

メソスコピック系の物理

広島大学 工学部 伊澤義雅

1 はじめに

メソスコピック系はいわゆるミクロとマクロの中間領域にあり、そのどちらの性格も色濃く引き継いでいる。電子が波として見えることは、原子や分子のミクロなレベルでは当然である。他方、メソスコピック系の試料は細い導体や絶縁物の組み合わせで作られた小さな電気回路あるいは素子と見ることもできる。この系の面白さは、ミクロなレベルとマクロなレベルの物性がこの中間領域でどのように絡み合って新しい効果を生み出すかを明らかにすることにあると考えられる。

しかも最近の技術の急激な進歩のおかげで、電子を1個ずつコントロールできる驚くべき時代に到達しており、研究室レベルでは、電子を1個ずつ制御し情報転送が可能な単一電子トランジスタが動作している。このような微細な素子中で展開されている少数電子系の織りなす動的な世界は、古典力学の枠に収まりきらず、ミクロな領域を記述する量子力学によって初めて理解可能となる。

われわれが日常利用している素子の中で情報を担って動き回っている電子はほぼ古典力学に従う粒子と考えられる。ところが素子が小さくなり $1\mu\text{m}$ 程度になると、低温では素子中の電子を純粋な粒子とみなすことはできず、電子の波動的な性質に起因する現象、たとえば干渉効果、が観測されるようになる。このことは、一つの微細な素子を独立な部分系に分解しそれらの和として全体を記述する標準的な方法論が使えなくなるという厄介な問題とも関連している。このため、微細化をどんどん推し進めてゆくと、素子は部分と全体とが絡み合う非局所的な量子的世界に入っていくことがわかる。

小さな領域に閉じこめられた電子の波動関数・エネルギー準位・電子数分布に関する研究はメソスコピック系を理解する上で重要であるが、これだけではメソスコピック系を理解するには十分でない。小さな閉じこめ領域とマクロな外部回路をつなぐインターフェースの問題が非常に重要であり、閉じこめ領域と、外部回路につながるリードや電極との相互作用の問題が大切な研究対象である。

いいかえれば、メソスコピック系を閉じた系としてではなく開放系と考えることが系の振る舞いを理解する上で必要になると考えられる。

実験で用いられるメソスコピック系の材料は、伝導現象に限っても、(正常)金属、半導体、超伝導体と広範囲にわたる。試料の作製には微細加工技術が必要でありメソスコピック系の物理は技術の進歩を背景に誕生した研究分野といえる。主役は微小な空間に閉じこめられた電子あるいは光子であり、主役が活躍する舞台をうまく整備し、いかに主役の持つ量子力学的な本領を発揮させるかが微細加工技術の最大の課題である。

メソスコピック系の研究領域は技術の進歩につれ、よりミクロな方向に重心を移しながら発展・拡大を遂げてきた。ミクロな方向への最終の到達点は原子サイズの現象である。近い将来分子エレクトロニクスの研究分野と融合しつつ発展してゆく可能性も考えられる。もしそのような時代が到来すれば、ミクロンからオングストローム(原子サイズ)にわたる、広大な研究分野が拓かれるに違いない。このような動きの一端は、トンネル顕微鏡の研究などから見て取ることができる。

微細な素子中の伝導現象を拡散、バリスティック、トンネル伝導領域に分け、各領域の典型的な現象と発生機構について講義する。

拡散伝導領域に関しては、AB効果、コンダクタンス揺らぎとその破れ、多端子効果、磁気抵抗の非対称性などについて述べ、これらの現象が、電子の波動性や非局所性の帰結としていかに理解されるかを講義する。

バリスティック伝導領域に関しては、コンダクタンスの量子化、ホール電圧の消失、ショットノイズの抑制、などについて解説するとともに、これらの現象の説明に使われるランダウア公式の意味を議論する。

トンネル伝導領域に関しては、二重障壁構造系に重点を置き、量子ドットなどで観測されるクーロン・ブロッケード関連のクーロン振動、非線形電流－電圧特性、量子ドット・タースタイル素子特性（電流量子化）、PAT(Photon Assisted Tunneling)、交流変調特性などについて触れたい。

以上が講義予定であるが、ここに記載された内容は講義予定の一部（あるいは一部の詳細）である。電子を一個一個制御しようとする視点から問題となる時間・空間揺らぎの効果、トンネル伝導領域特有の非線形・動的特性に関する理論的な取り扱いは今後重要性を増してくるものと考えられる。できればこのような理論の方法にも言及したい。

2 拡散伝導領域

メソスコピック系の物理 [1] が誕生した第一の契機は、AAS振動と呼ばれる電子波の干渉効果であった。これは、Altshuler 達 [2] が予言した磁気抵抗の振動現象であり、正常金属のリングの直径が位相干渉長と同程度か小さい場合に観測される現象で、磁気抵抗の振動の磁束周期は $\frac{h}{2e}$ である。AAS振動の観測に用いられた試料は中空円筒や周期的に並べた単一リングであり、そのサイズは平均自由行程に比べ遥かに大きなものであった。これらの実験結果と理論解析との比較から、電子波の位相干渉長を決定する散乱機構は、不純物散乱などの弾性散乱ではなく、非弾性あるいはスピンの散乱であることが明らかにされた。

第二の契機は、太さ数百オングストロームの金属細線で作った単一リングでAAS振動の観測を試みていたIBMのWebb [3] 達の研究グループが、1984年、磁気抵抗に磁束周期が $\frac{h}{e}$ の新たな振動と、再現性のある非周期的な振動を発見したことに始まる。周期的な振動は磁気抵抗の振動周期から、直ちに、AB(Aharonov-Bohm)効果であると結論された。他方非周期的な磁気抵抗の振動は、振動構造が試料毎に大きく異なるものの、振動振幅をコンダクタンスの変化分 ΔG に換算すると、試料の大きさ、形、不純物散乱強度によらず、ほぼ $\Delta G \sim \frac{e^2}{h}$ となることが発見された。この非周期的な振動が、(リングを構成する) 細線中を貫く磁束が電子の波動関数の位相を変化させる効果によることは、リングを付けない細線だけの磁気抵抗にも同様な非周期的な振動が見られることから明らかとなった。

4端子法による詳細な測定によれば、磁気抵抗の微細な振動構造は磁場の反転に対して不変とはならないことが明らかにされた。しかしこれは微視的な相反定理に矛盾するものではなく、むしろ、相反定理の帰結なのだということが明らかにされた [4]。一連のIBMの実験により、拡散伝導領域における代表的な量子伝導現象が出揃った。

1. 半径0.5ミクロン程度の細い金属リングで観測された $\frac{h}{e}$ を磁束周期とするAB効果による磁気抵抗の振動現象
2. 再現性のある非周期的なコンダクタンス揺らぎと普遍性
3. 磁気抵抗の非対称性
4. 多端子効果：最も単純な効果は、試料の抵抗を2端子法で測定するか4端子法で測定するかという測定方法の違いが観測される現象の違いをもたらす効果。2端子的測定ではコンダクタンス揺らぎの大きさに普遍性が見られたものが、4端子測定では普遍性が破れる効果が典型といえる [5]－[6]。

