

Ground Compliance を考慮した構造物の振動特性

小 堀 鐸 二・南 井 良 一 郎
井 上 豊・鎌 田 輝 男

VIBRATIONAL CHARACTERISTICS OF STRUCTURE CONSIDERING THE EFFECT OF GROUND COMPLIANCE

By Takuji KOBORI, Ryoichiro MINAI, Yutaka INOUE
and Teruo KAMADA

Synopsis

Non-dimensional stiffness characteristics for horizontal translation and rotation of a rigid body on an elastic ground are obtained by simulation technique of Ground Compliance. From the eigen value equations for rocking motion of the body, fundamental frequencies and equivalent critical damping ratios of the rigid body-ground system are evaluated. Vibrational characteristics of the one mass system with the foundation-ground system are discussed and remarkable differences are shown between the translational and the rocking motion of the coupled structure-ground system.

1. ま え が き

構造物の地震応答観測あるいは振動実験さらには常時微動の解析等によれば、一般に、構造物は単に数学的取扱いの簡便さの故に採用されているにすぎない基礎固定の状態にあるのではなく、特に、軟弱地盤上の構造物の動特性は地盤の影響を大きく受けていることが認められ、合理的な耐震設計において地盤の動特性が構造物の地震時の挙動に及ぼす影響を正しく評価することが重要な問題となつている。地盤の動特性を表現する力学モデルとして、地盤を等価的な質点とバネ系に置換したり、一つの剪断型連続体として表現するといった方法がとられたりしたが、これらの考え方においては、地盤の質量および剛性等の具体的な評価に困難さを伴っている。

一方、三次元的拡がりをもつ媒体の波動理論によって、媒体の表面に作用する動的な外力と媒体変位の関係の理論的解明が進み、これは Ground Compliance あるいは Dynamical Ground Compliance として捉えられ^{1,2)}、地盤の動特性を理論的に表現する一つの方法として、半無限弾性地盤上の剛体基礎の Ground Compliance の数値解が種々の型の加振力（上下、水平、回転、捩れ）に対して求められている³⁾。こうして表現された基礎—地盤系にさらに上部構造を接続した、力学モデルを設定することによって地盤—構造物連成系の地震応答解析を行うことは不可能ではないが、Ground Compliance の評価に当り、三重フーリエ積分の評価を必要とし、多大の労力を要すので、多くのパラメータについて、任意の地震外力に対する応答解析を行うには現実的でない。

これを解決する一方法として、Ground Compliance より、加振振動数に依存する地盤の等価的なバネ特性および減衰特性が求められ、それが振動数に対して大きな変化をしない点を考慮して、対象とする振動数領域の平均的な振動数において与えられるバネとダッシュポットに置換することも可能であるが¹⁰⁾、回転に対する減衰特性は振動数によって大きく変化することや、あくまで、そのような置換がその振動数における定常振動に対してのみ合致するという事を考えると、任意の地震外力に対する広範囲のパラメータ領域における解析には適さない。

筆者等は、地盤—構造物連成系の弾塑性非定常地震応答解析の観点より、Ground Compliance をもとに、地盤のバネ特性を有理関数型近似伝達関数として表現し³⁾、上部構造と接続することによって、地盤—構造物連成系の地震応答解析が現実可能であることを示し⁴⁾、すでに水平動の場合について、3 質点あるいは 1 質点剪断型上部構造と基礎—地盤連成系のランダム性非定常地震外乱に対する応答解析を行い、地盤の動特性が構造物の地震応答に及ぼす影響について多くの研究を行い、なお現在も実行している^{5,6,8,9)}。

ところで軟弱地盤上の低層剛構造物では、構造物の並進と回転、即ち、ロッキング振動の影響が大なる場合もあって単に水平振動のみで構造物の振動特性を論じられないのは当然である。本報告は、水平振動の場合と同様の手法で、回転に対する地盤のバネ特性を Ground Compliance の数値解より近似し、既に得られている水平振動に対するバネ特性と組合せて、基礎の並進および回転を考慮した地盤—構造物連成系の振動特性について考察したものである。地盤および構造物を規定する広範囲の無次元パラメータによつて記述される系の運動方程式の固有値方程式を解くことによつて、前半において剛体—地盤連成系の、また後半において 1 質点剪断型上部構造と地盤連成系の固有振動数と減衰性について考察を加えている。

2. Ground Compliance とその Simulation

半無限弾性地盤に対し、Fig. 1 に示すような $2b \times 2c$ の底面を有する剛体長方形基礎を通じて harmonic な水平および回転加振力 $P_R e^{j\Omega T}$, $M_R e^{j\Omega T}$ を作用させるとき、地盤の代表点の変位は、加振力の振巾および振動数、地盤の弾性常数および基礎の形状の関数として表現され、水平加振力に対する基礎中心の水平変位を u_0 、回転加振力に対して基礎端の鉛直変位を基礎半巾 b で除して表わした基礎の回転角を ϕ とすれば、それぞれ次の様に表わされる。

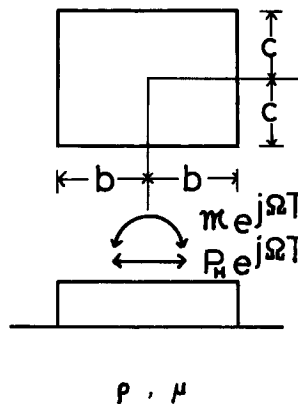


Fig. 1 Foundation-ground system.

$$\left. \begin{aligned} K_H(\Omega) &= \frac{P_R}{u_0} = \frac{1}{F_{1H}(\Omega) + jF_{2H}(\Omega)} \\ K_R(\Omega) &= \frac{M_R}{\phi} = \frac{1}{F_{1R}(\Omega) + jF_{2R}(\Omega)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $j^2 = -1$ で $K_H(\Omega)$ および $K_R(\Omega)$ は地盤の水平および回転に対するバネを特性を示し、 $F_{1H}(\Omega) + jF_{2H}(\Omega)$ および $F_{1R}(\Omega) + jF_{2R}(\Omega)$ は、同様に、Ground Compliance 特性を示すものであるが、実数部は剛性にまた虚数部は減衰性に関連するものである。

