

「場の理論における“中心極限定理”」仮説

— くりこみ可能性は原理か結果か —

基研 益 川 敏 英

§ 1. 素粒子物理学とくりこみ可能性

重力についてはまだ明確な知見は無いが、他の強、電磁、弱の三つの相互作用は今日くりこみ可能であると考えられている。この意味で我々の世界はなんらかの理由でくりこみ可能な相互作用しか許されていないと考える事（原理）は自然であるかもしれない。しかし、我々が現在使っているくりこみ可能と言う概念（または技術）とそれを自然に要求することは技術的側面からも物理的側面から見ても問題があるように私には思われる。理由の1つは counter term を代数和として有限個しか許さないと言うことがある。counter term が無限個導入されると発散をくり込んだ後の有限量が任意常数となって、理論の中に無限個の自由度が生じてしまい理論の体を成さなくなるのでこの要請がなされる。しかし無限個の counter term も例えば $(e^{\partial_m \bar{\psi} \psi} - 1)$ の様に成っていれば不定常数は1つしか導入したことにしかならない。現在のくりこみ可能の概念はこの可能性を無視している。もう一つの理由は物理的理由である。ゲージ理論において“くりこみ可能”であるためには相互作用は minimal coupling でなければならない。量子論的相対論的存在様式としての最も基本的レベルでの粒子を考えたとし、それには場の量子論を越えた意味での下部構造があり、内部運動があるはずである。これを反映してその粒子の相互作用は当然微分を含んだ項を含んでいるはずである。これは minimal coupling でない。この分析は我々に次のことを教えてくれているように思える。すなわち、プランク質量 (10^{19} GeV) またはそれ以上のある規準エネルギーがあってそれ以上のエネルギーの現象は“くりこみ不可能”な相互作用（現象論的）で記述されているが、現在我々が見ている 100 GeV 位の現象は結果として“くりこみ可能”な相互作用で記述出来る機構が存在する。（くりこみ可能性は原理でなく結果である。） この意味で私は“くりこみ不可能”な相互作用の研究が重要であると考えています。またここでは深入りしませんが、大統一理論では 10^{15} GeV のスケールと Weinberg-Salam のスケール 10^2 GeV を実現させるために理論の中で不定常数の超精密同調が必要であり、これが大統一理論の成功の中で一つの不安材料であります。この問題もくりこみ可能性は結果であるということと関係があるように思えます。また仮説の上に仮説を重ねる事が許されるならば我々の空間の次元が四であることとも関係があるかもしれません。

§ 2. くりこみ可能性についての分析

“くりこみ不可能”な相互作用も結果としてくりこみ可能な相互作用のように見える機構が有って、それが既に充分解明されている様な雰囲気を § 1 で読者は受けられたかもしれませんが、それは著者がそう確信しているだけで何も分っていないと言う方が現実に近いと言えます。

しかし、二三分っていることにふれそこから一つの仮説を導びき出したいと思います。

i) Klauder の分析¹⁾

Klauder は次の事を示した。自由粒子系のアクション $S_0(\phi, \psi, \dots)$ と相互作用系のアクション $S(\phi, \psi, \dots)$ を考える。(時空はユークリッド化しておく) 次の定理が成立つ。

定理 (Klauder) S がくりこみ可能であれば、

$$\{\phi, \psi, \dots; S_0(\phi, \psi, \dots) < \infty\} = \{\phi, \psi, \dots; S(\phi, \psi, \dots)\}$$

