることを可能とする．バンドル商品を購入できず主商品を購入した一部の顧客は一定の割合 α で副商品を通常価格 p_2 で購入すると仮定する．また，主商品に対する商品とバンドル商品に対する需要は依存すると仮定する．

D_1 と D_b をそれぞれ主商品とバンドル商品の需要を表す確率変数とする．ここでのバンドル商品の需要は価格決定問題における実際に観測された需要に対応する． x をバンド

ル商品の数とし、 $S_1(x)$, $S_2(x)$, $S_b(x)$ をそれぞれ x が与えられたときの主商品、副商品、そしてバンドル商品が売れた数、すなわち、

$$S_1(x) = \min\{D_1 + (D_b - x)^+, c_1 - \min\{D_b, x\}\}, \quad (3.1)$$

$$S_2(x) = \min\{\alpha(D_b - x)^+, c_2 - \min\{D_b, x\}\}, \quad (3.2)$$

$$S_b(x) = \min\{D_b, x\} \quad (3.3)$$

とする。このとき期待総収益は

$$\begin{aligned} \pi(x) &= \mathbb{E}_{D_b}[\mathbb{E}_{D_1|D_b}[p_1 S_1(x) + p_2 S_2(x) + p_b S_b(x)]] \\ &= p_1 \mathbb{E}_{D_b}[\mathbb{E}_{D_1|D_b}[S_1(x)]] + p_2 \mathbb{E}_{D_b}[S_2(x)] + p_b \mathbb{E}_{D_b}[S_b(x)] \end{aligned} \quad (3.4)$$

となる。よって割り当て問題の目的関数は以下の形で表すことができる。

$$\pi^* = \max_{x \in [0, c_2]} \pi(x). \quad (3.5)$$

$F_b(\cdot)$ をバンドル商品の累積確率分布としたとき、以下の2つの定理が成り立つ。

定理 1. 最適割り当て数 x^* は主商品とバンドル商品の需要における依存関係に影響を受けない。

定理 2. もし $p_1 + p_2 - p_b \leq p_2(1 - \alpha)F_b(c_2/\alpha)$ であるならば、 $\pi(x)$ は凹関数となり $x^* \geq 0$ を満たす最適割り当て数が存在する。

定理 1 は、 $\pi(x)$ を x について微分した式は同時確率分布と無関係になることから示される。この結果は x^* 、すなわちバンドル商品の数は主商品とバンドル商品の周辺分布の情報のみによって得られることから、バンドル商品の数を制御する際に主商品を提供する主体と副商品を提供する主体はそれぞれのデータを結合する必要性が無いことを意味する。しかし、同時確率分布は最適解には影響しないが、最大期待総収入 π^* には影響することに注意する。

4 数値例

ここでは数値例として、実際に得られる最適価格と最適割り当て数を示す。最初に最適価格を示す。基本パラメータは $M = 100$, $c_1 = 100$ とし、 X_1 および X_2 は互いに独立な正規分布に従うとする。ここで、 $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$ 。主商品と副商品の平均と標準偏差は $\mu_1 = 700$, $\sigma_1 = 200$, $\mu_2 = 5000$, $\sigma_2 = 2000$ とする。図 2 と図 3 はそれぞれ、各潜在顧客に対して c_2 を変化させたときの p^* の割引価格と、最適価格でバンドル商品を販売することによるバンドル商品を販売しなかったことに対する改善率、すなわち $\{R_b^* - (R_1^* + R_2^*)\}/(R_1^* + R_2^*)$ を示したものである。これを見ると、 c_2 が大きくなり副商品の希少性が減少した場合にバンドル商品を割引することで、より高い収益が得ることが出来ることがわかる。

次に、最適割り当て数を示す。ここでは $c_1 = 100$, $c_2 = 70$ の時に得られた最適価格 $p_1^* = 541$, $p_2^* = 3976$, $p_b^* = 4468$ を用いる。 D_1 と D_b についてはモデルの特性上、内生的