1～4の全ての現象は電子の波動性に起因する位相干渉性や非局所性により説明がなされている。現在もメソスコピック系の大切なキーワードである非局所性は、これらの現象の研究過程で見いだ

された概念であるが、量子力学の基礎にかかわる問題（例えばEPR(Einstein-Podolsky-Rosen)）、超伝導、光学、その他幅広い分野で知られている量子力学特有の性質でもある。

電流と電場の関係を例にとり、この非局所性の簡単な説明を試みよう。電流と電場の最も単純な関係は、中学の電気で習って以来お馴染みのオームの法則に見られる。この法則は各点の電流値が同じ点の電場にのみ比例するとして導かれるため、オームの法則は電流と電場の関係を局所的と仮定している。ところが、我々が注目しているメソスコピック系では電子の波動性が強くなり、各点の電流値はその点の電場だけでなく、位相干渉長程度離れた、周囲の電場の影響を受ける。このように注目する物理量が同じ点の外場だけでなく、周囲の外場にも直接影響される時、非局所性をもつと言う。メソスコピック系では試料サイズと位相干渉長が同じオーダーになるため、非局所性の影響が大きく、オームの法則からのずれが観測されることになる。

現在、メソスコピック系の物理で用いられている大切なキーワードである非局所性、位相干渉性、多端子効果、非周期的揺らぎ、コンダクタンス揺らぎの普遍性などは、微小な金属細線の極微構造の研究から得られた概念なのである。

3 バリスティック伝導領域

第三の契機は、バリスティック伝導領域固有の最も典型的な現象として知られているポイント・コンタクトにおけるコンダクタンスの量子化の発見である。これは二つのグループによりほぼ同時に報告された [7]。

両グループとも、移動度の高い半導体材料である AlGaAs-GaAs ヘテロ接合面に形成された 2 次元電子ガス (2DEG) を利用し、その上に小さな金属のスプリット・ゲートを設置し負の電位によってゲート電極直下の電子の伝搬自由度を 2 次元から 1 次元に減らし、電子のフェルミ波長程度の細い伝導チャンネルを 2DEG 中に形成することによって観測に成功した。通常、細い伝導チャンネル部分あるいは「くびれ」をポイントコンタクトと呼んでいる。電子はゲート幅の広い 2DEG からポイントコンタクト近傍の準一次元的な狭い領域に入射しポイント・コンタクト内を伝搬し再び幅の広い 2DEG へ透過することにより電流が流れる。量子化コンダクタンスは、このような、Wide-Narrow-Wide のポイント・コンタクトの 2 端子コンダクタンス G が十分低温で量子化値 $G = \frac{2e^2 N_c}{h}$ ($N_c = [\frac{W k_F}{\pi}]$ 、 $[X]$ は X の最大整数部分) をとる現象であり、伝導チャンネル幅 W やフェルミ波数 k_F の関数として階段状に変化するはずである。観測されるのはコンダクタンスのゲート電圧依存性ではあるが、 G が量子化値を取りながら階段状に変化して行く様子が見事に示されている。

この現象がポイント・コンタクトの各伝導チャンネルの透過率が完全に 1 の場合に観測される現象であることは、Wide-Narrow-Wide 系の 2 端子コンダクタンスに対するランダウア公式

$$G = \frac{2e^2 D}{h} \quad (D: \text{左右リード間の透過確率}) \quad (1)$$

から簡単に結論できる。しかしこの公式の意味する内容や導き方に関しては研究者間で見解の食い違いがしばしば見受けられる。このためランダウア公式自体を明らかにすることが必要となる。このような観点から、次章ではランダウア公式の意味づけをめざしてもっと広い立場からバリスティック領域における線形応答論の議論を行うことにする。

バリスティック伝導領域では量子化コンダクタンスに加えて、電子収束効果、弱磁場でのホール効果の抑制 [8]、狭い伝導チャンネルの曲がり、くびれ、枝分かれ構造における抵抗増大や特異な磁場依存性など [9] の一連の現象がバリスティック伝導領域で見いだされ、研究の重点は一気に拡散領域からバリスティック領域に移行した。この領域の研究が開始されると、大学の物理関係の研究だけでなく民間の研究機関でもメソスコピック系の研究を積極的に行うようになってきた。特に、民間の研究機関は微細加工に関しては大学に比べ有利な立場にあるため民間の研究が研究動向に大きな影響力を持つようになってきた。

拡散領域は電子のエネルギーやスピンの情報が保存される伝導領域なのに対して、バルスティック領域はエネルギー、スピンに加えて電子の運動量に関する情報が保存される伝導領域である。情報が保存されることをコヒーレンスという言葉で表現すると、この二つの伝導領域のコヒーレンスの内容はかなり異なるため、二つの領域で共通に観測される普遍的な現象の他に、各伝導領域に固有な現象がある。拡散領域におけるコンダクタンス揺らぎの普遍性や、バルスティック領域におけるコンダクタンスの量子化は、各伝導領域固有の現象として有名である。他方、伝導領域によらない普遍的な現象は、非局所性に起因する、多端子効果、磁気抵抗の非対称性、AB効果、等である。AB効果はメソスコピック系では電子波の干渉効果として説明されるが非局所性がAB効果の本質である。

4 メソスコピック系の電流－電圧特性と回路理論

観測された現象が試料の構造や配置に強く依存すること、測定方法の違いが観測される現象の違いをもたらすことはメソスコピック系の大きな特徴である。このような特徴を理解するためには、試料の極微構造を電子波の回路と見なし、電流－電圧の関係を求めるため回路論的なアプローチが必要になると考えられる。基本の関係式は電流密度と電場の関係式、

$$j(r) = \int \sigma(r, r') \cdot E(r') dr' \quad (2)$$

である。ここで、 $\sigma(r, r')$ は r' 点の電場が r 点にどのような電流応答をもたらすかを特徴づける量である。量子伝導現象では $\sigma(r, r')$ の $r \neq r'$ の部分、つまり電気伝導度の非局所性を表す部分からの寄与が非常に重要になる。

拡散的な伝導の場合、試料中の電場分布は、古典的に記述できる平均的な電場と、多数の散乱体による散乱波の線形結合である電場揺らぎの和で表すことができる。拡散領域での電流－電圧特性の取り扱いについては、以前「物性若手夏の学校」でお話をしたのでこの講義録では省略させていただき、今回はバルスティック系の電流－電圧特性の取り扱いについて述べることにする [10]。

バルスティック系の特徴は、電子波が試料のかんりの部分で散乱を受けない点にある。このため、電流が流れていても電場がゼロで電位降下がない領域が存在する。しかし、太さに変化したり、曲がりの部分では電子波が反射し電位降下が生じる。このように散乱がなく電位降下がない領域と、試料の曲がりくびれ、あるいは、枝分かれ部分のように反射のため電位降下が生じる部分とが一つの試料中に混在しているのがバルスティック系では一般的である。

しかも、拡散領域に較べバルスティック系では電気伝導度の非局所性が強く電流を電場の関数としてではなく、試料の両端間の電位差の関数として表すと現象の本質をとらえ易いと考えられている。議論を単純化するため、試料が x 方向に長く、 $x = 0$ に関して対称、長さが L 、断面は一定とする。このとき、式(2)を試料の断面について積分すると、全電流は、電流連続条件から $x = 0$ の電流 $I(x = 0)$ に等しく次式で与えられる。

$$I(x = 0) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \tilde{\sigma}(x = 0 : x') E(x') dx' \quad (3)$$

$$\tilde{\sigma}(x = 0 : x') = \int \int \sigma(x = 0, y, z : x', y', z') dy dz dy' dz' \quad (4)$$

