

変調不安定波の実験的・理論的・数値的研究

東京大学・工学系研究科 宝谷 英貴

Hidetaka Houtani

Graduate School of Engineering,

The University of Tokyo

1. はじめに

フリーク波は外洋で突発的に現れる巨大波であり、一般に有義波高の 2 倍を超える波と定義される。海難事故の一因となり得る危険な波と考えられている。近年の研究により、波の変調不安定がフリーク波の形成のメカニズムの一因であることが明らかにされてきている (e.g., [1][2][3])。この変調不安定現象については、特にストークス波の側帯波擾乱に対する不安定性という観点から、多くの研究がなされてきた(e.g., [4][5])。

このような変調不安定波に関するこれまでの水槽実験では、造波機に時間周期的な信号を与え、発生した波の空間発達について調べられてきた(e.g., [5][6])。このような時間周期的で空間発達する波を本研究では TPSE (temporally periodic and spatially evolving)と呼ぶ。一方、Zakharov 方程式や非線形シュレディンガー方程式 (NLSE) [7]のような波の非線形な発達を記述する物理モデルは、元々、波の時間発達を記述する形式で導出されている。これらを数值的に解く際に、空間周期境界条件が課されることが多く (e.g.,[8])、このような空間周期的で時間発達する波を本研究では SPTE (spatially periodic and temporally evolving)と呼ぶ。ただし、物理・数値モデルについては、TPSE な波を扱うものもある (e.g., TPSE な NLSE[9])。このように、SPTE および TPSE いずれの変調不安定波も、波の非線形発達(フリーク波形成メカニズム)や砕波の criterion、

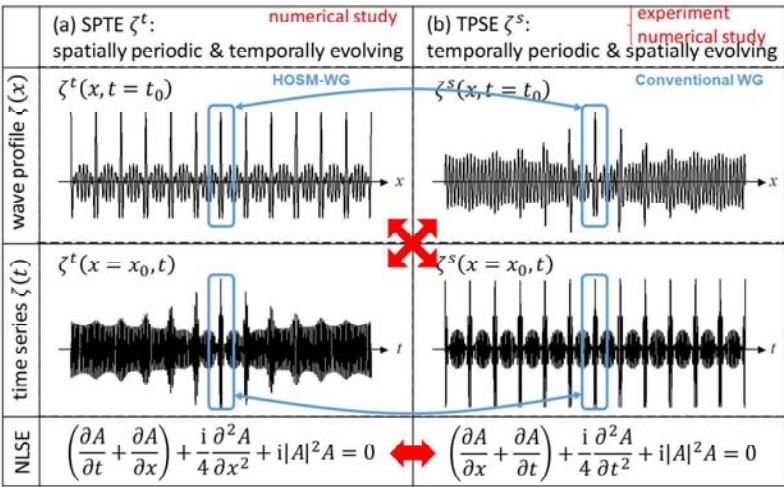


図 1 変調不安定波の分類。(a: SPTE) 空間周期的で時間発達する変調不安定波、(b: TPSE) 時間周期的で空間発達する変調不安定波 ([10]より引用、一部修正)。

船体応答への影響等を議論する研究において扱われてきたが、両者の全体的な波形は大きく異なる。前者は空間周期的であり、後者は空間的に発達しているためである（図 1）。しかし、クレスト高さが最大となる付近における両者の波形が異なるか否かは明らかでない。異なるとすると、例えば SPTE 変調不安定波と TPSE 変調不安定波とで砕波に至る過程も異なることとなるため、波形の類似性を明らかにすることは重要である。そこで、本稿では、SPTE 変調不安定波と TPSE 変調不安定波の波形状の類似性に着目し、著者らがこれまでに実施してきた研究（主に[10][11]）について、その概要を紹介する。

