

Domany-Kinzel モデルの双対性
Dualities for the Domany-Kinzel model

今野 紀雄 (横浜国立大学)
Norio KONNO (Yokohama National University)

本講演では以下の Domany-Kinzel モデル⁽¹⁾ の duality (双対性) について発表を行った。

Domany-Kinzel モデルは、以下で記述される 1 次元離散時間マルコフ過程である。 ξ_n^A を $A \subset \mathbf{Z}$ から出発したときの時刻 n における粒子の集合とする。時間発展は

- (i) $P(x \in \xi_{n+1}^A | \xi_n^A) = f(|\xi_n^A \cap \{x-1, x+1\}|)$,
- (ii) ξ_n^A が与えられたとき, $\{x \in \xi_{n+1}^A\}$ は独立, 但し,

$$f(0) = 0, \quad f(1) = p, \quad f(2) = q \quad (0 \leq p, q \leq 1)$$

で定義される。従って, このモデルは $S = \{s = (x, n) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}_+ : x+n = \text{偶数}\}$ 上で考えることが出来る。ここで, $\mathbf{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$ 。

特に, $q = 2p - p^2$ のときは, 方向性のあるボンド・パーコレーションに, $q = p$ のときは, 方向性のあるサイト・パーコレーションに一致する。また, 方向性のある混合型サイト・ボンド・パーコレーションは, サイトの open な確率が α で, ボンドの open な確率が β で与えられるモデルであるが, このとき $p = \alpha\beta$, $q = \alpha(2\beta - \beta^2)$ という関係にある。

この Domany-Kinzel モデルに関する参考文献として, 例えば Durrett⁽²⁾ の第 5 章や今野⁽³⁾ がある。

本講演では, thinning の概念を取り入れ, 単位時間を適宜 $1/2$, $1/4$ に分割することにより, Domany-Kinzel モデル (と DK dual) に対する 3 種類の duality の関係について, Sudbury の研究⁽⁴⁾ と我々の研究⁽⁵⁾ のアプローチの違いなどを検討しつつ報告した。その中で, Sudbury が連続時間のペア型相互作用をもつ無限粒子系に対して最近得た self-duality の結果⁽⁴⁾ に対応する我々の結果についても併せて発表を行なった⁽⁶⁾。

参考文献

- (1) E. Domany and W. Kinzel: Equivalence of cellular automata to Ising models and directed percolation. *Phys. Rev. Lett.* **53**(1984) 311-314.
- (2) R. Durrett: *Lecture Notes on Particle Systems and Percolation* Wadsworth, Inc., California (1988).
- (3) 今野紀雄: ある無限粒子系の局所性と大域性— Domany-Kinzel モデルの相転移現象, 数理解析, (1999)10 月号, 37-43.
- (4) A. Sudbury: Dual families of interacting particle systems on graphs, *J. Theor. Prob.* **13** (2000) 695-716.
- (5) M. Katori, N. Konno, and H. Tanemura: Survival probabilities for discrete-time models in one dimension, *J. Stat. Phys.* **99** (2000) 603-612.
- (6) M. Katori, N. Konno, A. Sudbury, and H. Tanemura: in preparation.