試料中に散乱体などの不均一性がないバルスティック系では上に述べた仮定から、 $\tilde{\sigma}(x = 0 : x')$ は x' の反転に対して不変であり、電位 $V(x')$ ($E(x') = -\frac{dV(x')}{dx'}$) を x' の奇関数にとることができる。以上より、電流は

$$I(x = 0) = -\tilde{\sigma}(x = 0 : x' = \frac{L}{2}) (V(\frac{L}{2}) - V(-\frac{L}{2}))$$

$$+ \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{d\tilde{\sigma}(x=0:x')}{dx'} V(x') dx' \quad (5)$$

となる。右辺第一項は、試料端に加えられた電位差に比例し試料内部の電位分布や電場によらない。右辺第二項は、 $\tilde{\sigma}(x=0:x')$ が試料中では（フェルミ波長程度の空間振動を平均操作により塗りつぶせば） x' によらずほぼ一定である。このような状況がバリスティック系では実現されているものと考えられる。電流は第一項で近似できそれが $\tilde{\sigma}(x=0:x'=\frac{L}{2})$ に比例することから、少なくとも対称的な試料では電気伝導度の非局所成分が電流に寄与し局所成分はほとんど寄与しないことがわかる。これは局所成分が伝導特性を支配し非局所成分が小さな量子補正と見なせる拡散領域とは著しく対照的である。バリスティック伝導を理解するには拡散領域とはかなり異なる考え方をすることが必要であろうと予想される。

4.1 バリスティック系の基本的な考え方

バリスティック系の解析には、しばしば、Landauer [11]-Büttiker 理論 [12] が用いられ成功を収めてきた。この理論は試料（散乱体）の両端に散乱のない理想的なリードを取り付け、さらにその外側に（局所）平衡状態にあるいわゆる「熱浴」を取り付けたモデルを想定した理論である。左（右）「熱浴」の化学ポテンシャルをそれぞれ、 μ_L, μ_R とし、その差 $\Delta\mu = \mu_L - \mu_R$ を小さいとすると電流は $\Delta\mu$ に比例する。仮に、 $\mu_L > \mu_R$ とし、 μ_R と μ_L 間のエネルギーを持つ電子が左電極から右電極へ透過確率 D で透過し電流 I となる場合を考えると

$$I = 2e \sum_{p>0} D v_p (f_L(p) - f_R(p)) \quad (6)$$

が得られる。ただし、 $v_p = d\varepsilon(p)/dp$ は群速度、 $f_{L(R)}(p) = 1/[1 + \exp\{\beta(\varepsilon(p) - \mu_{L(R)})\}]$ は左（右）熱浴のフェルミ分布関数、 $\varepsilon(p) = p^2/2m$ である。温度が十分に低いとし $\Delta\mu$ の一次まで求めるとリードが一次元系であるとする、 $I = \frac{2eD}{h} \Delta\mu$ が得られる。熱浴の両端に加わる電位差 $V = \Delta\mu/e$ で割ると2端子コンダクタンスは $G = I/V = \frac{2e^2 D}{h}$ と表される。これが最も簡単なランダウア公式で、伝導チャンネル（あるいはモード）一個の場合のコンダクタンスである。この導き方は自然に見えるが次の疑問がわく。

- ランダウア公式に現れる透過確率 D とは何が何処から何処へ透過する確率なのか？
- 外部から印加した電位差はポイント・コンタクトの何処にどれだけかかるのか？

この単純な疑問に対する答は上の導出法から得ることは期待できず、新たなアプローチが必要となる。問題を明確化するため、取り扱う系を次のように定義する。

試料となる散乱領域にいくつかの理想的な細いリードがつながり、その各々の向こう端に電極がつながっている系を考える（図1）。電極はリードに比べて十分太く局所平衡状態が成立しているものとする。試料形状は複雑な構造でもよいがその大きさは平均自由行程より小さく、勿論位相干渉長に比べても十分に小さいものと仮定する。平均自由行程より大きな試料の場合には、拡散領域の解析方法を使えばすむため以下の解析を用いる必要はない。

この系に外部回路から電極を通じて試料に電流を流す。このため i 番目のリードを流れる電流と i 番目の電極の電流は等しい。電極とリードのコンタクトが後述するように理想的な場合、その電極をリザーバと呼ぶ。 i 番目のリザーバの電位を V_i^R と書き、そこに直接つながるリード線の電位を V_i とする。リザーバとリード線の境界では線幅が大きく変化するため、当然のことではあるがリザーバからリードへ入射する波は反射され、境界近傍に電位差が現れる。このため、回路を記述す

る基本となる電位と電流の関係を議論する際、次の二つを明確に区別して考えることが必要になる。一つは、リード線電位とリード電流の関係式、

$$I_i = \sum_j \alpha_{ij} V_j \quad (7)$$

もう一つは、リザーバの電位とリード線の電流の関係を記述する関係式である。

$$I_i = \sum_j \alpha_{ij}^R V_j^R \quad (8)$$

問題は、 α_{ij} と α_{ij}^R がどのように与えられるかに帰着される。

この問題を解く鍵は、回路に電流の流れている状態の取り扱いにあると考える。以下の解析で、電流が流れている回路を閉じた系ではなく開放系 (open system) として取り扱いランダウア公式との関連をみる [13]。

解析を単純にするため、太さ一定で散乱のない伝導チャンネルに一定電流 I が流れている場合から議論を始めよう。この系は試料とリザーバをつなぐ理想リード線に相当している。後述するリザーバもこのような伝導チャンネルの一種と見なしで取り扱う。リードとの違いは、リザーバが本質的に多自由度系 (厳密には無限自由度系) でありチャンネル数はリードに比べて圧倒的に多い。このような理想化された伝導チャンネルのハミルトニアンは、電流が流れていない場合、

$$H_0 = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + U(y) \quad (9)$$

と与えられる。ここで、 x はチャンネルに沿う方向、 y は横方向。 $U(y)$ は y 方向の電子の閉じこめポテンシャル。電流 I が流れると、ハミルトニアンには附加項が付き

$$H = H_0 + eV(x) - v_x p_x \quad (10)$$

となる。ここで、 $V(x)$ は電流によって誘起されたリード内の電位変化、 v_x はチャンネルに沿って走る全電子の平均速度であり、電流 I は $I = nev_x$ で与えられる。ここで n は電子密度、 e は電子の電荷、右辺第三項はチャンネルに沿って流れがあるため電子系に状態変化 (フェルミ面のシフト) が生じていることを表す項である。電流が流れている回路を開放系 (open system) とし、外部条件を直接ハミルトニアンの附加項として導入するこのような方法はラグランジの未定係数法 (Method of Lagrange Multiplier) と呼ばれる。この方法は、チャンネルに沿った x 方向の運動量が運動の定数の場合、流れの効果を正しく記述する。つまり、電子の運動量の情報が保存されるバリステック系に適した方法であり、流れの効果を正しく議論できる有効な手段となる。特に、理想的なリード内では散乱が無視でき、 $V(x)$ が一定となるためこの方法が有効となる。

