

複雑系の統計性¹

中央大学 理工学部 松下 貢²

自然科学、社会科学を問わず、複雑系が最近脚光を浴びている。複雑系を構成する要素は相互作用しながら時間的に発展する。構成要素の歴史性が重要であるこのような系の統計性に注目するとき、対数正規分布がもっとも自然な分布関数であり、系全体の統計性をみわたす際の規準としてふさわしいことがわかる。実際、自然科学に見られる複雑系での種々の例だけでなく、身近で典型的な複雑系の統計性の例としてとして、老人病の介護期間、都道府県や市町村人口、私たちの身長や体重などをとってみると、対数正規性が顕著に現れる。これらのことを踏まえて、新しい社会科学としての社会物理学の可能性を議論してみる。社会物理学が学際的な学として成り立つためには、社会科学的な複雑系の構造、統計及びダイナミクスがそれなりに一貫して議論されるようにならなければならないが、今はまだ準備の段階である。

1. はじめに

近代自然科学は非常に複雑に見える自然の現象から単純な要素を切り出し、その単純性を見出すことから始まった。それがいつの間にか単純性を生み出す源は単純系だということで、自然科学自体が自然から孤立した単純系を取り出し、その考察に置き換わったのも時代の流れの必然だったのかもしれない。確かにそれによって現代の科学、とりわけ物理学が非常に発展したことは誰も否定できないであろう。しかし、自然科学の模範とされる物理学ですら、単純系の単純性を追求するという牧歌的な時代からはるかにかけ離れて、もっぱら単純系の複雑性を追い求めているのが現状ではなかろうか。もしそれが実情であるとする、そのような傾向に疑問が呈されるのもまた時代の流れであろう。そして、自然科学、社会科学を問わず、切り刻んで単純系に還元することができないような複雑な系に戻って、系そのものに内在する単純性を追求することががぜん興味深く思われてくる。複雑系を問題にする所以である。

2. 複雑系

¹ この原稿は京都大学基礎物理学研究所で2010年11月18-20日に行われた研究会「非平衡系の物理学：非平衡揺らぎと集団挙動」で発表した内容をまとめたものである。

² E-mail: matusita@phys.chuo-u.ac.jp

昨今、自然科学、社会科学を問わず、複雑系が国内外で注目されている。ただ、それが「複雑系科学」と呼ばれるほどには科学として系統化されているようには思えない。そのためには複雑系の構造、統計及びダイナミクスがそれなりに一貫して議論されるようにならなければならないが、そこまでには至っていないのが現状であろう。ここでは、そのはるか以前の段階に過ぎないが、複雑系の統計的側面についての試論を展開してみたい。¹⁾

複雑系の標準的な見方からもわかるように、複雑系が話題になるときはほとんどの場合、思ってもみなかった大変動の発生や目立った自己組織的な創発などが問題にされる。しかし、これらは実はまれな事象である。火山の大爆発、大地震の発生、異常気象とそれによる大凶作、深刻な疫病の発生と拡大、株価の異常な暴騰や突然訪れる大暴落、大戦争や国家的な大変革、あるいはニュートンやアインシュタインといったとんでもない天才の出現等々、単純系に分けられない複雑系固有の現象は枚挙にいとまがない。しかし、ここに列挙した例はいずれにしてもまれな事象ではある。

3. まれな事象の統計性—べき乗則

このようなまれな事象 X の統計性を調べると、その事象 X が x という値をとる頻度の確率分布 $p(X=x)$ は、多くの場合、べき乗則

$$p(X=x) \sim x^{-\alpha} \quad (1)$$

に従うと言われ、事実、多くの実例が報告されている。ただ、べき乗則に従うという点ではある程度一般的なように見えるが、その指数 α は上に挙げたような現象ではそれぞればらばらの値をとり、あまり普遍性が見られない。それは当然だと言われるかもしれないが、科学の立場からはそれでもそれがなぜかということは、きちんと議論されていなければならない。

4. 複雑系の特徴

どんなに目立ったまれな大変動であっても、その背景には必ずそれが起こる温床というか、目立たずほとんど日常的に起こっている圧倒的に多くのまれでない事象があるということに注意すべきである。日本の個人所得の額の頻度分布を調べると、国民のごくごく一部である高額所得者は分布の裾にあつてべき乗に従うというが、大多数の国民の所得額はべき乗則から顕著に外れる。しかし、このごく一部の高額所得者といえども、全体からみれば、それ以外から吸い取らなければべき乗則に従う分布の裾には乗り得ない。すなわち、ベースとなる統計性があり、そこから何らかの増幅作用 (The rich get richer!) によって裾の部分のべき乗性が現れるということも考えられよう。このように、名もなき、ただし数だけは圧倒的に多い部分の統計性を調べずして、目立つだけの大変動の統計性を解明することは、できたとしても皮相的な理解にとどまるのではないと思われる。