また、図 1 において、SPTE 変調不安定波の水位時系列 $\zeta(t)$ と TPSE 変調不安定波の波形 $\zeta(x)$ （左下と右上）（あるいは、SPTE 変調不安定波の波形 $\zeta(x)$ と TPSE 変調不安定波の水位時系列 $\zeta(t)$ の形状（左上と右下））が似ていることがわかる。このことは、このような波の非線形発達を表現する NLSE の対称性から説明される。SPTE な波の非線形発達を記述する NLSE および TPSE な波の非線形発達を記述する NLSE は、それぞれ次式のように表される：

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial \tilde{A}}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial \tilde{A}}{\partial \tilde{x}} \right) + \frac{i}{4} \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial \tilde{x}^2} + i |\tilde{A}|^2 \tilde{A} = 0, \\ \left(\frac{\partial \tilde{A}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{A}}{\partial \tilde{t}} \right) + \frac{i}{4} \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial \tilde{t}^2} + i |\tilde{A}|^2 \tilde{A} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

$\tilde{A}, \tilde{t}, \tilde{x}$ は、それぞれ適当に無次元化された複素振幅、時間、位置である。両者、時間 $\tilde{t}$ と位置 $\tilde{x}$ を入れ替えると一致する形式であることがわかる。このことから、SPTE 変調不安定波の時間発達の様子（図 1、左下）と TPSE 変調不安定波の空間発達（図 1、右上）の様子が一致することがわかる。しかし、本研究で注目するのはこれらの類似性（赤矢印）ではなく、SPTE 変調不安定波と TPSE 変調不安定波における波形 $\zeta(x)$ 同士の類似性（青矢印）である。

2. 実験・計算手法

本研究では、SPTE 変調不安定波と TPSE 変調不安定波の波形の比較を行うにあたり、水槽実験と数値実験を行った。水槽実験においては、これまでに SPTE な波を水槽に発生する手法が確立されておらず、本研究では著者らが最近開発した HOSM 造波法[12]という手法を用いて、SPTE 変調不安定波の造波を行った。本章では、本研究で使用した実験設備や数値手法、造波手法について説明する。

変調不安定波の造波実験を、海上技術安全研究所の動揺水槽（長さ 50m、幅 8m、水深 4.5m）において実施した。動揺水槽の一端にはフラップ型の造波機が備えられており、他端には消波ビーチが設置されている。本実験では、容量式波高計による水位計測の他、波形状を得るためにステレオカメラによる計測を行った。直径 12mm～20mm の球状マーカー（木製、ポリスチレン製）を 100 個以上水面に浮かべ、それぞれのマーカーの運動を 2 台のカメラで追跡することにより、波形状の時間変化を推定した[13]。

ただし、ステレオカメラで計測可能な範囲は、2 波長弱（～5m）程度に限られる。そこで、よ

表 1 変調不安定波の初期パラメータ

パラメータ	シンボル	値
波長	$\lambda_c (= 2\pi/k_c)$	3.00m
波形勾配	$a_0 k_c$	0.101
擾乱波数	$\Delta k/k_c$	1/7
側帯波振幅	$b_{\pm}/a_0$	0.100
位相	$\varphi_{\pm}$	$-\pi/4$

り広範囲にわたる波形状について調べるため、境界要素法に基づく **fully nonlinear** なソルバーを使用した 2 次元数値造波水槽 (NWT2D[14]) による数値造波実験も実施した。この数値造波水槽の境界条件は、造波機を含む動揺水槽のセンターライン上の 2 次元断面を模擬したものである。

また、造波した変調不安定波の初期波形は、搬送波（下添え字 c ）と上下側帯波（下添え字 $+$ および $-$ ）からなる 3 波システムとして与えた：

$$\zeta(x) = a_c \cos(k_c x) + b_+ \cos\{(k_c + \Delta k)x + \varphi_+\} + b_- \cos\{(k_c - \Delta k)x + \varphi_-\}. \quad (2)$$

ここで、 a, b は成分波振幅、 k は波数、 Δk は擾乱波数、 φ は位相である。各パラメータの初期値は、表 1 の通り与えた。これらパラメータは、非線形性が強いもののぎりぎり砕波しないよう (e.g., [15]) 設定したものである。