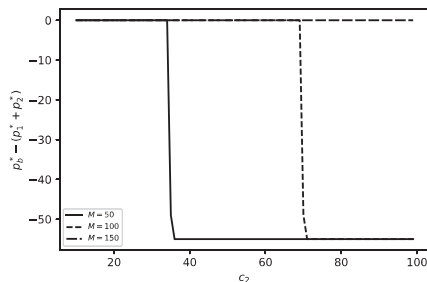


図 2: 異なる M に対する c_2 を変化させたときの最適バンドル価格の割引価格

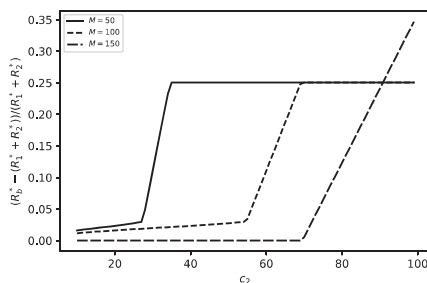


図 3: 異なる M に対する c_2 を変化させたときの最大期待総収益の改善率

に与えられることから、 $\mathbb{E}[D_1] = M\tilde{d}_1(p_b^*)$ と $\mathbb{E}[D_b] = \min\{Md_{b,1}(p_b^*), c_2\} + Md_{b,2}(p_b^*)$ によって得られた値である $\mathbb{E}[D_1] \simeq 23.27$, $\mathbb{E}[D_b] \simeq 69.99$ を用いる。 D_1 と D_2 の同時確率分布は二次元正規分布を仮定し、 D_1 と D_2 の周辺分布の標準偏差は各期待値の半分と値とした。 図 4 は異なる c_2 に対して α を変化させたときに得られる x^* を示している。 ここでの D_1 と D_b の相関は 0.5 とした。 図 5 は異なる D_1 と D_b の相関 ρ に対して x^* によって得られる最大期待収益を示している。 ここでの c_2 は 70 としている。 これを見ると α が上がる、 すなわち副商品に対する魅力が上がるほどバンドル商品の提供数を制限することで、 より高い収益を得られることがわかる。 更に、 その最大期待収益は主商品とバンドル商品の相関が減少することで全体的に向上することがわかる。

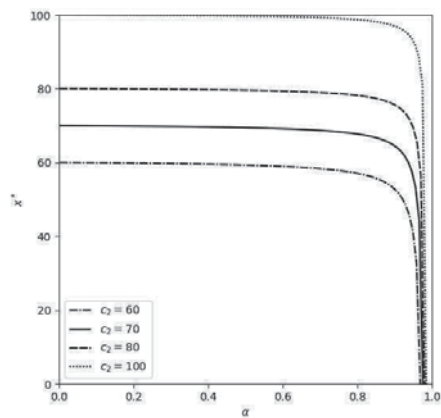


図 4: $c_2 = 60, 70, 80, 100$ に対する最適割り当て数

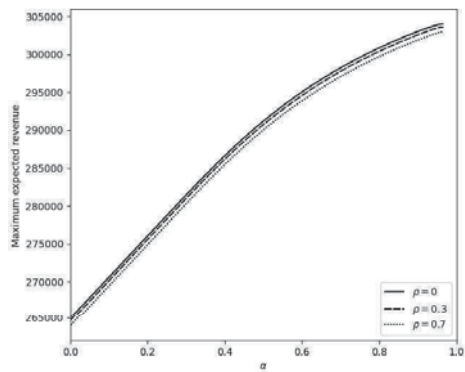


図 5: $\rho = 0, 0.3, 0.7$ と $c_2 = 70$ に対する最大期待収益

5 まとめ

本稿では2段階で需要に包含関係がある場合のレベニューマネジメントにおけるバンドル商品の最適価格問題と割り当て問題で得られた結果を簡単に紹介した. この問題は近年の航空業界を対象としたレベニューマネジメントにおける航空券に附属する wifi などの補助サービスと対応するが (Wang et al., 2021), 実際には本稿で指摘したように, この包含関係の需要構造は航空業界だけではなく観光やエンターテインメント産業などのより幅広い業界に見られる. よって本稿で示した需要の包含関係に注目した解析的結果は, 幅広い業界に対する応用が期待されるものとなっている. 本研究では商品が2種類の包含関係の

みを扱ったが、今後は更に多く包含関係を含んだモデルに拡張することが今後の課題として考えられる。

参考文献

- Aydin, G., & Ziya, S. (2008). Pricing promotional products under upselling. *Manufacturing & Service Operations Management*, 10(3), 360–376.
- Banciu, M., & Ødegaard, F. (2016). Optimal product bundling with dependent valuations: The price of independence. *European Journal of Operational Research*, 255(2), 481–495.
- Bulut, Z., Gürler, Ü., & Şen, A. (2009). Bundle pricing of inventories with stochastic demand. *European Journal of Operational Research*, 197(3), 897–911.
- Cataldo, A., & Ferrer, J.-C. (2017). Optimal pricing and composition of multiple bundles: A two-step approach. *European Journal of Operational Research*, 259(2), 766–777.
- Mayer, S., Klein, R., & Seiermann, S. (2013). A simulation-based approach to price optimisation of the mixed bundling problem with capacity constraints. *International Journal of Production Economics*, 145(2), 584–598.
- Netessine, S., Savin, S., & Xiao, W. (2006). Revenue management through dynamic cross selling in e-commerce retailing. *Operations Research*, 54(5), 893–913.
- Stigler, G. J. (1963). United States v. Loew's Inc.: A note on block-booking. *The Supreme Court Review*, 1963, 152–157.
- Wang, K. K., Wittman, M. D., & Bockelie, A. (2021). Dynamic offer generation in airline revenue management. *Journal of Revenue and Pricing Management*, 20(6), 654–668.