

- 1) Leo P. Kadanoff, W. Götze, D. Hamblen, R. Hecht, E. A. S. Lewis, V. V. Palciauskas, M. Rayl, J. Swift, D. Aspnes and J. Kane, Rev. Mod. Phys. 39 (1967) 395

Scaling law と零点分布

阿 部 龍 蔵 (東大教養)

2次相転移を示す物質の T_c 近傍における物性が実験的に詳しく調べられるようになった。しかし、この問題を理論的に取扱うのは難しいことである。勿論、2次元 Ising 模型のように厳密解がえられる場合は文句はないが、一般の体系でそのような厳密解を期待するのは極めて望みうすである。それでは、今までどういう方法が使われたかを反省すると、一番有力な武器は数値計算であったように思われる。すなわち、Ising 模型であれば、その高温展開あるいは低温展開の項をできるだけ沢山求め、それをもとにしていわゆる critical exponent を計算する方法が使われた。なにしろ、無限級数の解析性を有限項から推理しようとする考えだから、多くの批判があったのも当然である。しかし、2次元の厳密解とよく一致する結果がえられるという事実は、この種の数値計算に相当な信頼性があることを物語っている。

一方、これに対して、 T_c 近傍で熱力学的関数のもつ一般的な性質を考慮しようとする試みもある。それを現在では scaling law とよぶようであるが、それを説明するため、例として強磁性体の場合を考え、外からかける磁場を H 、磁化を M 、また、 T_c からのはずれをあらわすパラメーターとして

$$t = (T - T_c) / T_c$$

で t を定義する。scaling law の教えるところによると、磁場が小さく、また T が T_c の近くであれば

$$H = M t^r G(M^2 t^{2r-\Delta})$$

scaling law と零点分布・「スピン系の二次相転移の理論 — 複素磁場 —」

という関係が存在する。ここで、 r, Δ は適当なパラメーター、また $G(x)$ は x のある関数である。 $T > T_c$ であれば上の式から $M \propto H t^{-r}$ 、すなわち帯磁率 χ は

$$\chi \propto t^{-r}$$

とあらわされる。むしろ、この式で r が定義されると考えた方がよい。さて、上で述べた scaling law の意味するところは、縦軸に $H/M t^r$ をとり、横軸に $M^2 t^{2r-\Delta}$ をとれば、 t, H, M 等がいろいろ変化しても、上の二つの量にはある一定な関数関係が存在する、ということである。実際、そのようなプロットは実験データを整理するのに使われている。

ここでは、scaling law を導く一つの方法として、Lee - Yang の零点分布を利用する話をした。既に詳細は Prog. Theor. Phys. に発表してあるので (38 (1967) 72~80), それを参考としていただきたい。

「スピン系の二次相転移の理論 — 複素磁場 —」

鈴木 増 雄 (東大理)

二次相転移に於ける転移点近傍の異常性を調べる方法として、ここでは、Ising モデルに限って、その状態和の零点を利用することを考える。出発点は Lee - Yang theorem¹⁾にある。即ち、Hamiltonian を

$$H = -J \sum_i S_i S_{i+1} - mH \sum_i S_i ; S_i = \pm 1, \dots\dots\dots (1)$$

とすると、系の状態和は、fugacity z の多項式であわされる：

$$Z_N(K, h) = \left[\exp \frac{h}{2} \right]^N \sum_{k=0}^N a_k z^k, \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

$$K = J/kT, \quad z = e^{-h}, \quad h = 2mH/kT, \quad a_{N-k} = a_k$$