基礎半巾 b と地盤密度 ρ および剪断剛性 μ あるいは地盤の S 波速度 V_s を基準にとつて表わした無次元振動数 ω' に対して表わされた無次元バネ特性 $\kappa_H(\omega')$, $\kappa_R(\omega')$ および無次元 ground compliance 特性 $f_{1H}(\omega') + jf_{2H}(\omega')$, $f_{1R}(\omega') + jf_{2R}(\omega')$ はそれぞれ次式で結ばれる。

$$\left. \begin{aligned} \kappa_H(\omega') &= \frac{K_H(\omega')}{b\mu} = \frac{\frac{b}{c}}{f_{1H}(\omega') + jf_{2H}(\omega')} \\ \kappa_R(\omega') &= \frac{K_R(\omega')}{b^3\mu} = \frac{1}{3\{f_{1H}(\omega') + jf_{2R}(\omega')\}} \\ \omega' &= \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} b\Omega = \frac{b}{V_s} \Omega \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

等質等方な半無限弾性地盤を考えると、無次元 Ground Compliance 特性は基礎の形状指数 c/b と地盤のポアソン比および、加振振動数 ω' の関数であって、 $c/b=2$ 、地盤のポアソン比を $1/4$ とする場合の水平および回転加振に対する無次元 Ground Compliance 特性の理論値はそれぞれ Figs. 2, 3 の○印で示されている。これをもとに、地盤のバネ特性を有理関数型の近似伝達関数として表現する手法については既に詳述した所であり³⁾、Fig. 2 の水平動について従来より次の関数型を用いている⁶⁾。

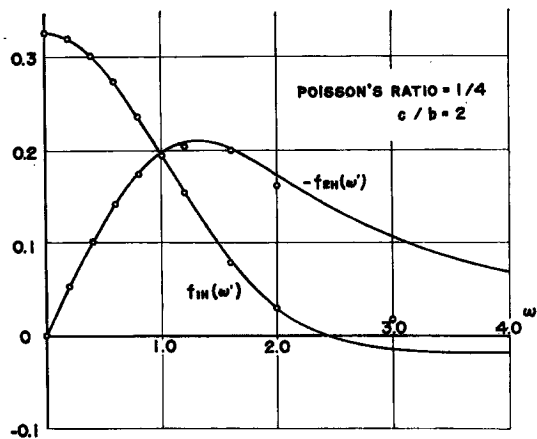


Fig. 2 Dynamical Ground Compliance for horizontal translation.

$$\left. \begin{aligned} \kappa_H(\omega') &= \kappa_H(-js') \equiv \tilde{\kappa}_H(s') \simeq \frac{c}{b} \cdot \frac{s'^2 + c_{1H}s' + c_{0H}}{d_{1H}s' + d_{0H}} \\ c_{1H} &= 3.093 \quad c_{0H} = 3.249 \quad d_{1H} = 0.1573 \quad d_{0H} = 1.067 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$s' = j\omega'$ において得られる伝達関数 $(d_{1H}s' + d_{0H}) / (s'^2 + c_{1H}s' + c_{0H})$ の実数部および虚数部は Fig. 2 の曲線に示される通りで、大略 $\omega' = 0 \sim 2$ の振動数領域において理論値と良好な合致を示している。

一方、回転加振に対しては、その理論値が Fig. 3 の○●印で示される如く、 $\omega' = 0.8$ の近傍で f_{1R} が極値を持ち、又 f_{2R} は $\omega' = 0$ で ω' 軸と接する等、水平加振の場合よりも幾分複雑な性状を示すので、さらに次数を上げ次の形で近似した。

$$\left. \begin{aligned} \kappa_R(\omega') &= \kappa_R(-js') \equiv \tilde{\kappa}_R(s') \simeq \frac{s'^3 + c_{2R}s'^2 + c_{1R}s' + c_{0R}}{3(d_{2R}s'^2 + d_{1R}s' + d_{0R})} \\ c_{2R} &= 3.430 \quad c_{1R} = 6.602 \quad c_{0R} = 4.361 \\ d_{2R} &= -0.0085 \quad d_{1R} = 0.1782 \quad d_{0R} = 0.1212 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

Fig. 3 の曲線は (4) 式で表わされた近似の結果を示している。虚数部 $f_{2R}(\omega')$ に対して絶対値においてやや大きく評価しているが、全体的にみて $\omega' = 0 \sim 2$ の領域で良好に近似していると言える。

このように地盤の動特性を有理関数型の近似伝達関数として表現することによって、弾性地盤を含む構造物連成系の解の解析的表現が可能であり、固有値方程式の解より、連成系の固有振動数および減衰性の評

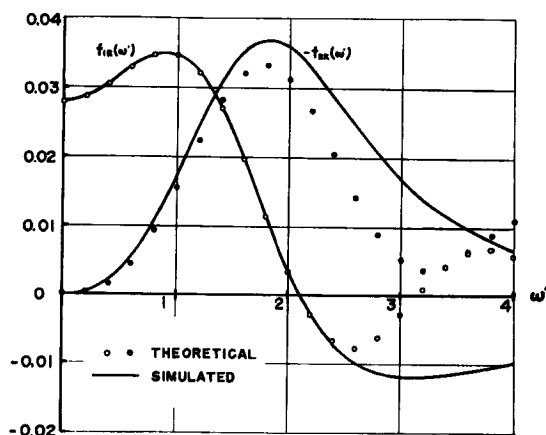


Fig. 3 Dynamical Ground Compliance for rotation.