電位降下はリザーバとリード線の境界や試料の曲がり・くびれ・枝分かれの部分の電子波の反射が原因である。電子波の反射、透過は散乱理論の得意とするところであり、試料を介したリードから別のリードへの反射・透過の問題として、散乱理論の枠組みを用いて、試料の電位降下の問題を取り扱うことができる。この方法の限界は、散乱理論の枠組みを用いているため、リードと試料、リードと電極の境界近傍での電位の空間変化の詳細を明らかにすることはできない。もっと詳細な電位分布を知りたいければ、Wigner 関数など他の方法を使う必要がある。

4.2 散乱理論による電流の透過・反射の取り扱い

リード線に散乱体がない理想リードを仮定する。このため電子波は自由に伝搬する。リード線に沿い、+向き-向きの互いに逆向きの二つの方向を定義すると、それぞれの方向に進む電子波は独

立であり、途中で+向きの波が-向きの波に変換されることはない。 i 番目のリード線で左右二つの方向に進む電子波による電流を、 I_+, I_- と置くと、リード線を流れる電流 $I(i)$ は

$$I(i) = I_+(i) + I_-(i) \quad (11)$$

と書き表され、しかも、 $I_+(i), I_-(i)$ はリード線の中で一定となる。これらの電流成分から、電流の流れがない平衡状態の成分を取り除いて書くと

$$I_+(i) = \frac{e}{m} W_i \sum_{p_x > 0} (\langle p_x \rangle_i - \langle p_x \rangle_{i0}) \quad (12)$$

$$I_-(i) = \frac{e}{m} W_i \sum_{p_x < 0} (\langle p_x \rangle_i - \langle p_x \rangle_{i0}) \quad (13)$$

となる。簡単のため、+向きを $p_x > 0$ に、-向きを $p_x < 0$ に対応させる。 W_i は i 番目のリード線の線幅。 $\langle \dots \rangle$ は電流がある系での統計力学的な平均、 $\langle \dots \rangle_0$ は電流ゼロの状態に関する熱平均である。式(11)が意味を持つためには、+向きの電子波と-向きの電子波の(リード内の散乱による反射波との)波の混合(mixing)がリード内で無視できることが必要となる。もし無視できなければ、散乱理論を適用する際の前提である自由伝搬領域の存在が保証されないことになる。リード線に、散乱理論における自由な伝搬領域の役割を担ってもらうことが我々の狙いであるが、試料、リード、電極をいつもこのように単純に切り分けることができるかどうかは、試料を含む回路全体の構造に依存しており、いつもうまくいくとは限らないことにあらかじめ注意すべきであろう。

4.3 電極の付いていない2端子素子の解析

議論を簡略化するため、試料から二つの十分に長いリード線がでているもの、つまり、自由伝搬領域の存在が保証される2端子素子について議論する(図2)。しかも二つのリード線の伝搬チャンネルは各々一個とする。試料を単に散乱のある領域と見れば、散乱体のある領域が二つの理想的なリード線で挟まれた系と見ることができる。このとき、 $I_+(1)$ と $I_-(1)$ とをリード1の領域の電位 V_1 とそのリードを流れる電流 I の一次関数として表すと、

$$I_+(1) = G_0 V_1 + \frac{I}{2} \quad (14)$$

$$I = I_+(1) + I_-(1) \quad (15)$$

となる。ここで、+向きをリードから試料へ向かう方向とし、-向きをその逆方向としている。 G_0 はリード内の電流を電位 V に関して一次近似で求めたコンダクタンスであり、次式で与えられる。

$$G_0 = \frac{2e^2 f(\varepsilon_1)}{h} \quad (16)$$

ε_1 はリード線の横方向サブバンドの最低次エネルギーで、電子の閉じこめポテンシャルに依存する。もし、 $U(y)$ として完全な剛体ポテンシャル、 $U(y) = 0 (0 < y < W)$, $U(y) = \infty (y < 0 \text{ or } y > W)$ で置き換えると、 $\varepsilon_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mW^2}$ となる。同様に、リード2では

$$I_+(2) = -G_0 V_2 + \frac{I}{2} \quad (17)$$

$$I = I_+(2) + I_-(2) \quad (18)$$

となる。散乱領域を回路論で用いるブラックボックスと考え、電流の透過係数 t_{ij} 、反射係数 r_{ij} をブラックボックスの入出力を規定する回路定数と見なすと

$$I_-(1) = -r_{11} I_+(1) + t_{12} I_+(2) \quad (19)$$

$$I_-(2) = t_{21} I_+(1) - r_{22} I_+(2) \quad (20)$$

が得られる。上式より、

$$I = (1 - r_{11})G_0(V_1 + \frac{I}{2G_0}) + t_{12}G_0(-V_2 + \frac{I}{2G_0}) \quad (21)$$

$$= t_{21}G_0(V_1 + \frac{I}{2G_0}) + (1 - r_{22})(-V_2 + \frac{I}{2G_0}) \quad (22)$$

電位の原点に任意性があるため任意の定数を c とし、

$$V_1 \rightarrow V_1 + c, \quad V_2 \rightarrow V_2 + c \quad (23)$$

の置き換えに対して電流不変を要請する。これはゲージ普遍性の一つの表現であり、

$$r_{11} + t_{12} = 1 \quad (24)$$

$$r_{22} + t_{21} = 1 \quad (25)$$

に帰着される。もう一つの条件は相反定理であり、これを用いると

$$t_{12} = t_{21} \quad (26)$$

が得られる。磁場効果を見捨てて議論してきたが、磁場 B 依存性を考慮すると、2 端子素子では、 $t_{ij}(B), r_{ii}(B) (i, j = 1, 2)$ は共に磁場の反転に対して対称となることが分かる。式 (22) から

$$I = t_{12}G_0(V_1 - V_2) + t_{12}I \quad (27)$$

が得られ、電流 I は、簡単ではあるが、self-consistent な方程式に従うことが分かる。試料中に電流が流れると、電子系の状態が変化しフェルミ面がシフトする。この効果が実際に流れる電流にどの程度の影響を与えるかを表すのが上式の右辺第二項目である。電流によって二つのリード線の間に誘起される電位差 $(V_1 - V_2)$ とリード線を通る電流の比として 2 端子コンダクタンス G を定義すると

$$G = I/(V_1 - V_2) = G_0 \frac{t_{12}}{1 - t_{12}} \quad (28)$$

となる。この式は、ランダウアが最初に導いたオリジナルなランダウア公式であり、現在、よく引用されるランダウア公式とは異なる。この式ではリード 1 とリード 2 間の透過率がゼロ、 $t_{12} = 0$ 、の時 2 端子コンダクタンスは $G = 0$ であり、 $t_{12} = 1$ の時 $G = \infty$ となる。開放でコンダクタンスがゼロ、短絡すると無限大になりごく自然な理解しやすい式である。

このように、上記のコンダクタンスが透過係数 t_{12} の線形でなく非線形になることは、バリスティック系では、流れによるフェルミ面のシフトが電気伝導に影響するためと解釈できる。このことから、リード線の電流とリード電位の関係を示す回路方程式のパラメータ α を書くと次のようになる。