このようなパラメータの変調不安定波について、SPTE および TPSE な造波を行った。SPTE な造波は、HOSM 造波法[16]により行った。HOSM 造波法は、高次スペクトル法 (HOSM[8][17]) による SPTE な波浪場の計算結果を元に時間発達する造波信号を作成し、HOSM 計算波浪場をそのまま実験水槽に再現する手法である。HOSM は、Zakharov(1968)[7]により導出された自由表面境界条件（以下の式(3)）のもと、空間周期境界を課し、ラプラス方程式をスペクトル法により数値的に解く手法である。

$$\begin{cases} \zeta_t + \nabla_x \zeta \cdot \nabla_x \zeta \phi^S - (1 + \nabla_x \zeta \cdot \nabla_x \zeta) \phi_z(x, \zeta, t) = 0 \\ \phi_t^S + g\zeta + \frac{1}{2} \nabla_x \phi^S \cdot \nabla_x \phi^S - \frac{1}{2} (1 + \nabla_x \zeta \cdot \nabla_x \zeta) \phi_z(x, \zeta, t)^2 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 ζ は自由表面、 ϕ は速度ポテンシャル、 ϕ^S は自由表面における速度ポテンシャル、 g は重力加速度を表し、 $\nabla_x = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ である。HOSM の出力に基づき計算された時間発達する信号を造波機に与えることで、HOSM で計算された SPTE な波浪場が水槽内に再現される (図 2、上)。

一方、対応する TPSE 変調不安定波は、HOSM で計算された SPTE な波浪場の波数スペクトルを周波数スペクトルに対応付け、これを元に時間周期的な造波信号を作成して造波した。通常、波数 k と周波数 ω の対応は次式の線形分散関係で表される (深水波を仮定)：

$$\omega^2 = gk. \quad (4)$$

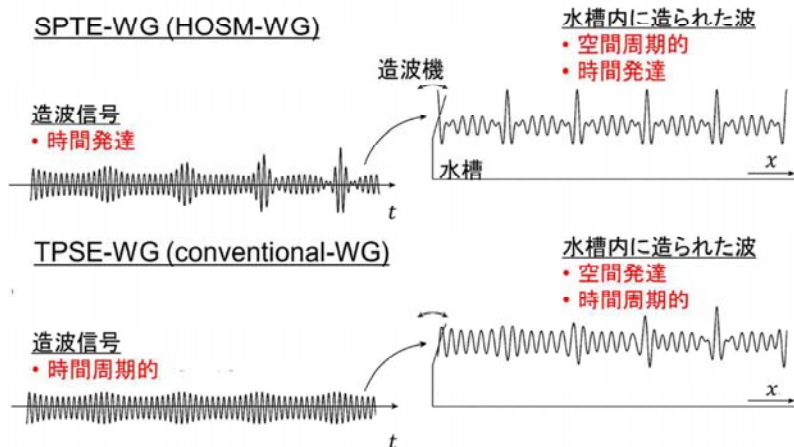


図 2 STPE な造波と TPSE な造波の概要図([11]より引用、一部修正)

しかし、この波数スペクトルと周波数スペクトルの対応付けには、線形分散関係曲線に搬送波波数 $k = k_c$ で接する直線関係 (式(5)) を用いた：

$$\omega = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{k_c}} k + \frac{1}{2} \sqrt{g k_c}. \quad (5)$$

これは、変調不安定波等のスペクトルが非常に狭い波において、波数と周波数の関係が線形分散式からずれ、この式(5)の直線関係に近づく (e.g., [18]) ことを考慮するためである。このように計算された時間周期的な造波信号により、水槽内に TPSE な波浪を発生した (図 2、下)。

3. 実験結果

前章で述べた手法により、SPTE および TPSE な変調不安定波を水槽に発生した。本章では、両者の波形を比較する。ただし、ここでは NWT2D の数値造波実験結果のみ紹介することとする。変調不安定波の造波について、NWT2D 数値シミュレーションと動揺水槽実験とで水位時系列を比較したところ、両者の平均 2 乗誤差は 1.5% であり [10]、また NWT2D で推定された波形の時間変化についても、動揺水槽におけるステレオカメラ計測との比較によりその妥当性が確かめられている [11]。