価，固有モードの計算が行える。さらに地震外乱のような非定常入力に対する弾塑性構造物の応答解析を比較的容易に行うことができ，特に，アナログ電子計算機の演算回路構成上極めて便利である^{5, 6, 8, 9}。

3. 弾性地盤上の剛体の振動特性

前節で設定したような特性を持つ地盤上の剛体の並進および回転を考慮したいわゆるロッキング振動について考える。即ち Fig. 4 に示されるような剛体—地盤系が水平地動変位入力 Y_H によつて加振されるとき，この系のラプラス変換系無次元基礎方程式は次のように表わされる，

$$\left. \begin{aligned} m_H s^2 U_H + \tilde{\kappa}_H(s') (U_H - l_G U_R - \bar{U}_H) &= 0 \\ m_R s^2 U_R + \tilde{\kappa}_R(s') U_R - l_G \tilde{\kappa}_H(s') (U_H - l_G U_R - \bar{U}_H) - m_H l_G \gamma U_R &= 0 \\ U_H \subset \eta_H = \frac{Y_H}{\Delta}, \quad U_R \subset \eta_R = \frac{b Y_R}{\Delta}, \quad \bar{U}_H \subset \eta_H = \frac{Y_H}{\Delta} \\ s' \subset \tau' = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \cdot \frac{T}{b} = \frac{V_s}{b} T \\ m_H = \frac{M_H}{\rho b^3}, \quad m_R = \frac{M_R}{\rho b^5}, \quad l_G = \frac{L_G}{b}, \quad \gamma = \frac{\rho b g}{\mu} = \frac{b g}{V_s^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

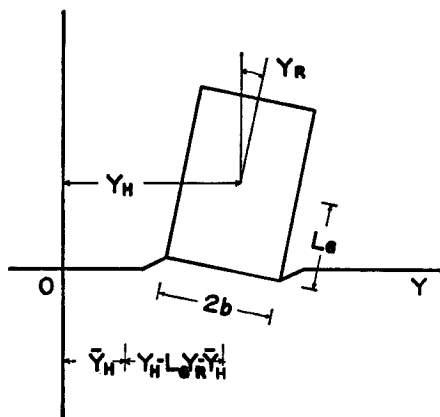


Fig. 4 Model of rigid body-ground system.

ここに、 M_H, M_R ；剛体の質量および回転慣性、 L_G ；剛体重心の底面からの高さ、 Y_H, Y_R ；剛体重心の水平変位および重心回りの回転角、 $\dot{Y}_H$ ；水平地動変位、 $\bar{d}$ ；変位の基準量、 g ；重力の加速度を示す。

r は重力の影響を示すもので簡単のため以下の解析において考えないこととし $r=0$ とする。さらに剛体として密度一様な直方体を考えると m_H と m_R の間に、

$$m_R = m_H(1 + l_G^2)/3 \quad \dots\dots\dots(6)$$

の関係がある。

$m_H=1.6, 8.0$ $l_G=1, 2$ の場合について水平地動変位入力に対する重心の並進成分および回転成分の変位増巾率をそれぞれ Figs. 5 および 6 に示す。記号は Ground Compliance の理論値によつて求めたものであり、曲線は (3) および (4) 式のバネ特性を用いたものである。回転成分については幾分の相異がみられるが並進成分では非常に良く一致していることが判る。このグラフより大略的傾向として、 m_H, l_G 即ち m_H, m_R の増加に伴い、固有振動数及び減衰性の減少が読みとれるがこれについて以下に詳しく調べる。

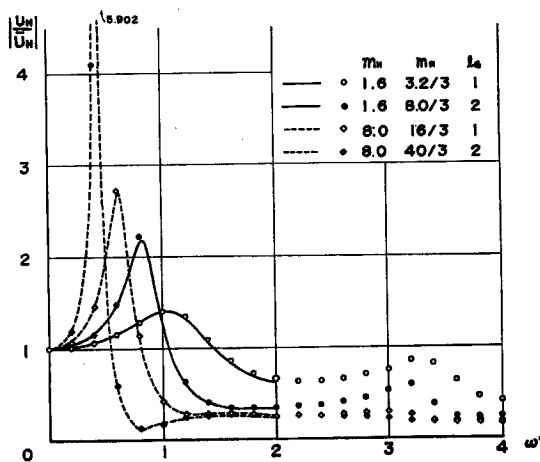


Fig. 5 Amplitude characteristics of translational component of rigid body-ground system.

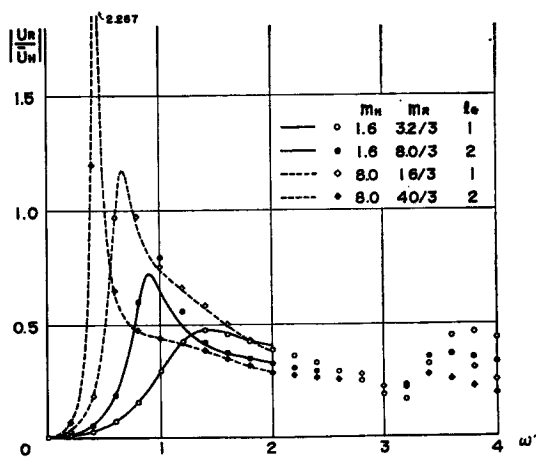


Fig. 6 Amplitude characteristics of rotational component of rigid body-ground system.