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = -G, \quad \alpha_{11} = \alpha_{22} = G \quad (29)$$

次に必要なのは、電極の電位とリード線を通る電流との関係を与える回路方程式である。この関係を導く際には、電極あるいはリザーバのチャンネル数は 1 より十分大きいと、どうしても多チャンネルの取り扱いが必要となる。

4.4 電極とリード線の接合部分の理論的取り扱い

リード線とリザーバの接合部分での以下の取り扱いでは、リード線とリザーバの本質的な相違点をチャンネル数の違い、言い換えれば自由度の数が異なるものとして表現する (図 3)。従って、

リザーバとリードのハミルトニアンを区別せず H と書きます。区別する必要がある場合には、必要に応じ区別をつけることにする。ハミルトニアンの固有チャンネルを $|m\rangle$ ($m = 1, 2, 3, \dots$) と表示すると

$$H = \sum_m |m\rangle H_m \langle m| \quad (30)$$

となる。ここで $|m\rangle$ は、 m 番目のチャンネル状態であり、 H_m は

$$H_m = \langle m | \varepsilon(p_x) + eV(x) - v_x p_x | m \rangle \quad (31)$$

と書き表せる。

電極あるいはリード線を、±向きに流れる電子波の電流は

$$I_{\pm} = \sum_m I_{\pm m} \quad (32)$$

$$I_{\pm m} = \pm G_{0m} V + \frac{I_m}{2} \quad (33)$$

$$G_{0m} = \frac{2e^2}{h} f(\varepsilon_m(p_x = 0)) \quad (34)$$

書くことができる。ここで、 m 番目のチャンネル電流は

$$I_m = 2ev_m n_m \quad (35)$$

と与えられ、 m チャンネルの電子数密度 n_m は

$$n_m = \frac{2}{L} \sum_{p_x > 0} f(\varepsilon_m(p_x)) \quad (36)$$

となる (L は注目している電極あるいはリード線の長さ)。2 は電子のスピン縮退の数。

電極を多チャンネルとし、電極とリード線の接合部分を取り扱う。有限温度では、 G_{0m} の m 依存性が必要になり複雑になるため、話を絶対零度に限る。この時、 $G_{0m} = G_0 (m \leq M)$, $G_{0m} = 0 (m > M)$ となる (M は電極あるいはリードのチャンネル数)。電極を 1、リードを 2 とし、前と同じ解析を行い結果を行列表示すると

$$I(1) = t_{12}(-G_0 V_2 + \frac{I(2)}{2}) + (1 - r_{11})(G_0 V_1 + \frac{I(1)}{2}) \quad (37)$$

$$I(2) = t_{21}(G_0 V_1 + \frac{I(1)}{2}) + (1 - r_{22})(-G_0 V_2 + \frac{I(2)}{2}) \quad (38)$$

$I(i)$ ($i = 1, 2$) は $N_1 \times 1$, t_{12} は $N_1 \times N_2$, t_{21} は $N_2 \times N_1$, r_{11} は $N_1 \times N_1$, r_{22} は $N_2 \times N_2$ の行列である。ここで、 N_1 , N_2 はそれぞれ電極とリード線のチャンネル数である。リード線と電極との接合部分に発生する減衰波、すなわち、エバネッセント (evanescent) 波はリード線と電極の奥に向かってすぐ減衰し、リード線の電流や電極の電流への影響は無視できるものと考えられる。しかし、この減衰波は反射係数 r 、透過係数 t の決定には無視できない効果をもたらすと考えられる。電極とリード線の伝導チャンネルを N_1 , N_2 とし、 $N_1 \gg N_2$ と仮定する。もし次の条件

$$\sum_n^{N_1} t_{12, nm} \simeq 1 (m = 1 \sim N_2) \quad (39)$$

$$\sum_n^{N_1} r_{11, nn'} \simeq 1 (n' = 1 \sim N_1) \quad (40)$$

$$\sum_m^{N_2} t_{21, mn} \simeq 0 (n = 1 \sim N_1) \quad (41)$$

$$\sum_m^{N_2} r_{22, mm'} \simeq 0 (m' = 1 \sim N_2), \quad (42)$$

が成立するならば、電極の電位 V_1 とリード線の電位 V_2 との電位差は 1 から 2 へ電流 I を流したとき、

$$(V_1 - V_2) = \frac{I}{2G_0N_2} \quad (43)$$

となる。式(43)はチャンネル毎に流れる電流が異なっても成立する式である。もちろん、上記の条件から式(43)を導くには、多チャンネルに対するゲージ不変性、相反定理が必要になります。式(39)-式(42)が相反定理と矛盾しないためには、電極の伝導チャンネル数 N_1 がリード線のチャンネル数 N_2 に較べて十分に大きいことが必要になる。式(39)-式(40)はリード線から電極に向かって進行する波は、リード線の任意の占有チャンネルからほぼ確率 1 で電極を透過し、電極のどのチャンネルからリードに向かって進む波も全てほぼ確率 1 で反射してしまうことを意味している。式(41)-式(42)はこれに対して、電極からリードに向かう電子波は境界を越えてリードに透過することができないことと、リード線から電極に向かって進むどのチャンネルの電子波もこの境界で反射されないことを示している。従って、式(39)-式(40)と式(41)-式(42)とは裏腹の関係にあり独立ではない。このような条件を満たすとき、電極を理想電極あるいは、リザーバと呼ぶ。式(43)からリザーバ電位 V^R はそれにつながるリード線の電位 V と電流 I (リザーバからリード線に電流が流れる向きを $I > 0$ と定義する) の関数として、

$$V^R = V - \frac{I}{2G_0N} \quad (44)$$

と書き表される。ただし、 N はリード線の伝導チャンネル数である。電極がリザーバとなるためには、ここで述べたように電流の反射及び透過確率に厳しい条件、式(39)-式(42)、が課されることになる。

4.5 理想電極いわゆるリザーバが付いた二端子素子のランダウア公式

リード線の伝導チャンネルが一個の場合、 $N_2 = 1$ 、を考える。(22)は(44)よりリザーバ電位 $V_i^R (i = 1, 2)$ で直接表すことができ

$$I = G_0[(1 - r_{11})V_1^R - t_{12}V_2^R] \quad (45)$$

$$= G_0[(1 - r_{11})V_1^R - t_{12}V_2^R] \quad (46)$$

$$(47)$$

となる。ここで、 $V_1^R = V_1 + \frac{I}{2G_0}$ 、 $V_2^R = V_1 - \frac{I}{2G_0}$ と書ける。リザーバ間の電位差とリードを流れる電流 I との比によって定義されるコンダクタンス、 G^R は

$$G^R = \frac{I}{(V_1 - V_2)} = G_0 t_{12} = \frac{2e^2 t_{21}}{h} \quad (48)$$

となる。もし、一方のリーから散乱領域を通じてもう一方のリードに電流が確率 1 で透過する ($t_{12} = 1$) なら、

$$G^R = \frac{2e^2}{h} \quad (49)$$

となり、コンダクタンスは量子化される。この場合完全導体の細線の両端に理想電極（リザーバ）が付いている場合に相当しており、コンダクタンス量子化の測定に使われるポイントコンタクトもこの場合にくまれる。この場合、電圧は試料にはかからず、理想リードとリザーバの二つの接合に均等にかかることになる。