まず、クレスト高さ最大の時刻における SPTE と TPSE の変調不安定波の形状を比較する (図 3)。両者がよく一致しており、また、その一致の範囲が少なくとも 1 波群長程度以上であることが確認された。同様に、SPTE と TPSE の変調不安定波の水位時系列についても、1 波群周期程度の範囲で一致することが確認されている [10]。

次に波形状の時間変化を比較した。ここでは、波形状を表すパラメータとして、クレスト高さ

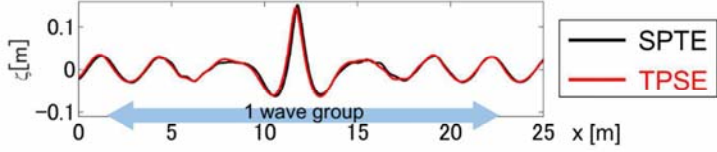


図 3 SPTE 変調不安定波と TPSE 変調不安定波の空間波形の比較 (NWT2D 数値計算結果) ([10] 参照)

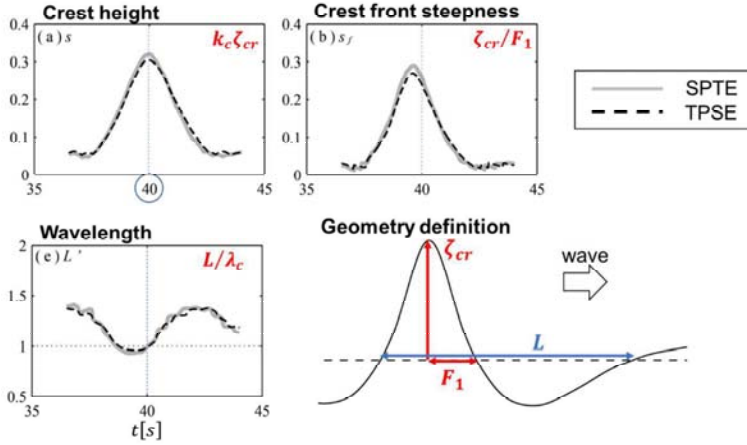


図 4 SPTE および TPSE 変調不安定波形状の時間変化の比較。(a) クレスト高さ、(b) クレスト前面勾配、(c) 波長。右下は、波形状を表すパラメータ(a)・(c)の定義に関する補足。([10]より引用、修正)

$k_c \zeta_{cr}$ 、クレスト前面勾配 ζ_{cr}/F_1 、波長 L/λ_c の 3 つを扱う。いずれも無次元化されたパラメータである。諸変数の定義は、図 4 (右下) の通りである。クレスト高さが最大となる時刻 ($t = 40\text{s}$) 付近で、SPTE と TPSE の両者の波形の時間変化が良く一致している。

4. 波形の一致に関する考察

前章では、動揺水槽における造波実験および NWT2D による数値造波実験により、クレスト高さが最大となる時刻において、SPTE 変調不安定波と TPSE 変調不安定波の波形が一致し、またその時刻の前後における波形の時間変化も一致することを明らかにした。本章では、変調不安定波に相当する NLSE の解析解である Akhmediev breather[19]を用い、両者の波形の一致を解析的に示す (§4.1)。さらに、HOSM 計算結果を用い、§2 で述べた波数・周波数関係の線形分散関係からのずれが、SPTE と TPSE の変調不安定波の波形の一致に寄与していることを示す (§4.2)。

4.1. SPTE 変調不安定波と TPSE 変調不安定波の長期発達の一致

変調不安定波の水位 $\zeta(x, t)$ が、複素振幅 $A(x, t)$ を用いて、

$$\zeta(x, t) = \frac{1}{2} [A(x, t) \exp\{i(k_c x - \omega_c t)\} + c. c.], \quad (6)$$