S がくりこみ不可能であれば等号は成立たない。

この定理は経路積分に乘せて考えれば、“くりこみ不可能”な相互作用は相互作用常数をゼロにいくら近づけても自由粒子にならない事がすぐ分かり、セツ動計算が出来ない事を示している。“くりこみ不可能”な相互作用はセツ動計算に依拠した“くりこみ処方”は始めから使えないのであり、非セツ動的な計算を要求している。この意味で従来のくりこみを P-renormalization と呼び、非セツ動的くりこみを NP-renormalization と言うことにしよう。

ii) Shizuya の分析

Shizuya は 3 次元の 4 体フェルミ相互作用は P-nonrenormalizable であるが、NP-renormalizable である事を示した。この証明は 4 体フェルミ相互作用の系はフェルミ粒子とスカラー粒子が湯川相互作用をしている系でそれ等の質量と相互作用常数に特殊な関係があるものに一致する事を示すことでなされている。これは 4 体フェルミの理論の言葉で言えばフェルミオン鎖をすべて先に加え上げることに対応している。これから次の conjecture が導びける。

M-conjecture : NP-renormalizable model は相互作用常数、質量等に適当な条件を付した P-renormalizable model に等価となる。相互作用常数、質量等はユニタリテーの条件で許される境界の値を取る。

結果としての P-renormalizable model は不定常数に一定の関係があることは大統一理論の超精密同調との関係で興味深い。

iii) 量子力学と中心極限定理

量子力学は Short Time Action Formalism で記述出来る。

$A(q, q'; \Delta t)$: Short Time Action

$$S(q_f, q_i, t_f, t_i) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int dq_1 dq_2 \cdots dq_N e^{-\sum A(\sum_i q_{i-1} \Delta t)}$$

今 Short Time Action として $A(q, q'; \Delta t) = r(\Delta t) \cdot \left(\frac{q - q'}{\Delta t}\right)^2 \Delta t + V \Delta t$ を考える。これは Lagrangian $r \dot{q}^2 + V$ に対応している。 $r(\Delta t)$ を常数とすると上記の $\Delta t \rightarrow 0$ の極限は存在しない。しかし、くりこみ理論の精神に従って、裸の量には Δt 依存性を持たせ S -行列を有限になるようにする。このためには $r(\Delta t) \propto \Delta t$ とすればよい。結果は $\mathcal{L} = \frac{m}{2} \dot{q}^2 + V(q)$ の理論と等価となる。証明は確率論の中心極限定理の証明とまったく同じである。微小分布の和からなる有限な量の分布は Gauss 分布になることを中心極限定理は主張している。上の量子力学での経験が場の量子論に拡張出来れば「どのような相互作用の理論も裸の量に適切な cut off 依存性を持たせ S -行列が有限になるようにすれば（これはくりこみと言う処方の拡張である。）、それはくりこみ可能な理論に等価となる。くりこみ可能な理論は中心極限定理の Gauss 分布的役割を担う。」と言う仮説が導出出来る。

References

- 1) J.R. Klauder, Ann. Phys. 117 (1979) 19.
- 2) K. Shizuya, UT-Komaba 77-3 (unpublished), Phys. Rev. D21 (1980) 2327.

Interface の理論

九大・理 川 崎 恭 治

ラフニング転移がクォークの閉じこめの問題に関連がありそうだと云われだしてから Interface の話が素粒子の人にも関心をもたれ出して来たが、本来 Interface の問題は対称性の自発的破れがある場合に必ず問題になると云う意味でラフニングに限らずもっと関心をもたれてよいのではないかと思う。しかし実は一口に Interface の問題といっても色々な側面がある。例えばある物質の表面張力の温度変化等を分子論的に統計力学を使って理解しようと云う昔からある地味な問題がある。¹⁾ しかしこれは素粒子の人には余り興味が無い。より興味があるのは、場の理論で話ができる場合である。場の理論は連続体理論であるからこれで扱える為には分子の粒々が表に出てくるような場合は困る。即ち Interface の厚さ等の問題にする長さがミクロな長さに比して充分大きくなければならない。これは臨界点近傍に限られる。この様な理論は既に van der Waals によって与えられている。そこでは Ginzburg-Landau Wilson の “ラグランジアン” を 2 相共存の境界条件の下で極小にすればよい。しかしこれでは平均場近