コンダクタンスの量子化条件は、左右二つの電極が理想的な条件を満たし、電極と理想リードとの接合部分に(44)で与えられる電位差が生じていることと、二つのリード線間の電流の透過確率が1という二つである。これは、多チャンネルのコンダクタンスの量子化の必要条件ともなっている。

5 トンネル伝導領域

5.1 はじめに

メソスコピック系の物理の誕生のきっかけは前述したように、金属細線のリングや枝分かれをもつ微細構造において観測された量子力学特有の電子波干渉効果であり、試料中に含まれる電子数から言えば、ほとんどマクロな系と変わらないといって良かった。

これに対し、最近の研究は、電子の閉じこめ領域が $0.01 \sim 0.1 \mu\text{m}$ で、電子数が数個～数100個という少数電子系を対象に活発な研究が行われている。電子を狭い領域に閉じこめると、各々の電子は他の電子と強い（量子）相関を保ちながら運動するだけでなく、電子間相互作用が少数電子系の運動に決定的な影響を与える。このため、少数電子系では系全体が一体となって運動することになり、マクロな系で成立する独立な電子系という描像では理解できない現象が観測されることになる。

このような少数電子系特有の（量子）機能を実際に発現させるためには、外部回路との接続も非常に重要な問題となる。通常、このインターフェースとしてポテンシャル障壁が用いられているため、トンネル現象がメソスコピック系の研究分野に自然に組み込まれることとなった。

最近、特に注目されているのは、半導体二重障壁構造で観測されているクーロン・ブロッケード現象である。これは、電子の通り道に、二つのポテンシャル障壁で囲まれた少数電子の閉じこめ領域、いわゆる、量子ドットを作製し、二つの障壁間に電圧を加えると、オフセット電圧と呼ばれる数居値以下では電流がゼロでオフセット電圧以上で電流が流れ始める現象と、量子ドットのゲート電位の関数として、コンダクタンスが周期的に変化する現象とが代表的である。最も注目すべき点は、ドット内の電子数の揺らぎが極端に小さい点にある。通常行われる1 K以下の低温の実験条件下では、ドットの全電子数を100個程度に設定しても電子数揺らぎは最大0.5程度であり、電子数が1個ずつ制御されていることがわかる。コンダクタンス振動の一周期は、量子ドットの電子数が一個変化したことに相当し、電子数制御という観点からみると、すでに究極の素子の実現されたといって過言ではない。これらの現象の発生機構は、その名前から推測されるように、電子間に働くクーロン相互作用であり、チャージング・エネルギー $E_c = e^2/2C$ （ C はドットの電気容量）がこの現象の特性エネルギーである。たとえば $C = 10^{-15}$ （ファラッド）とすると E_c は1 K程度であり、1 Kより低い温度でクーロン・ブロッケードが観測される。電気容量 C はドットのサイズに比例するため、サイズを小さくし高温動作を目指す試みが世界各地で行われている。現時点ですでに室温動作が観測できたとの報告がNTTから出されている。この現象を上手に利用し、電子を1個ずつ転送する素子として作り上げたものがいわゆる単一電子トランジスターであり、次世代素子の有力候補として盛んに研究が行われている。

クーロン・ブロッケード現象は、金属で観測が行われてきたが、半導体でこの現象が観測されると研究のペースは一気に加速された。半導体での初めての観測はSiの量子細線におけるものであり、それ以来、GaAsの二次元電子系での観測が盛んに行われ現在に至っている。

Siでの初めての観測 [14] は、二つのトンネル障壁を微細加工技術により制御して作ったものではなく、トラップされた電子などの電荷分布が特殊な配置をとったため自然に試料中に形成されたものである。これに対して、GaAs [15] の場合には、二つのポイントコンタクトを直列に並べた

系をピンチ・オフトンネル障壁としており、再現性のよい実験結果が得られている。バリスティック伝導を示す $GaAs$ でも拡散伝導領域の Si でも同じ現象が観測されることから、クーロン・ブロッケード現象は伝導領域によらない普遍的な現象といえる。

5.2 二重障壁構造のクーロン・ブロッケード現象の典型的な現象

1. 量子ドットのコンダクタンスがドットの電位を制御するゲート電位あるいは電子密度の関数として振動し、ピーク間隔は等しい (図4)。この現象は、しばしば、クーロン振動と呼ばれる。振動ピークは、ゲート電圧の関数として必ずしも規則的に変化せず不規則な振動パターンをとることが多い。この振る舞いを、ドット内のポテンシャル揺らぎの効果として説明する試みもなされている [16]。
2. 電流-電圧特性に特徴的な非線形性が見られる (図5)。オフセット電圧と呼ばれる電圧より小さな領域では、電流はほとんど流れず、オフセット電圧以上ではほぼ電流は電圧の関数として直線的に増加する。オフセット電圧より小さな電圧領域がブロッケードが生じている領域である。もう少し細かく調べると、電流-電圧特性はゲート電圧の値に大きく依存しており1. におけるコンダクタンスが極小となるゲート電圧でオフセットは最大となる (図6(a))。これに対して、コンダクタンスが極大となるゲート電圧でオフセットは消失してしまう (図6(b))。
3. 二つのトンネル接合の構造や接合に加える電圧を調整し非対称にすると、電圧の関数として電流は階段状に変化する。この現象をクーロン・ステアケースと呼んでいる (図7) [17]。
4. 周波数 f の交流電圧を二つのトンネル障壁に逆位相に重畳すると、直流電流成分 I_{DC} は、 n を整数として、量子化値 $I = nef$ をとる現象が量子ドットターンスタイルである。現在主に半導体で観測されている [18] が、同様の特性は、金属と絶縁体を組み合わせた四つのトンネル接合を用いて、半導体以前に観測が行われていた [19]。電流量子化は交流電圧の一周期に当たる時間間隔で、電子が正確に一個ずつ量子ドットを通過することを意味しており非線形・動的現象という基礎物理としての興味だけでなく、電子を一個ずつ転送するための機構として興味を持たれており、次世代素子の動作原理としての期待も大きい。

5.3 エネルギー・スケール及び系を特徴づけるパラメター

これらの現象を、記述するための特徴的なエネルギースケールは、量子ドット内の単一電子のチャージングエネルギー $e^2/2C$ 、熱エネルギー $k_B T$ 、閉じ込めによって生じた離散的な共鳴エネルギー準位間隔 ΔE 、左右電極のフェルミ・エネルギー E_F などである。クーロン・ブロッケードが観測されている $GaAs$ でのパラメターの大きなオーダーを以下に示す。

- 単一電子のチャージング・エネルギー ($e^2/2C$) : 0.1 ~ 2 (meV)
- 観測温度 : 0.01 ~ 1 (K)
- ドットの離散エネルギー間隔 (ΔE) : 0.004 ~ 0.03 (meV)
- 電極のフェルミエネルギー (E_F) : 10 (meV)
- ドット内の電子数 (N) : 数個 ~ 1000
- ドットサイズ : 10 ~ 100 (nm)