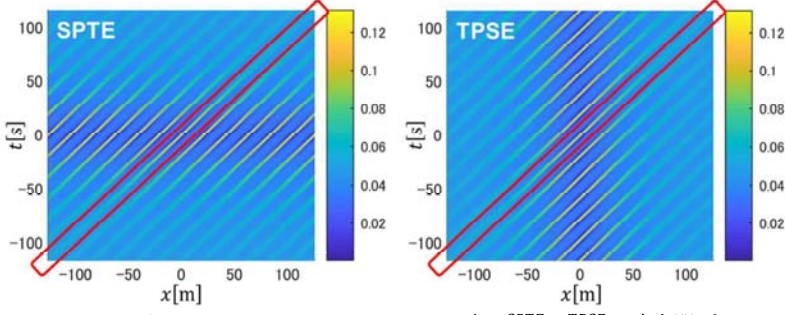


図 5 SPTE および TPSE の Akhmediev breather 解 A^{SPTE}, A^{TPSE} の時空間プロファイル

と表されたとする。ここで、 $c.c.$ は複素共役を表している。このとき、Onorato et al. (2013)[20]に倣うと、SPTE および TPSE な NLSE の Akhmediev breather 解 A^{SPTE}, A^{TPSE} は、それぞれ次式のように表される：

$$A^{SPTE} = a_0 \exp\left\{-\frac{i}{2}\epsilon^2\omega_c t\right\} \left\{ \frac{\rho^2 \cosh(\Omega t) - i\gamma \sinh(\Omega t)}{\cosh(\Omega t) - \sqrt{1 - \rho^2/2} \cos\left\{\left(k_c(x - c_{gc})\right)/N_k\right\}} - 1 \right\}, \quad (7)$$

$$A^{TPSE} = a_0 \exp\{-i\epsilon^2 k_c x\} \left\{ \frac{\rho^2 \cosh(\chi x) - i\gamma \sinh(\chi x)}{\cosh(\chi x) - \sqrt{1 - \rho^2/2} \cos\left\{\left(\omega_c(t - x/c_{gc})\right)/(2N_k)\right\}} - 1 \right\}. \quad (8)$$

ただし、

$$\epsilon = a_0 k_c, \rho = \frac{1}{2\epsilon N_k}, \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2\epsilon N_k} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}\epsilon N_k}\right)^2}, \chi = \gamma \epsilon^2 k_c, \Omega = \frac{1}{2} \gamma \epsilon^2 \omega_c, N_k = \frac{k_c}{\Delta k}, \quad (9)$$

であり、 c_{gc} は搬送波成分の群速度を表している。これらは、 $(x, t) = (0, 0)$ でクレスト高さが最大となるような変調不安定波の解となっている。また、 $\rho = O(\epsilon^0), \gamma = O(\epsilon^0)$ である。これら A^{SPTE}, A^{TPSE} の絶対値、すなわち波の包絡線の時空間プロファイルを図 5 に示す。両者の全体的な波形は全く異なることがわかる。しかし、原点を通り傾きが群速度の逆数 ($1/c_{gc}$) の直線に沿った領域（赤囲み部分）に絞ってみると、両者が良く一致しているように見える。

この一致を、Akhmediev breather 解から解析的に示すにあたり、原点を通り群速度で移動する座標系 (x_0, t_0) を導入する。そして、もとの座標系 (x, t) を、移動座標系 (x_0, t_0) とそこからのずれ (x', t') の和として表す：

$$\begin{cases} x = x_0 + x', \\ t = t_0 + t'. \end{cases} \quad (10)$$

ここで、 (x_0, t_0) は原点を通り群速度で移動する座標系を表しているため、

$$x_0 = c_{gc} t_0 \left(\equiv \frac{\alpha}{k_c} \right), \quad (11)$$

である。ここで、 α は移動座標系上の点を決定するパラメータである。つまり、Akhmediev breather 解 (式(7),(8)) を (α, x', t') で表し、 $t' = 0$ を代入することで、 α で決定される移動座標系上の点における空間波形が得られる。 $t' = 0$ における SPTE の Akhmediev 解は、

$$A^{SPTE}(x', t' = 0; \alpha) = a_0 \exp(-i\epsilon^2 \alpha) \frac{\rho \cosh(\gamma \epsilon^2 \alpha) - i\gamma \sinh(\gamma \epsilon^2 \alpha)}{\cosh(\gamma \epsilon^2 \alpha) - \sqrt{1 - \rho^2/2} \cos[\{2\rho/(\epsilon\gamma)\}\chi x']}, \quad (12)$$

