

固有関数展開 の ひとつの公式

数 理 数 青 本 和 彦

Γ を 基 点 0 を 持 っ, “漸 近 的 な 樹 木” と する. す な わ ち Γ の 0 を 含 む コ ン パ ク ト 部 分 グ ラ フ Γ^* が あ っ て $\Gamma - \Gamma^*$ は 互 に 互 に 無 縁 な 樹 木 か ら な っ て い る も の と する. $\gamma, \gamma' \in \Gamma - \Gamma^*$ に 対 し て, $\text{dis}(0, \gamma') < \text{dis}(0, \gamma)$ 且 っ γ と γ' を 結 ぶ 測 地 線 片 が $\Gamma - \Gamma^*$ に と れ る 時, “ γ は γ' より 大” と 言 い, $\gamma > \gamma'$ と 記 す 事 に する.

今 A は $l^2(\Gamma)$ 上 の 線 型 作 用 素

$$Au(\alpha) = \sum_{\gamma'} a_{\gamma\gamma'} u(\gamma')$$

$u(\alpha) \in l^2(\Gamma)$, 且

$$i) a_{\gamma\gamma'} = 0, \text{dis}(\alpha, \gamma') \geq 2$$

$$\text{ii) } a_{\gamma, \gamma'} \neq 0 \quad (\gamma \text{ と } \gamma' \text{ とが隣接})$$

$$\text{iii) } a_{\gamma, \gamma'} = a_{\gamma', \gamma}$$

を満たすものとする. さらに

$$[C1] \quad \sum_{n=1}^{\infty} \min_{\substack{\text{dis}(0, \gamma)=n \\ \langle \gamma, \gamma' \rangle}} \frac{1}{|a_{\gamma, \gamma'}|} = \infty$$

を仮定する. +

すると A は $\ell^2(\Gamma)$ 上 K 自己共役作用素を定義する. 従って $\det A \neq 0$ ならば, A のレゾルバント $(\lambda - A)^{-1}$ を表わすグリーン核 $G(\gamma, \gamma' | \lambda)$ が定義される.

我々の研究目標は

- (1) グリーン核 $G(\gamma, \gamma' | \lambda)$ の λ についての解析性の追求
- (2) $G(\gamma, \gamma' | \lambda)$ の ~~無限遠~~ $(\gamma' \rightarrow \infty)$ での振舞いの追求
- (3) 連続スペクトルを与える密度行列の計算

を行なう事である。

特に Γ が 自由群 である 場合
 は H. Kesten (1959) 及び E.B. Dynkin and
 M.B. Mal'nev (1961) の 先駆的 結果, 又
 吉沢尚明 (1951) の 既約表現の 研究
 以来, C^* 環 (von Neumann 環) との
 関連 など で ある 人々の 興味をそそ
 っている。

一方, 私は いか 戸田 格子の 自然な
 拡張 として 意味を 持っている のでは
 ないか と思ひ, この 2,3年 頭をつ込んで
 みわけて, 特に “グリーン関数 $G(x, y | z)$
 の 代数性” の 事実 に 到達した。
 たゞ “なぜ 樹木か?” という 逆問題
 については まだ 不明であり, 恐らく
 或種の Padé 近似 と 関連する ものと
 思われる。

自由群の既約表現の研究にいか
 なる 意味を持つのかも 私にとっては
 不明である。

文献

[1] K. Aomoto, Spectral theory on a free group and algebraic curves, Jour. Fac. Sci. Univ. of Tokyo, 31(1984), 297-317.

[2] ———, A formula of Eigen-function Expansions, I. Case of Asymptotic Trees, Proc. Japan Acad. 61(1985), 11-14

[3] ——— and Y. Kato, Green functions and spectrum in a free product of cyclic groups, preprint 1984.

[4] A. Figà-Talamanca and M.A. Picardello, Harmonic analysis on free groups, Lec. Notes in Pure and Appl. Math., 87(1983), Marcel Dekker

[5] その他, P. Gerl, W. Woess, T. Steger, M.A. Picardello, 橋爪道彦, 梶原敏氏などのプリント.