- 単一バリアのトンネル抵抗(R_T) : $10^5 \sim 10^{11} (\Omega)$

Si では室温動作も報告されており、 $e^2/2C$ の値は数十 meV に達することが報告されている。

5.4 クーロン・ブロッケードの観測条件

クーロン・ブロッケード現象を観測するためには次の三つの条件が必要である。

1. 第一の条件は、二重障壁構造中に電子を閉じこめ、ドット内の電子の波動関数の振幅を増大させ、電子間のクーロン斥力を強めることである。これは、トンネル障壁を高くすることにより実現される。この条件は、単一バリアのトンネル抵抗、 R_T が量子化抵抗値 $R_Q (= h/2e^2) = 12.9(k\Omega)$ に較べて十分大きい条件 ; $R_T \gg R_Q$ 、として表される。波動関数がドットのみならず電極にまで広がると、電子間のクーロン斥力は弱められ、クーロン・ブロッケードは観測されなくなる。この条件は、二重障壁構造中の二つのトンネル過程であるシーケンシャル過程と共鳴過程のうち、前者が支配的となる条件とも合致しており、トンネル過程を選択する条件ともなっている。
2. ドットの容量 C を小さくし単一電子のチャージングエネルギーを熱エネルギーに較べて十分に大きくとる必要がある。これは、電子数の異なる状態へ熱的に励起される確率が無視できる条件である。
3. ドット内の量子化された離散エネルギー間隔 ΔE を単一電子のチャージングエネルギーより小さくとることが必要である。 ΔE を大きくし、 $\Delta E > e^2/2C$ が満たされると、クーロン・ブロッケード領域から共鳴トンネル領域に移行するため、負の微分抵抗を持つ非線形伝導特性が観測される。クーロン・ブロッケード現象から共鳴トンネル現象へどのように移行して行くかは興味深い研究課題である。

5.5 二重障壁構造のトンネル過程

二重障壁構造のクーロン・ブロッケードを解明するためには、まず、その伝導過程を知る必要がある。電気伝導がトンネル過程によることは明らかであるが、この構造には二つのトンネル過程が存在することに注目する。クーロン相互作用がない場合、トンネル過程は、コヒーレントな共鳴トンネル過程とインコヒーレントなシーケンシャル・トンネル過程の二つで完全に記述される。クーロン相互作用が導入されても、これら二つの過程に対応するトンネル過程に分類可能であるが、各過程毎の寄与はクーロン相互作用の導入により変化し、高次過程をきれいな形にまとめ上げることはできていない。

理論の現状は、トンネル障壁が高くトンネル抵抗が量子化値より十分大きい場合を足がかりに、トンネル障壁の透過係数に関する摂動展開により高次過程の解析を進める段階と考えられる。最低次のトンネル過程はシーケンシャル過程の最低次の過程でもあり、二重障壁構造の左から入ってきた電子の位相情報は、右の電極には届かない。従って、二重障壁構造を電子が通過する際、電子の位相情報を伝達可能とするためには、高次のトンネル過程である共鳴トンネル過程に相当する過程を取り入れることが必要となる。

実験結果に寄与するトンネル過程は、トンネル抵抗が高くかつ十分低温の場合には、ほぼ最低次のトンネル過程で説明できると考えられ、一部が高次の共鳴トンネル過程からの寄与と考えられる。高温になると、高次過程が漏れ電流として寄与するが、それは位相情報を伝送しないトンネル過程の高次過程が漏れ電流として流れると理解されている。

高次過程に関するある程度の理解は進んできたが、共鳴トンネル過程を含む高次過程による電流が電流-電圧特性全体にどのように影響するかを明らかにする研究や位相情報を伝送する高次過程の詳細はやはり今後の課題と考えられる。

5.6 非弾性散乱とトンネル過程

チャージング効果がない場合の二重障壁構造のトンネル現象を考えると、以下に述べるように、非弾性散乱がトンネル過程に本質的な影響を与えていることがわかる。非弾性散乱が全くない場合、トンネル電流はコヒーレントな共鳴トンネル過程による電流だけなのに対して、ドットの中に非弾性散乱が導入されるとシーケンシャル過程という新たな散乱チャンネルが開き、共鳴トンネル電流とシーケンシャル電流の二つの電流成分が試料内を流れる。非弾性散乱強度を次第に大きくして行くと、シーケンシャル電流は増加し、共鳴トンネル電流は減少し続ける。その結果、ある散乱強度で二つの電流の大きさは逆転する。ドットの非弾性散乱の有無がトンネル過程に大きな影響を及ぼす理由を理解するには、非弾性散乱の役割を明らかにする必要がある。

非弾性散乱を受けると電子波はその位相コヒーレンスを失うことから、非弾性散乱は電子波の位相情報を壊す非可逆過程をもたらす。この非可逆過程はドットの中の電子を観測するために検出器を持ち込んだことにも相当する。もちろん、この検出器は非弾性散乱が弱い場合、トンネルしてくる電子全部を検出するのではなく、ときたましか検出しないと言う、いい加減な検出器である。しかし、それでも、ドット内の状態を電子状態を、左右のマクロな電極と同様、散乱の初期状態や最終状態として利用できるようにするため、非弾性散乱がない場合には存在しなかった、シーケンシャル・トンネル過程が電流に寄与することになる。

非弾性散乱の導入により、例えば最終状態を一つに固定しても、初期状態として電極内の電子状態だけでなくドットの電子状態をとることができるようになるため、系は純粋状態から混合状態へと変化したことになる。

左右どちらかの電極を初期状態（最終状態）とし最終状態（初期状態）をもう一つの電極である場合をコヒーレントな共鳴トンネル過程、最終状態がドットの中の電子状態である場合を、シーケンシャル・トンネル過程と区別して呼ぶ。

ただこの考えには異論があつて、共鳴トンネル過程とシーケンシャル・トンネル過程とは全く同じ過程の二つの局面にすぎないと言う意見もかなり強力である。しかし、上述したように、二つの過程は、初期状態を固定すれば、最終状態が異なる過程であるため独立なトンネル過程と見なすのが自然である。この原理的な違いを別にしても、トンネルの遷移レートを二つのトンネル過程に対して計算すると、トンネル抵抗に対する依存性が大きく異なり、少なくともポテンシャル障壁の高い接合の場合にはその一方の過程だけが、クーロン・ブロッケードに寄与していることは確かである。

熱平衡への接近をもたらす非弾性散乱は、シーケンシャル電流をもたらすことに加えて、ドットの電気化学ポテンシャル μ を”well defined”な量とする二重の役割を演じている。 μ は電子がどのエネルギー状態まで占有されているかの目安であり、直流電流が流れている二重障壁構造では、単位時間当たり左のトンネル障壁から流れ込む電子数と右の電極から外部回路に流出する電子数とが釣り合う条件つまり、左右のトンネル障壁を流れる電流の連続条件から決定されるのである。注目すべきことに、共鳴トンネル過程による電流の連続条件は自動的に満足されるため、 μ は、シーケンシャル電流の連続条件から決定される。

このように流れが釣り合う条件下では、電子がある最高のエネルギー準位まで詰まっていて、その上の準位は全て空になっているという状況は、大きな流れがある場合、実現しにくくなる。このため、ドット内の電子数は流れの存在によって、整数値からずれ始めることになる。