5. 乗算過程と対数正規分布

このような視点からもう一度、上記の複雑系を構成するメンバーの特徴を考えてみる。具体的にある都市の住民の所得調査をしたとしよう。ある人の所得額に直面して、どうしてそのような額になったか（その実現確率 P ）を考えてみる。これはまず、どの会社に所属し（実現確率 p_1 ）、どんな部署で（実現確率 p_2 ）どのような役職についているか（実現確率 p_3 ）などによるであろう。さらにさかのぼれば、これまで社内でどんな成果を上げたか（実現確率 p_4 ）、大学院を修了しているかどうか（実現確率 p_5 ）、どこの大学に入ったか（実現確率 p_6 ）、どこの高校卒か（実現確率 p_7 ）、・・・などと来て、挙句の果てに、幼児期にどんな家庭環境にあって（実現確率 p_{n-1} ）、どこで生まれたか（実現確率 p_n ）、などにもよるであろう。しかもどの段階を見ても、前の段階が前提となってその段階があり、それがまた次の段階に影響しているという特徴がある。すなわち、ほとんどの段階が条件付き確率的に、あるいは乗算過程的に実現しているという傾向がある。結局、この人の現在の所得額の実現確率 P は

$$P = p_1 p_2 p_3 \cdots p_{n-1} p_n \quad (2)$$

と表わされるであろう。

これは、自分自身の現状を省みてあの時に別の選択をしていれば、などとぼやくかどうかは別として、ある程度納得できるであろう。すなわち、各個人がそれぞれの歴史を背負って現在の地歩を築いている限り、所得額に限らず、財産や所有する書籍の数なども上式に従うかもしれない。さらに考えてみると、このようなことは各個人の問題だけでないことに気がつく。大から中小に至る企業、市町村、都道府県、世界の国々など、どれをとってもそれぞれの歴史を背負っており、これこそがあらゆる複雑系に共通した特徴のように思われる。もしそうなら、ある複雑系の注目する特性、例えば世界の国々のGDPなどに対する実現確率は(2)式に従っている可能性は高いであろう。このような場合の統計分布は、よく知られたガウス分布でも、式 (1) のべき乗分布でもなく、対数正規分布：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 x}} \exp \left\{ -\frac{[\log(x/T)]^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (3)$$

なのである。ここで T は分布の平均値、 σ^2 は分散に対応するパラメータである。この分布は対数の世界でのガウス分布を表す。

6. おわりに

対数正規分布に従う例は多数知られている¹⁾が、それでももちろんそれらの例がすべてではあり得ない。複雑系である限り、新しく興味深い例が、まだいろいろな分野で注目されるのを待っているであろう。他方で、たとえ複雑系の統計的側面に限定したとしても、対数正規分布が全てではあり得ないことは、都市人口のランキング（ジップ則として知られ、べき乗を示す）を見るまでもなく明らかなことである。ここで最も強調したいことは、複雑系の特質からその統計的側

面だけに注目する限り、対数正規分布こそが第0近似として取り上げられるべきであろうということである。

複雑系の構成要素が歴史性を持つということは、それらが成長過程にあるということもできる。すなわち、複雑系の際立った特徴として成長性があげられる。典型的な複雑系である市町村、都道府県だけでなく、世界の国々も、私たちを含めた生物体も全て成長（あるいは退化）する。経済物理学は主として高騰や暴落などまれな経済現象の統計性に注目する。しかし、このような大変動にはそれが起こるための社会的背景があるはずで、その特性を調べなければならない。今後はまれな現象の表面的な解析で満足することなく、その背後にある社会と歴史を地道に調べ上げ、その発生要因を論理的に追及する姿勢が重要になるであろう。経済学の上に、複雑系科学としての社会学が必要であるということであろうか。これらのことを踏まえて、新しい社会科学としての社会物理学の可能性を議論すべき時期にあるのではないかと思われる。

ここで、自然科学者が社会科学的現象を議論する際に注意すべきことがある。自然科学では自然現象の説明をするだけでも十分意味がある。それは、たとえある自然現象が見事に説明されたとしても、その自然現象はそのことに関係なくそのまま起り続けるからである。ところが、社会科学的な現象ではそれを説明するのに成功しても、それだけでは十分ではないことが多い。すなわち、その現象の説明が成功した結果として、それに応じて社会の現状が変わることもあり得るからである。株価の変動が予測できたら、その後どうなるかは火を見るよりも明らかであろう。社会科学では、自然科学と違って、社会の変革を考慮した現状の変化の道筋も議論しなければならないことを忘れるべきではない。

具体例で議論してみよう。地震の発生が予言できないのと同様に、リーマンショックの発生も予言できるわけがないから、そのことに触れるのは間違っているという意見がある。しかし、ここにはいつリーマンショックが起きるのかという問題のほかに、より重要な問題があるのである。すなわち、地球を地震のない状態に改造することは不可能かもしれないが、実体経済からかけ離れて金融だけが異常に肥大化していてリーマンショックのような破綻がいつ起こるかわからない経済状況を見直して、より良い社会を構想することは可能なはずである。

1) 國仲寛人、松下貢：科学（岩波書店）Vol.79, No.10 (2009) pp.1146-1155.