系の運動方程式 (5) に対する固有値方程式は

$$\det \begin{bmatrix} m_H s'^2 + \bar{\kappa}_H(s'), & -l_G \bar{\kappa}_H(s') \\ -l_G \bar{\kappa}_H(s'), & m_R s'^2 + \bar{\kappa}_R(s') + l_G^2 \bar{\kappa}_H(s') \end{bmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

で表わされる ($r=0$)。 $\bar{\kappa}_H(s')$, $\bar{\kappa}_R(s')$ として (3) および (4) 式の表現を用いれば, (7) 式より s' に関する 7 次代数方程式が得られる。2 自由度系であるので負の実数部を有する 2 組の共役複素根と 3 実根を得る。本来これら 3 実根はすべて負根でなければならないが, ここで採用した $\bar{\kappa}_R(\omega')$ の係数 d_{2R} が負であることによって 1 個の正の実根が得られた。これは負の減衰であつて系の発散性を示すものであるが, 固有値の評価あるいは振巾特性の評価に関する限り大きな影響を与えるものではない。(4) 式に示されるように, d_{2R} は他の係数に比して非常に小なる値であつて, たとえこれを無視したとしてもバネ特性として大きな変化も来たさず, また, Ground Compliance の理論値との相違もそれ程大とはならないので, 任意の外乱に対する応答解析において用いるバネ特性としては $d_{2R}=0$ として用いればよい。

7 個の固有値のうち, 2 組の共役複素根が系の振動性を示す。それぞれの絶対値を比較し, 絶対値の小なる方を 1 次振動とし, 絶対値の大なる方を 2 次振動とすれば, それぞれの虚数部は系の 1 次および 2 次の固有振動数 ${}_1\omega_g'$ および ${}_2\omega_g'$ を与える。また実数部と絶対値の比より各次振動に対する系の等価粘性減衰比 ${}_1h_{eq}$, ${}_2h_{eq}$ を評価できる。

$$\begin{aligned} \text{即ち, } |s'_1| < |s'_2| \text{ のとき } \quad & {}_1\omega_g' = \text{Im}(s'_1) \quad {}_2\omega_g' = \text{Im}(s'_2) \\ & {}_1h_{eq} = \frac{-\text{Re}(s'_1)}{|s'_1|} \quad {}_2h_{eq} = \frac{-\text{Re}(s'_2)}{|s'_2|} \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここに, s'_1 , s'_2 は (7) 式の複素固有値を示す。

Fig. 7 には m_H をパラメータとして l_G を変化させたときの ${}_1\omega_g'$ および ${}_2\omega_g'$ の変動の様子を示す。これは ρ および b を一定とすれば, 剛体の質量を変えずに高さを変えたと見れば良く, そのときの剛体の密度 ρ' は l_G に逆比例することになる。 $l_G=0$ の場合は, (7) 式より明らかなように, 並進および回転がそれぞれ独立の場合の固有振動数が与えられ, ${}_1\omega_g'$ は並進のみ, ${}_2\omega_g'$ は回転のみの固有振動数に対応する。但し回転慣性に関するパラメータ m_R は $m_H/3$ に等しい。 l_G の存在は回転の影響を考慮することであり, 必ずしも l_G の増加が固有振動数の減少を意味していないが, 一般的な傾向として, m_H および l_G の増加に伴い, ${}_1\omega_g'$, ${}_2\omega_g'$ ともに減少の性質を示す。これは剛体基礎巾の相対的な減少による地盤剛性の相対的低下によるものである。 $m_H=1.6$ および 3.2 の場合をみると l_G の増加に伴い ${}_1\omega_g'$ は一度増大し次いで減少

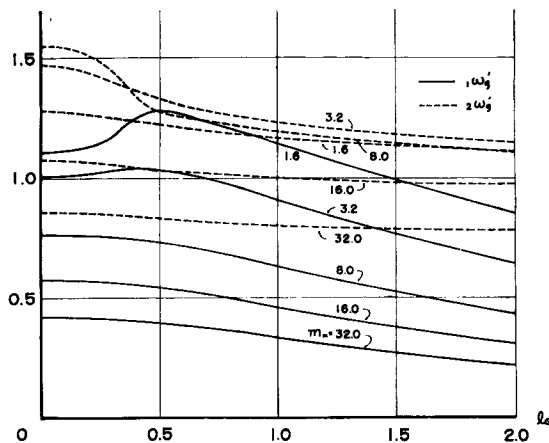


Fig. 7 Fundamental frequency of rigid body-ground system, $m_R = m_H(1 + l_G^2)/3$.

している。これは m_H および l_G の小な場合、即ち、軽くて低い剛体では回転を考慮することにより並進のみの場合よりも固有振動数が増加することがあり得ることを示している。この系の各次振動モードは複素数で表わされるが、単純にその実数部によってモードをみると、一般に1次振動は重心の水平変位の方向と回転の方向は一致しており、回転の中心が重心よりも下にあるいわゆる下心ローリングを示し、一方、2次振動は上心ローリングを示す。 $m_H=1.6$ の場合 $l_G<0.4$ の範囲で1次振動が上心ローリングであり、2次振動が下心ローリングを示しており、 $0.4<l_G<0.5$ で、その関係が入れ替わっているのが見られたが、モードに関してはさらに調べる必要がある。 m_H の大なる場合、固有振動数は l_G の影響をあまり受けず、特に ${}_2\omega_g'$ についてこの傾向は著しく、 m_H が支配的であり、これは従来の定数バネ系について言われていることと一致している。

Fig. 8 は1次振動数に対する2次振動数の比を示した。**Fig. 7** において既に見られたように、(8) 式による次数の判別法によれば、 $m_H=1.6$ $l_G=0.5\sim 0.6$ で ${}_1\omega_g'>{}_2\omega_g'$ の関係が見られたが一般に ${}_1\omega_g'<{}_2\omega_g'$

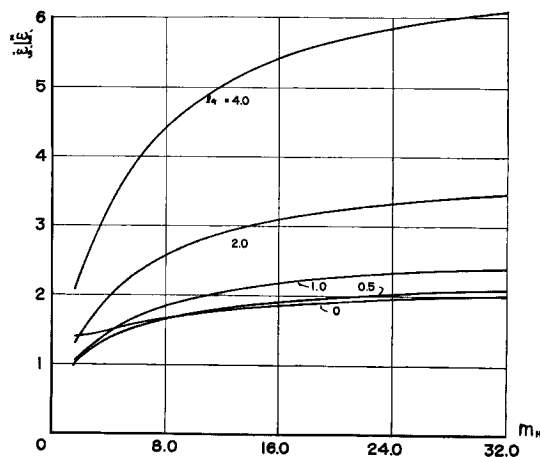


Fig. 8 Fundamental frequency ratio of rigid body-ground system, $m_R = m_H(1 + l_G^2)/3$.