と表される。同様に、 $t' = 0$ における TPSE の Akhmediev 解も得られ、さらに $\chi x' = O(\epsilon)$ を仮定して、 $\chi x'$ について級数展開すると、

$$\begin{aligned} A^{TPSE}(x', t' = 0; \alpha) \\ = a_0 \exp(-i\epsilon^2 \alpha) \{1 + O(\epsilon)\} \frac{\rho \cosh(\gamma \epsilon^2 \alpha) - i\gamma \sinh(\gamma \epsilon^2 \alpha) + O(\epsilon)}{\{\cosh(\gamma \epsilon^2 \alpha) + O(\epsilon)\} - \sqrt{1 - \rho^2/2} \cos[\{2\rho/(\epsilon\gamma)\}\chi x']}, \end{aligned} \quad (13)$$

と表すことができる。式(12)と(13)を比較すると、両者が $O(\epsilon)$ の近似の範囲で一致していることがわかる。ここまでの導出において $\chi x' = O(\epsilon)$ を仮定していたが、これは $x' \sim O(\epsilon^{-1} k_c^{-1})$ 、すなわち 1 波群長のオーダーを表している。つまり、SPTE 変調不安定波と TPSE 変調不安定波の波形が、群速度での移動座標系から 1 波群長程度の領域で一致するということが、Akhmediev breather 解の分析から示された。また、群速度での移動座標系から 1 波群周期程度の領域で両者の水位時系列が一致することも同様に示すことができる。本章の式の導出の詳細は、Houtani et al. (2018)[10]を参照されたい。

4.2. 波数・周波数関係の線形分散関係からのずれと水位時系列の一致

§3 および §4.2 において、SPTE 変調不安定波と TPSE 変調不安定波の水位時系列が、1 波群周期程度の範囲で一致することが明らかになった。しかし、両者の周波数スペクトルは本来一致し得ない。なぜなら、SPTE 変調不安定波は時間周期的ではなく、周波数領域におけるグローバルな基底 $\exp(i\omega t)$ を定義することができないためである。しかし、以下に定義する瞬時周波数 ω_{inst} (instantaneous frequency[18]) を導入することで、コンパクトな時間領域における SPTE 変調不安定波の瞬時周波数スペクトルを定義することができる。この SPTE 変調不安定波の瞬時周波

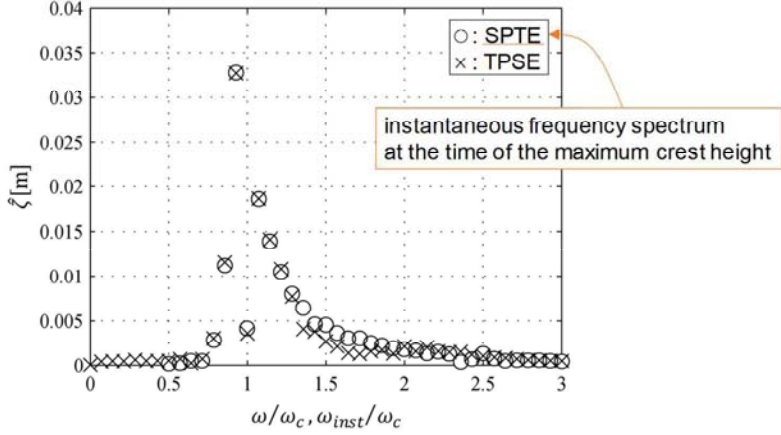


図 6 SPTE 変調不安定波の瞬時周波数スペクトル $\hat{\zeta}(\omega_{inst}; t_{max})$ と TPSE 変調不安定波の周波数スペクトル $\hat{\zeta}(\omega)$ の比較。 ([10]より引用、一部修正)

