

氏 名	まつ 松 浦 昭 洋
学位(専攻分野)	博 士 (情 報 学)
学 位 記 番 号	情 博 第 62 号
学位授与の日付	平 成 14 年 11 月 25 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	情 報 学 研 究 科 通 信 情 報 シ ス テ ム 専 攻
学 位 論 文 題 目	Combinatorial Structures in Finite Automata, CNF Satisfiability and Arithmetic Computation (有限オートマトン, CNF 論理式の充足可能性問題, 算術計算に現れる組合 せの構造)
論文調査委員	(主 査) 教 授 岩 間 一 雄 教 授 富 田 眞 治 教 授 湯 淺 太 一

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、有限オートマトン、論理式の充足可能性問題、算術演算といった計算機科学における主要な問題において、状態数の最適化や効率的なアルゴリズムの開発といった従来の議論に加え、組合せの構造の解析という、より現代的なアプローチを試み、各問題の計算の複雑さを解明したものである。本論文は6章から構成されている。

第1章では本研究の背景、成果の概要が述べられている。計算機で処理すべき問題は離散的に表現されることが多く、組合せ論、グラフ理論といった離散数学の手法がしばしば利用される。問題の組合せの構造を明らかにすることは、問題の離散的特徴を理解するために有用であるばかりでなく、効率的なアルゴリズムの設計や問題の複雑さの解明に役立つことも多い。以下の各章で議論される具体的問題における組合せの構造について、その特徴や興味深い点を簡潔にまとめている。

第2章では、有限オートマトンに関して、決定性有限オートマトンと非決定性有限オートマトンの計算能力を従来からの受理言語による比較ではなく、等価な有限オートマトンに必要な状態数という異なる評価尺度によって比較、解析を行った。主要結果として、 n 状態非決定性有限オートマトンの族であって、それと等価な決定性有限オートマトンがちょうど $2^{n-\alpha}$ 状態持つものが、連続的な無限数列上の α に対して存在することを初めて示した。そのような非決定性有限オートマトンの存在は、オートマトンを明示的に構成し、それ自身興味深い組合せ的な議論によって状態数を求めることで示される。

第3章では、和積形 (CNF) 論理式の充足可能性問題を扱う。充足可能性問題に関しては、従来論理式に何らかの制限を加えた部分問題に対するアルゴリズムの設計や計算の複雑さの解析が行われてきた。本論文では、解くべき CNF 論理式に対して二種類の不自然でない制約条件を与え、制約付き CNF 論理式の複雑さを解析した。第一の制約は、充足可能な論理式において充足解に含まれる真となる変数の数に関するものである。制約値が変数の数 n の対数 ($\log n$) である場合、 k -CNF 論理式の充足解を求める多項式時間アルゴリズムが存在すること、また制約値が n より指数的にわずかに小さい場合には、問題は NP 困難であることを示す。第二の制約は与えられた式の持つ充足解の総数に関するものである。CNF 論理式において、充足解の総数が十分大きい場合、準指数時間のアルゴリズムが存在するが、1 より小さい c に対して $2^{\lfloor cn \rfloor}$ 個しかない問題が NP 困難となることを示した。

第4章では、 k -CNF 論理式の充足解総数数え上げ問題に関する組合せ的性質を示す。数え上げは包除原理によって可能であるが、計算項が項数に関する指数個存在するため、計算には一般に指数時間を要する。しかし、それらの計算項のうち、高々定数 ($\log k + 2$) 個の項集合に関する計算項の値が分かれば、元の論理式の充足解の総数が一意に定まることを示した。さらにいくつかのグラフ問題 (ハイパーグラフの表現, 彩色問題, 頂点被覆問題) に対する応用も示した。

第5章では、信号処理、行列演算などでしばしば現れる定数乗算を専用ハードウェアによって実現する際に現れる、複数次定数乗算問題という最適化問題について考察を行った。従来、複数次定数乗算問題に関して理論的な計算複雑さの解析はなく、いくつかの発見的手法が提案されているのみだったが、本研究では、その決定問題が NP 完全であることを示した。さらに、いくつかの数列に対して必要な演算数の上限と下限を示した。

第6章では、以上の結果と組合せ的構造解明の意義についてまとめ、また、今後の課題について述べている。

論文審査の結果の要旨

組合せ的構造は様々な離散的問題において異なった形で現れ、それを解析することはそれ自身が数学的に興味深いだけでなく、計算の複雑さの解明、アルゴリズムの設計等でも有用となる。本研究は、計算機科学のいくつかの代表的な問題に対して、従来の複雑さの議論や発見的なアルゴリズムの提案ではなく、組合せ的構造という視点から問題の複雑さを議論したものであり、主要な成果は以下の通りである。

(1) n 状態非決定性有限オートマトンの族で、等価で最小な決定性有限オートマトンが指数的に多い状態数 $S(n)$ を持つようなものを構成し、状態数の詳細な解析を行った。従来存在が未知とされていた $S(n)$ に関して、多くの場合に決定性で $S(n)$ 状態必要な非決定性有限オートマトンが存在することを示した。

(2) 和積形 (CNF) 論理式に二種類の不自然でない制約を与え、そのパラメータ値の大きさによって対応する充足可能性問題の複雑さがどのように変化するかを明らかにした。

(3) k -CNF 論理式の充足解の総数を一意に定めるための必要十分条件を導出し、ハイパーグラフへ応用した。

(4) 複数の定数乗算を加算とシフト演算を用いてハードウェア化する際に現れる演算コスト最小化問題を定式化し、その決定問題の NP 完全性を示した。

各々の問題において、複雑さの理解に有用な新たな組合せ的構造を解明したことに加え、組合せ的構造の一般性と普遍性ゆえの更なる発展と応用が期待される。すなわち、(1)における成果より、それをほぼ全ての $S(n)$ に発展させるというこの問題の最終的解決が近いと思われる。(2)における CNF 論理式に対する制約の付与と計算の複雑さの解析は、類似の多くの組合せ最適化問題に対して応用可能である。(3)における充足解総数一意性の条件は、基となる包除原理の純組合せ的な性質ゆえ、その他の数え上げ問題に対しても適用可能であり、個々の問題によらない共通の知見を得ることができる。(4)におけるハードウェアコストの最小化問題の計算量的な取り扱い、従来経験的なヒューリスティックスが提案されるに留まることの多いハードウェアの設計自動化等における新たな研究の方向性を示唆している。

以上、本研究は組合せ的構造という視点で、計算機科学における問題の複雑さ解明のための新たな方法論を導入し、学術上有意義な結果を導いている。

よって本研究は博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。

また、平成14年10月22日実施した論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。