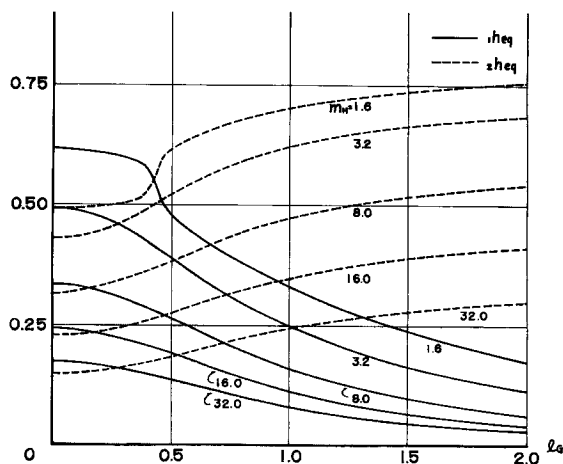


Fig. 9 Equivalent critical damping ratio of rigid body-ground system, $m_R = m_H(1 + l_G^2)/3$.

で、固有振動数比は $m_H l_G$ の増加と共に増大することが判る。 m_H が増加するにつれてこの比は一定化の傾向を示している。又、一般的傾向としては同質量の剛体であれば高い程振動数比が大なることを示している。

Fig. 9 は系の各次振動に対する等価粘性減衰比を示したものである。並進を主体とする1次減衰についてみると m_H, l_G の増加に伴い減衰は減少している。これは固有振動数の場合と同じく、相対的な基礎巾の減少によつて説明されよう。一方、回転を主体とする2次減衰は m_H の増加に対して減少しているが、 l_G の増加に対して増大している。 l_G の小さな領域で ${}_1h_{eq} > {}_2h_{eq}$ であり、低い剛体は2次振動を起し易いことを示しているが、 l_G の増加と共に1次振動をが卓越することを示す。

Figs. 7~9 においては、(6) 式の関係を用いて m_H および l_G を独立に与えた。従つて、 m_H をパラメータとして固定して考え l_G を変化させるとき、剛体密度が変化することになる。ところで、剛体密度 ρ' を一定とすれば m_H, m_R は次式の様に表わされる。

$$m_H = 16 \frac{\rho'}{\rho} l_G, \quad m_R = \frac{16}{3} \cdot \frac{\rho'}{\rho} l_G (1 + l_G^2) \quad \dots\dots\dots (9)$$

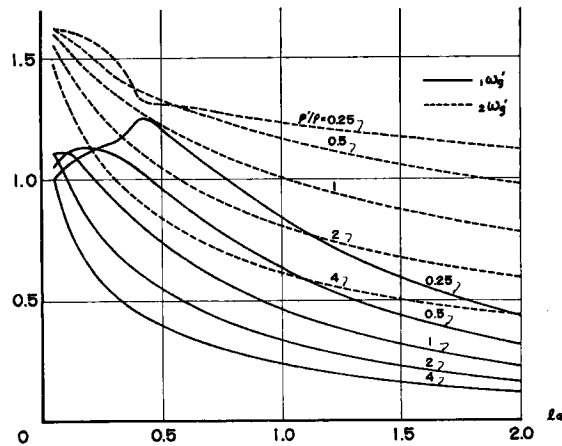


Fig. 10 Fundamental frequency of rigid body-ground system, $m_H = 16 l_G \rho' / \rho$, $m_R = m_H (1 + l_G^2) / 3$.

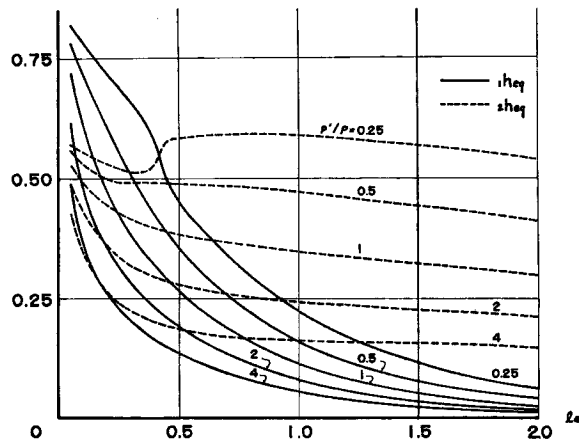


Fig. 11 Equivalent critical damping ratio of rigid body-ground system, $m_H = 16 l_G \rho' / \rho$, $m_R = m_H (1 + l_G^2) / 3$.

剛体および地盤の密度比 ρ'/ρ をパラメータとして、固有振動数と減衰比を l_g の関数として図示したのが Figs. 10 および 11 である。 $l_g=0$ の極限值は m_H, m_R が零に近づき、バネ特性 $\bar{\kappa}_H(s')$ および $\bar{\kappa}_R(s')$ の零点より定まる定数に近づく。これはバネ特性の係数によつて支配されるものと思われる。Figs. 10, 11 において l_g 即ち剛体の高さの影響をより直感的に捉えることができる。全体的な傾向は Figs. 8, 9 と同じあつて、 l_g の増加に伴い固有振動数は減少しているが、 ρ'/ρ が小さい場合、 $1\omega_g'$ は l_g に関し一時増加することが認められ、高くなることが必ずしも $1\omega_g'$ の減少を意味しないことが判る。減衰については、やはり l_g の小なる場合 $1h_{eq} > 2h_{eq}$ であり、1次減衰は l_g の増加と共に急減するのに対し2次減衰は l_g に関し殆んど一定となっている。