数スペクトルの基底 $\exp(i\omega_{inst}t)$ と TPSE 変調不安定波の周波数スペクトルの基底 $\exp(i\omega t)$ が一致することで、両者の水位時系列が一致することになる。

各成分波の瞬時周波数は、次式のように定義される [18] :

$$\omega_{inst}(k; t) = \sqrt{gk} - \frac{\partial \delta(k; t)}{\partial t}. \quad (14)$$

$\delta(k; t)$ は準共鳴相互作用によりゆっくりと時間変化する位相成分 (e.g., [4]) である。本研究で実施している HOSM 数値計算においては、波数スペクトル $\hat{\zeta}(k; t)$ の時間発達が計算される一方で、各成分波の位相の時間発達も計算される。つまり、式(14)により、瞬時周波数 $\omega_{inst}(k; t)$ を数値的に求めることが可能となり、これにより波数スペクトルを瞬時周波数スペクトルに変換することが可能となる ($\hat{\zeta}(k; t) \rightarrow \hat{\zeta}(\omega_{inst}; t)$)。

HOSM 計算結果から SPTE 変調不安定波の各成分波の瞬時周波数を求めたところ、式(14)右辺第 2 項の影響により、瞬時周波数 ω_{inst} が線形分散関係曲線からずれ、線形分散関係曲線に搬送波数 $k = k_c$ で接する直線上 (式(5)) に乗ることがわかった [10]。この SPTE 変調不安定波の離散的な瞬時周波数基底 $\exp(i\omega_{inst}t)$ と、TPSE 変調不安定波の離散的なグローバルな周波数基底 $\exp(i\omega t)$ は一致する。そのため、SPTE 変調不安定波の瞬時周波数スペクトル $\hat{\zeta}(\omega_{inst}; t)$ と、TPSE 変調不安定波の周波数スペクトル $\hat{\zeta}(\omega)$ を直接比較することができる (図 6)。図 6 より、クレスト高さが最大となる時刻における SPTE 変調不安定波の瞬時周波数スペクトル $\hat{\zeta}(\omega_{inst}; t_{max})$ が、TPSE 変調不安定波の周波数スペクトル $\hat{\zeta}(\omega)$ と良く一致していることがわかる。つまり、クレスト高さが最大となる時刻付近の限られた時間領域において、両者のスペクトル形状が一致し、すなわち両者の時系列が一致することがわかった。

5. おわりに

ここでは、実験・理論・数値計算を通じた変調不安定波に関する最近の研究成果を紹介し、特に、空間周期的で時間発達する (SPTE) 変調不安定波および時間周期的で空間発達する (TPSE) 変調不安定波の波形の類似性に関する議論を行った。ここでは、ある 1 つの初期パラメータで決められる変調不安定波のみについて扱った。他のいくつかのパラメータの変調不安定波に関する波形の一致についても確認されているが[10]、さらに、初期波形勾配や擾乱波数が変調不安定波の波形（クレスト高さ、クレスト前面勾配、波長等）に及ぼす影響を明らかにすることも重要になると考えられる。また、このような研究で得られた変調不安定波の知見を活用し、現在、フリーク波等の危険な波に対する船舶の運動・構造応答の解明に向けた研究に取り組んでいる[10][21]。

