

# 割り算アルゴリズムと Buchberger アルゴリズムのための インタラクティブユーザインターフェース作成について

中山 洋将

HIROMASA NAKAYAMA

神戸大学大学院 自然科学研究科

GRADUATE SCHOOL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY, KOBE UNIVERSITY\*

## 1 動機と目標

割り算アルゴリズムや Buchberger アルゴリズムについて、インタラクティブなユーザインターフェースを作ろうと思った動機は次のようなものであった。

1. アルゴリズムの実行過程を直観的に把握したい。そのため、データ (ここでは、多項式や S-pair) を視覚的に見たい。
2. アルゴリズムの一部 (割り算アルゴリズムであれば reducer の選択、Buchberger アルゴリズムであれば S-pair 選択) をユーザがインタラクティブに操作して、様々なことを試せるようにしたい。
3. プログラムや数式処理ソフトのコマンドを知らなくても、手軽に計算アルゴリズムを実行できるようなものを作りたい。

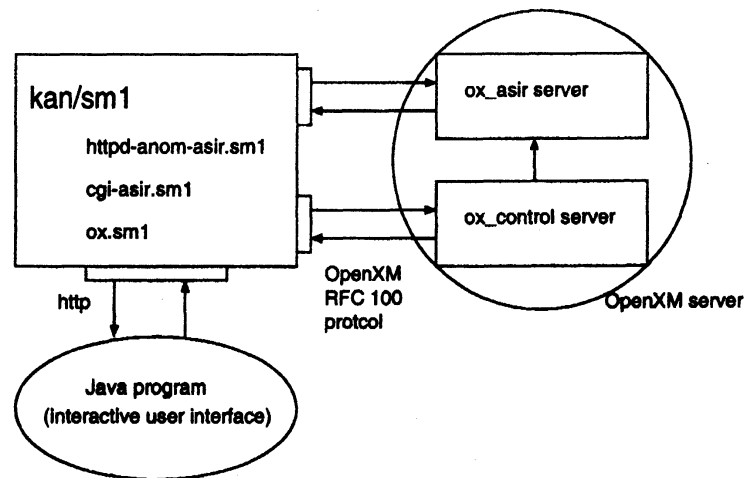
過去に、 $\mathcal{D}_{alg}$  (有理式で分母が原点で消えないものを係数とする微分作用素環) において、割り算アルゴリズム (微分作用素の Mora の割り算アルゴリズム) や Buchberger アルゴリズムを計算機に実装した ([1], [2]) が、計算が困難になることが多かった。そこで、上の (1)、(2) のようなものを作って、その計算の効率を改善したいと思ったわけである。

## 2 仕組み

計算部分は全て、数式処理ソフト Risa/Asir に任せる。ユーザからの入力を受け取ったり、データを視覚的に表示するユーザインターフェース部は、Java によりプログラムを作成する。Java のプログラムと Risa/Asir との通信は HTTP で行う。この仕組みは、高山信毅氏による anonymous Risa/Asir server by OpenXM ([3]) を用いた。

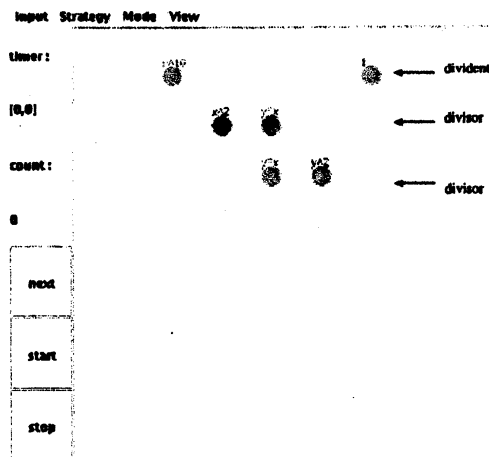
---

\*nakayama@math.kobe-u.ac.jp



### 3 割り算アルゴリズムのインタラクティブユーザインターフェース

プログラムの実行画面は次のようになる。



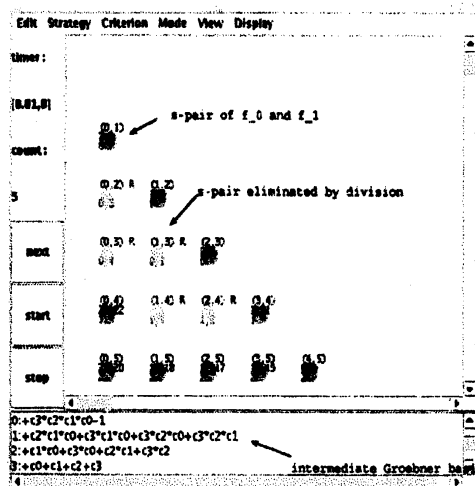
各ボールが項を表しており、各行がそれぞれの多項式を表す。割られる元、割る元の順に並べられている。この画面は、 $x^{10} + 1$  を  $x^2 + xy, xy + y^2$  で  $x > y$  なる lex order で割り算を行った場合である。各行の項(ボール)は、今設定されている単項式順序で大きい順に並べられている。青色で表示されている多項式は、今のステップで簡約を行うことができる多項式を表している。

次に操作方法であるが、ボールをクリックしてやれば、その多項式で簡約できる場合は簡約を行う。左の next button を押せば、今設定されている戦略(たとえば、sugar の大小や単項式順序の大小)にしたがって、自動的に多項式を選択して簡約を進める。start button を押せば、next button を押した時の動作を連続して行い、それを止める時に stop button を押す。

上の画面で表示しているのは多項式環における割り算であるが、他に微分作用素環における割り算、多項式についての Mora の割り算アルゴリズム、微分作用素についての Mora の割り算アルゴリズムを実行することができる。

## 4 Buchberger アルゴリズムのインタラクティブユーザーインターフェース

プログラムの実行画面は次のようになる。



各ボールが S-pair を表しており、赤で表示されているものはまだ消されていない S-pair を表し、水色で表示されているものは中間基底により割り算をおこなって消された S-pair を表している。下段に表示されている多項式が中間基底であり、最終的にグレブナ基底になるものである。

ボールをクリックすることによって、そのボールの表す S-pair を今の中間基底で割る。もしその余りが 0 であれば何も行われないが、余りが 0 でない場合は中間基底にその余りが追加され、新たなボール (S-pair) が生成される。左の next button を押すと、今設定されている戦略 (normal strategy, sugar strategy など) にしたがって S-pair を選択し、中間基底による割り算を実行する。start button を押せば、next button を押した時の動作を連続して行い、それを止める時に stop button を押す。

S-pair を消すための criterion も使うことができ、それで消された S-pair に関しては白色 (Buchberger criterion 適用) や灰色 (Gebauer, Möller criterion 適用) のボールとして表示される。

上の画面では、多項式環における Buchberger アルゴリズムを実行しているが、他の環 (微分作用素環、局所環など) についても Buchberger アルゴリズムを実行することができる。

## 参 考 文 献

- [1] 中山洋将: Mora の割り算アルゴリズムと多項式の local  $b$  関数の計算, 数理解析研究所講究録 1456, 117-125, (2004)
- [2] 中山洋将: Mora の割り算アルゴリズムとそれを用いた local  $b$  関数の計算アルゴリズムの Risa/Asir 上での実装, Risa/Asir Journal, (2005),  
<http://www.math.kobe-u.ac.jp/raj/list-ja.html>
- [3] OpenXM, <http://www.math.kobe-u.ac.jp/OpenXM>