4. Ground Compliance を考慮した構造物の振動特性

前節で設定したような剛体—地盤連成系を構造物の基礎と地盤からなる下部構造と考え、さらに上部構造を接続した、構造物—地盤連成系の振動特性を考える。地盤の動特性が地盤との連成系としての構造物の振動特性に及ぼす影響を捉えやすいように、Fig. 12 に示すように、上部構造として最も単純な減衰のない線型の剪断型 1 質点系に置換した連成系を想定する。この連成系が水平地動変位入力 $\dot{Y}_H$ によつて加振されるとき、基礎の並進と回転を考慮したラプラス変換系無次元基礎運動方程式は次の通りである。

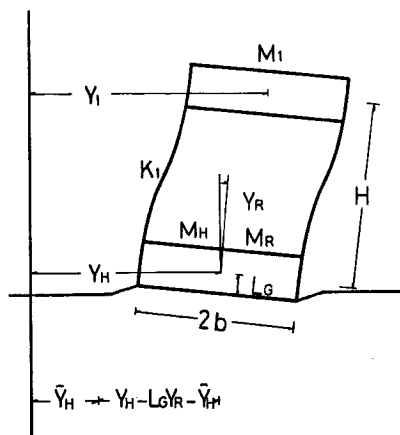


Fig. 12 Model of structure-ground system.

$$\begin{aligned} m_1 s^2 U_1 + g_1 (U_1 - U_H - h U_R) &= 0 \\ m_0 s^2 U_H + \kappa_r \tilde{\kappa}_H(qs) (U_H - l_g U_R - \bar{U}_H) - g_1 (U_1 - U_H - h U_R) &= 0 \quad \dots\dots (10) \\ m_R s^2 U_R + \kappa_r \tilde{\kappa}_R(qs) U_R - l_g \kappa_r \tilde{\kappa}_H(qs) (U_H - l_g U_R - \bar{U}_H) - h g_1 (U_1 - U_H - h U_R) &= 0 \end{aligned}$$

無次元パラメータおよび変数の定義は既出のものもあるが改めて記すると次にまとめられる。

$$m_1 = \frac{M_1}{M}, \quad m_0 = \frac{M_H}{M}, \quad m_H = \frac{M_H}{\rho b^3}, \quad m_{R0} = \frac{M_R}{Mb^2}, \quad m_R = \frac{M_R}{\rho b^5}$$

$$U_1 \subset \eta_1 = \frac{Y_1}{d}, \quad U_H \subset \eta_H = \frac{Y_H}{d}, \quad U_R \subset \eta_R = \frac{bY_R}{d}, \quad \bar{U}_H \subset \bar{\eta}_H = \frac{\bar{Y}_H}{d}$$

$$h = \frac{H}{b}, \quad l_G = \frac{L_G}{b}, \quad g_1 \subset \kappa_1 = \frac{K_1}{K}, \quad \kappa_g = \frac{b\mu}{K}$$

$$s \subset \tau = \sqrt{\frac{K}{M}} T \qquad s' \subset \tau' = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \cdot \frac{T}{b}$$

$$\tau = q\tau', \quad \omega' = q\omega, \quad m_0 = m_H \kappa_g q^2, \quad m_{R0} = m_R \kappa_g q^2$$

$\bar{M}$, K , $\bar{J}$ はそれぞれ質量, 剛性, 変位の基準量で上部構造の対応するものをとることにより, $m_1=1$, $\kappa_1=1$ とする。従つて, 基礎固定とした上部構造のみの無次元固有振動数 ${}_1\omega_s$ は 1 である。構造物の高さ H は基礎の半巾に等しいとして $h=1$ を設定した。

また, q は, 下部構造に関する無次元時間 τ' と上部構造に関する無次元時間 τ を結合するパラメータで, 無次元振動数 ω' に対する表現として求められたバネ特性 $\kappa_H(\omega')$ および $\kappa_R(\omega')$ は無次元振動数 ω に対する表現としてそれぞれ $\kappa_H(q\omega)$ および $\kappa_R(q\omega)$ として用いられる。

上部構造と下部構造を結合するパラメータとして, 上部構造および下部構造をそれぞれ独立としたときの最低次固有振動数比 λ を採用する。前節において基礎と弾性地盤からなる系の固有振動数 ${}_1\omega_g'$ が求められているので次の関係式が成立する。

$$\lambda = \frac{{}_1\omega_s}{{}_1\omega_g} = \frac{{}_1\omega_s'}{{}_1\omega_g'} = q \frac{{}_1\omega_s'}{{}_1\omega_g'} = \frac{q}{{}_1\omega_g'} \quad \dots\dots\dots(11)$$

構造物—地盤連成系の振動特性のパラメトリックな考察をするために, 次のパラメータについて変化させた。

$$\begin{aligned} \text{即ち} \quad & m_0 = 0.2, 0.8 \\ & m_H = 1.6, 8.0 \\ & l_G = 0.05, 0.2, 0.5, 1.0 \\ & \lambda = 0.1 \sim 1.0 \end{aligned}$$

(10) 式に対する固有値方程式は次の通りである。

$$\det \begin{bmatrix} m_1 s^2 + \kappa_1 & -\kappa_1 & -h\kappa_1 \\ -\kappa_1 & m_0 s^2 + \kappa_g \tilde{\kappa}_H(qs) + \kappa_1 & -l_G \kappa_g \tilde{\kappa}_H(qs) + h\kappa_1 \\ -h\kappa_1 & -l_G \kappa_g \tilde{\kappa}_H(qs) + h\kappa_1 & m_{R0} s^2 + \kappa_g \tilde{\kappa}_R(qs) + l_G^2 \kappa_g \tilde{\kappa}_H(qs) + h^2 \kappa_1 \end{bmatrix} = 0 \quad \dots\dots(12)$$