謝辞

本研究は、早稲田卓爾教授（東京大学）の指導の下で実施した。また、水槽実験においては、谷澤克治博士、沢田博史氏をはじめとする海上技術安全研究所のたくさんの研究員の協力のもとに実施し、様々な議論をしていただいた。皆様に深く感謝申し上げます。また、本研究の一部は、JSPS 科研費 JP 25249126, JP 15K18295, JP 16H02429 及び京都大学数理科学研究所国際共同利用・共同研究拠点事業の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] Janssen, P. A. (2003). Nonlinear four-wave interactions and freak waves. *Journal of Physical Oceanography*, 33(4), 863-884.
- [2] Onorato, M., Waseda, T., Toffoli, A., Cavaleri, L., Gramstad, O., Janssen, P. A. E. M., ... & Serio, M. (2009). Statistical properties of directional ocean waves: the role of the modulational instability in the formation of extreme events. *Physical review letters*, 102(11), 114502.
- [3] Waseda, T., Kinoshita, T., & Tamura, H. (2009). Evolution of a random directional wave and freak wave occurrence. *Journal of Physical Oceanography*, 39(3), 621-639.
- [4] Benjamin, T. B., & Feir, J. E. (1967). The disintegration of wave trains on deep water Part 1. Theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 27(3), 417-430.
- [5] Tulin, M. P., & Waseda, T. (1999). Laboratory observations of wave group evolution, including breaking effects. *Journal of Fluid Mechanics*, 378, 197-232.
- [6] Benjamin, T. B. (1967). Instability of periodic wavetrains in nonlinear dispersive systems. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 299(1456), 59-76.
- [7] Zakharov, V. E. (1968). Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 9(2), 190-194.
- [8] West, B. J., Brueckner, K. A., Janda, R. S., Milder, D. M., & Milton, R. L. (1987). A new numerical method for surface hydrodynamics. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 92(C11), 11803-11824.

- [9] Onorato, M., Osborne, A. R., Serio, M., & Bertone, S. (2001). Freak waves in random oceanic sea states. *Physical review letters*, 86(25), 5831.
- [10] Houtani, H., Waseda, T., & Tanizawa, K. (2018). Experimental and numerical investigations of temporally and spatially periodic modulated wave trains. *Physics of Fluids*, 30(3), 034101.
- [11] Houtani, H., Waseda, T., Tanizawa, K., & Sawada, H. (2019). Temporal variation of modulated-wave-train geometries and their influence on vertical bending moments of a container ship. *Applied Ocean Research*, 86, 128-140.
- [12] Houtani, H., Waseda, T., Fujimoto, W., Kiyomatsu, K., & Tanizawa, K. (2018). Generation of a spatially periodic directional wave field in a rectangular wave basin based on higher-order spectral simulation. *Ocean Engineering*, 169, 428-441.
- [13] Houtani, H., Waseda, T., & Tanizawa, K. (2017). Measurement of spatial wave profiles and particle velocities on a wave surface by stereo imaging-validation with unidirectional regular waves. *Journal of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers*, 25.
- [14] Tanizawa, K. (1996). Long time fully nonlinear simulation of floating body motions with artificial damping zone. *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, 1996(180), 311-319.
- [15] Tulin, M. P., & Waseda, T. (1999). Laboratory observations of wave group evolution, including breaking effects. *Journal of Fluid Mechanics*, 378, 197-232.
- [16] Houtani, H., Waseda, T., Fujimoto, W., Kiyomatsu, K., & Tanizawa, K. (2018). Generation of a spatially periodic directional wave field in a rectangular wave basin based on higher-order spectral simulation. *Ocean Engineering*, 169, 428-441.
- [17] Dommermuth, D. G., & Yue, D. K. (1987). A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 184, 267-288.
- [18] Gibson, R. S., & Swan, C. (2006). The evolution of large ocean waves: the role of local and rapid spectral changes. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 463(2077), 21-48.
- [19] Akhmediev, N. N., Eleonskii, V. M., & Kulagin, N. E. (1987). Exact first-order solutions of the nonlinear Schrödinger equation. *Theoretical and mathematical physics*, 72(2), 809-818.
- [20] Onorato, M., Residori, S., Bortolozzo, U., Montina, A., & Arecchi, F. T. (2013). Rogue waves and their generating mechanisms in different physical contexts. *Physics Reports*, 528(2), 47-89.
- [21] Houtani, H., Komoriyama, Y., Matsui, S., Oka, M., Sawada, H., Tanaka, Y., & Tanizawa, K. (2018). Designing a Hydro-Structural Ship Model to Experimentally Measure its Vertical Bending and Torsional Vibrations. *Journal of Advanced Research in Ocean Engineering*, 4(4), 174-184.