(3) および (4) 式の表現を用いることにより, (12) 式は s に関する 9 次代数方程式に帰結し, 3 組の負の実数部を有する複素根と 3 実根を得る。前節の場合と同じ評価によつて, 各次固有振動数 ${}_1\omega$, ${}_2\omega$, ${}_3\omega$ とそれに対応する等価粘性減衰比 ${}_1h_{eq}$, ${}_2h_{eq}$, ${}_3h_{eq}$ を得るが, 構造物系の振動特性として特に長周期の構造物を考えるのであれば, 又, 1 質点置換系であるので, 第 1 次振動が第 1 義的に重要と考えられる。そこで, 以下において, 連成系 1 次固有振動数 ${}_1\omega$ およびそれに対する等価粘性減衰比 ${}_1h_{eq}$ について, パラメトリックな考察を行う。

Fig. 13 に下部構造—上部構造質量比 m_0 , 下部構造—地盤質量比 m_H , によつて分類し, l_G をパラメータとして ${}_1\omega$ および ${}_1h_{eq}$ を λ に関するグラフとして示す。 λ は上部構造と下部構造の相対的な剛さ関係を示すもので, $\lambda=0$ は基礎固定に対応し, λ の増加と共に地盤剛性は低下する。即ち地盤の相対的な剛性は κ_g で評価されるが

$$\kappa_g = \frac{b\mu}{K} = \frac{b\mu}{K_1} = \frac{m_0}{m_H q^2} = \frac{m_0}{m_H} \cdot \frac{1}{(\lambda {}_1\omega_g')^2}$$

の関係が成立する。ここで ${}_1\omega_g'$ は前節に示した様に, m_H , l_G の関数であつて, 一般に, m_H , l_G の増加と共に減少するがその減少の度合いは大きくないため, κ_g は m_0/λ^2 に比例し m_H の減少関数となる。従つて連成系の無次元固有振動数 ${}_1\omega$ は基礎固定に対応する $\lambda=0$ において 1 で, m_0 の小なる程, 又 m_H , l_G および λ の大なる程 ${}_1\omega$ は低下する。他のパラメータを固定して $m_0=0.2$ から 0.8 に変化させることは, 地盤の相対剛性を 4 倍剛にしたことに対応し, ${}_1\omega$ の低下は 0.2 の場合の約 $1/2$ である。連成系固有振動数に直接的に影響を与えるものは λ であるが, 上部構造を固定して考えれば, これは地盤に関するパラメータとみることができ, λ の増加は地盤の軟弱化に対応し, 軟弱地盤での固有振動数の低下を示しており, 固有周期の伸びは λ^2 に比例する傾向を示す。図中に示される○印は, (12) 式で $h=0$, $l_G=0$ において求められる水

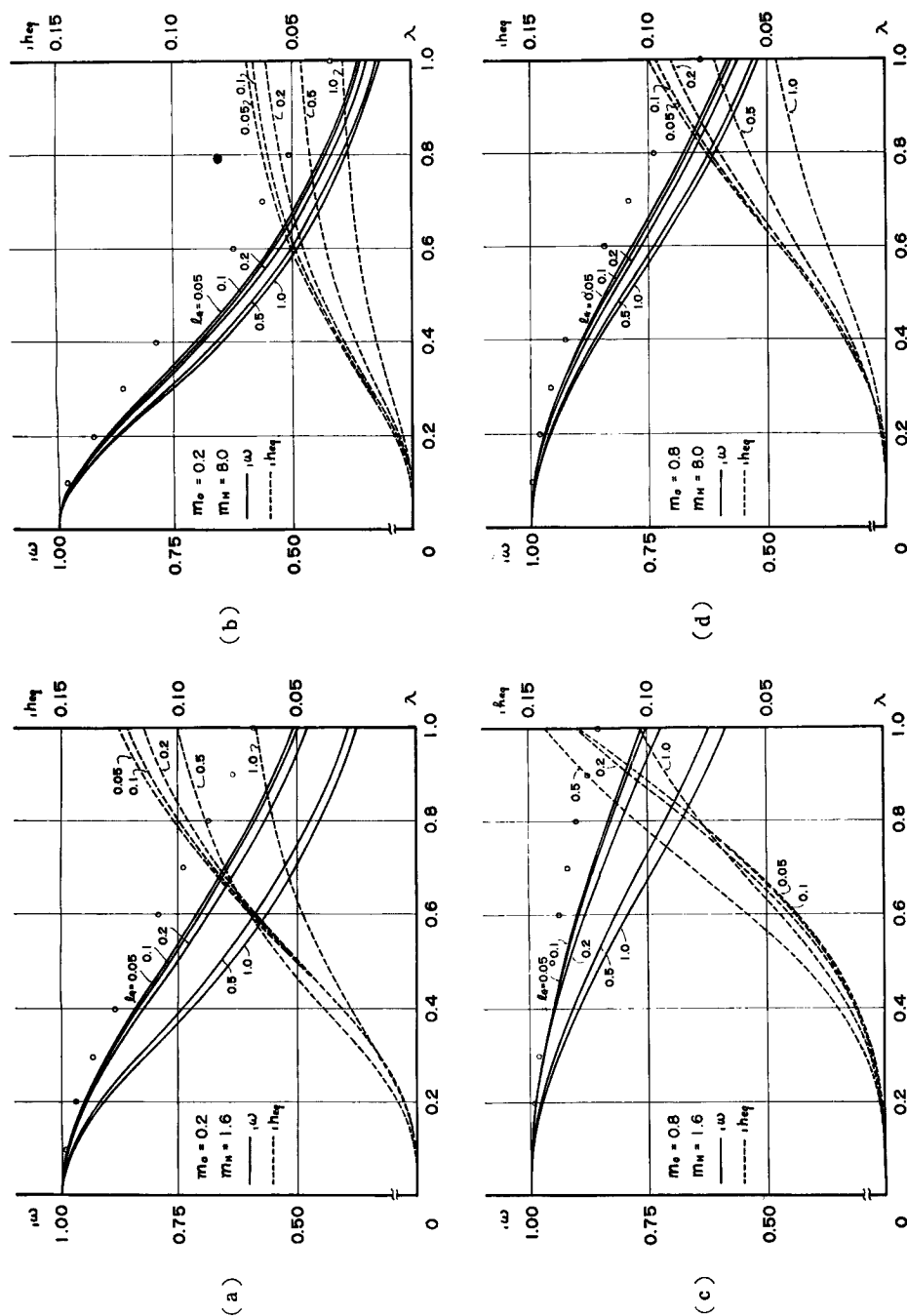


Fig. 13 Fundamental frequency and equivalent critical damping ratio of structure-ground system.

平振動のみを考えた場合の固有振動数である。パラメータ m_0 , m_H , λ の影響については既に水平振動のみを考慮した場合の振動特性として報告し又、本報で既に述べたのと同様であり、基礎の回転をさらに考慮することにより、連成系の固有振動数はさらに低下している。この低下の度合は l_G の値により大きく変化していることが認められ、 m_H の小なる場合は特に l_G によつて大きく変化している。これは、前節でみたように $1/\omega_g'$ は l_G によつて大きく変り、地盤の相対的な剛性 κ_g を大きく変えることによる。

地盤からのエネルギー逸散による減衰は m_H とが λ 支配的であつて、これは基礎の相対的な広がりや地盤の剛性に関係するもので、 m_H の小なる程また λ の大なる程減衰は大となる。一般的な傾向として、 l_G の大なる程減衰は小と言えるが、 m_H の小なる場合、 λ との関連において、必ずしも l_G の影響が同一でないことを示している。 m_0 の影響は λ の小なる部分では m_0 が小なる程減衰は大であるが、 λ の大なる領域では逆に m_0 が大きい程減衰は大となつている。

5. 結 び

Ground Compliance の理論値をもとに、回転に対する地盤のバネ特性を有理関数型近似伝達関数として表現し、既に得られている水平動に対するバネ特性を同時に考慮し、弾性地盤上の剛体、あるいは、上部構造—基礎—地盤連成系の固有値方程式の解より、系の固有振動数と地盤のエネルギー減衰による減衰特性を広範囲の無次元パラメータ領域において評価した。

剛体—地盤連成系では水平動のみを考慮した場合と比較して、基礎の回転を考慮することによつて、系の固有振動数は一般に低下するが、質量の小さな低い剛体では1次固有振動数は一時的に増加することが認められ、通常のパネ系による拘束の解除によつて生じる固有振動数の低下と異なる現象が見られた。地盤そのものには特別の減衰機構を考えていないが地盤におけるエネルギー逸散による減衰の量は相当大きく、剛体の質量、高さ等に関し大きく変化することが示された。

1 質点上部構造と基礎—地盤系を結合した連成系の固有振動数は、基礎の回転を考慮することにより、並進のみの場合よりさらに低下する。下部構造の特性の影響は地盤と上部構造の相対的な剛性比によつて異なり、軟弱地盤である程連成系の固有振動数の低下は著しい。基礎の高さの影響は基礎—地盤質量比の小さな場合は大きく作用するが、基礎の高さはそれ程高くないと考えられるので、その影響は一般に少ないと考えられる。減衰に関しては、上部—下部構造振動数比と基礎—地盤質量比が支配的で、基礎の高さは一般に低い程減衰は大である。

本報に示されたように、地盤の水平および回転に対するバネ特性を有理関数型に表現することにより、任意の地震外乱に対して、基礎の並進と回転を考慮した地盤—構造物連成系の応答解析が可能である。今後の研究として、このような弾塑性構造物—地盤連成系の非定常地震応答解析をもとに、地盤の動特性が、構造物の地震応答に及ぼす影響について追求したいと考えている。

最後に、本報の作成に当り、多大のご協力を載いた小堀研究室の諸兄に対して、特に、図面作成の労をわずらわせた大谷圭一君に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Thomson, W.T. and T. Kobori: Dynamical Compliance of Rectangular Foundation on an Infinite Half-Space, Department of Engineering Report No. 62-9, University of California, 1962, pp. 1~33.
- 2) Kobori, T.: Dynamical Responce of Rectangular Foundation on an Elastic-Space, 地震工学国内シンポジウム講演集, 1962, pp. 81~86.
- 3) 小堀鐸二・南井良一郎・井上 豊: 矩形基礎の Ground Compliance とその Simulation について, 京都大学防災研究所年報, 第7号, 昭39. 3, pp. 164~178.
- 4) 小堀鐸二・南井良一郎・井上 豊: Ground Compliance を考慮した構造物の地震応答, 京都大学

- 防災研究所年報，第7号，昭39. 3，pp. 179～194.
- 5) 小堀鐸二・南井良一郎・井上 豊：Ground Compliance を考慮した構造物の地震応答（第2報），京大防災研究所年報第8号，昭40. 3，pp. 193～218.
 - 6) 小堀鐸二・南井良一郎・井上 豊・鎌田輝男：Ground Compliance を考慮した構造物の地震応答（第3報），京都大学防災研究所年報，第10号 A，昭42. 3，pp. 261～281.
 - 7) 小堀鐸二・南井良一郎・鈴木 有・日下部馨：長方形基礎の Dynamical Ground Compliance（その1）一半無限弾性地盤の場合，京都大学防災研究所年報，第10号 A，昭42. 3，pp. 283～314.
 - 8) 小堀鐸二・南井良一郎・井上 豊・鎌田輝男：Ground Complicance を考慮した弾塑性構造物の地震応答，地震工学国内シンポジウム論文集，1966，pp. 267～272.
 - 9) Kobori, T., R. Minai and Y. Inoue : On Earthquake Response of Elasto-Plastic Structure Considering Ground Characteristics, Proc. of the Fourth World Conf. on Earthq. Eng..
 - 10) Parmelee, R.A., D.S. Perelman and S. L. Lee: Seismic Response of Multiple-Story Structures on Flexible Foundations, Bull. of S.S.A., Vol. 59, No. 3, 1969. pp. 1061～1070.