5.7 オフセット電圧とコンダクタンス振動

量子ドット内が熱平衡状態にある場合を考えると、に熱力学関数が導入できる。例えば、熱力学的ポテンシャル Ω は次式を満たす

$$d\Omega = -SdT - pdV - Nd\mu \quad (50)$$

ここで、 N はドット内の電子数、 μ は電気化学ポテンシャル。ドット内の電子数は $N = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu}$ から求められる。量子ドットと外部電極はポテンシャル障壁によって隔てられてはいるが電子の移動が可能であるため、ドット内の化学ポテンシャルは電極の μ に固定される。二つのトンネル障壁に囲まれた量子ドットでは、左右の電位差（ソース・ドレイン電圧）が小さな極限では μ が一定の系と見なすことができる。このため平衡状態はドット内の電子数を力学ポテンシャル極小とする条件：

$$\frac{\partial \Omega}{\partial N} = 0 \quad (51)$$

から決定される。ドット内の電子数が N の場合と $N+1$ の場合のドットの μ をそれぞれ、 $\mu(N)$ 及び $\mu(N+1)$ とおくと、熱エネルギー $k_B T$ が $e^2/2C$ に比べ小さい場合、近似的に

$$\mu(N+1) - \mu(N) = e^2/C + E_{N+1} - E_N \quad (52)$$

となる。ここで、 E_N は、 N 番目のドット内のエネルギー準位である（ただし、この議論では、電子スピンの自由度はないものとしている）この化学ポテンシャルの変化分は、ドット内に N 個の電子があり、そこにもう一個余計に電子を持ち込むのに要するエネルギーであり、これが、クーロン斥力による等価的な障壁の高さになる。つまり、ドットを一つの小さなキャパシタンスと見なすと、電子のトンネルに伴う、ドット内の電気化学ポテンシャルの増加（いわゆる、チャージングエネルギー、 $e^2/2C$ ）によってもたらされる効果がクーロン・ブロッケード現象として観測される。ポテンシャル障壁に加え、クーロン斥力による”クーロン障壁”の存在がクーロン・ブロッケード現象の起源である。従って、ソース・ドレイン間の電位差が小さくクーロン斥力による障壁を越えるに十分なエネルギーが電子に与えられていない場合には、熱励起された少数の電子だけが電気伝導に寄与し電気伝導には活性化型の温度依存性が現れる。

トンネルがブロッケードされた状態を破り、十分な電流を流すには、 $(\mu(N+1) - \mu(N))/e$ より大きなゲート電圧あるいは、ソース・ドレイン電圧を印加する必要がある。このことから、オフセット電圧、 V_{off} とコンダクタンスの一周期に当たる、ゲート電圧の変化 ΔV_G は、ゲートとドット間の電気容量に比べバリアの接合容量が小さい場合には等しく、

$$eV_{off} = e\Delta V_G = \mu(N+1) - \mu(N) \quad (53)$$

となることが結論される。

次に熱力学ポテンシャル Ω から引き出せる重要な結論を述べる。そのため、まずソースドレイン間の電位差をゼロとし熱力学的ポテンシャルをドットの電子数 N 、とゲート電圧 V_G の関数として表す。 Ω が N に関し縮退していればクーロン斥力が働いていない状況と見かけ上同じになり、ほんの少しの電位差をソースドレイン間にかけるだけで電流が流れる。つまり

$$\Omega(N, V_G) = \Omega(N+1, V_G) \quad (54)$$

が満たされるとコンダクタンスは極大値をとる。このとき、ドット内の全電子数の期待値 $\langle N \rangle$ はほぼ

$$\langle N \rangle = N + \frac{1}{2} \quad (55)$$

となり、ドット内の電子数の期待値は半整数となる。これは、コンダクタンスの周期的振動における極大値でどのような状態が実現されているかを示唆している。

このようにブロッケード現象はドットの電気化学ポテンシャル（あるいは熱力学ポテンシャル）の振る舞いからかなりの部分を推測することができるのである。

5.8 ドット内の電子数の揺らぎ

単一電子のチャージング・エネルギーが他のエネルギースケールである、離散量子準位間隔、温度などに比べ大きい場合には、ドットは電子数の固有状態となり、電子数の期待値も整数値となる。このため、電子数の揺らぎ ΔN はクーロン・ブロックされた状態では、ドット内の電子数の如何に関わらず、ほぼゼロとなる。電子数の揺らぎが最大となるのは、コンダクタンスが極大値をとり、トンネルのブロックが破れた場合、言い換えると、二つの電子数 N と $N+1$ に対して系のエネルギー（厳密には熱力学ポテンシャル Ω ）が縮退している場合であり、平均電子数に無関係にほぼ $\Delta N = \frac{1}{2}$ となる。電子数揺らぎが小さいことから、ドット内の電子波の位相コヒーレンスがかなり押さえられていると結論して間違いない（ただ、平均電子数自身それほど大きくないことや、コヒーレンスの度合いを、電流を流して観測するのであれば電流の存在自体電子数の揺らぎを意味しているため、ドットを含む回路で電子波の干渉効果を観測できる可能性はのこる）。

もともと、二重障壁構造は、光学のFabry-Perot 共振器のアナロジーに基づいて作られたものと考えられ、鏡の反射率を高めることにより、共振器のモード選択性を高め共振器内にコヒーレントな電子波モードを励起しやすくすることを意図して作られた。言い換えれば、二重障壁構造は電子の波動性を顕著に引き出すための装置のはずであった。ところが、クーロン・ロッキングの観測条件が満たされると、共振器の効果（電子の閉じ込め効果）は電子のクーロン斥力を強め、さらにはブロックに有利なインコヒーレントなシーケンシャル・トンネル過程を優先し、コヒーレントな電子波を得ようとする初期の意図とは逆に電子数の固有状態を実現してしまったことは興味深い。

6 最後に

メソスコピック系の最新の理論研究の流れは、電子間相互作用による電子相関がもたらす効果をボソン化法で取り扱う話題など難しい話が多くなりつつある。

メソスコピック系の研究の重要な流れの一つは、工学的にも重要な意味を持つ単一電子制御という次世代素子の基礎原理に関連する非線形・動的現象と、物性物理の基礎に関わる少数多体系の電子相関だと考える。 いづれにしても、メソスコピック系の物理が若いアイデア溢れる研究者の活躍する場となることを期待したい。

参考文献

- [1] 伊澤、海老沢、前川：固体物理 22(1987)475.
- [2] B. L. Altshuler, A. G. Aronov, and B. Z. Spivak: JETP Lett. 33(1981)94.
- [3] R. A. Webb, et al.: Phys. Rev. Lett. 54(1985)2696.
S. Washburn, et al.: Phys. Rev. B 32(1985)4789.
- [4] A. D. Benoit, S. Washburn, C. P. Umbach, R. B. Laibowitz and R. A. Webb: Phys. Rev. Lett. 57(1986)1765.
- [5] Y. Isawa, H. Ebisawa, S. Maekawa: Anderson Localization edited by T. Ando and H. Fukuyama (Springer Proceeding in Physics 28) pp. 329-332.
- [6] Y. Isawa, H. Ebisawa, S. Maekawa: J. Phys. Soc. Jpn. 55(1986)2523.

- [7] B.J.van Wees, H.van Houton, C.W.J.Beenakker, J.G.Williamson, L.P.Kouwenhoven, D.ander Marel and C.T.Foxon: Phys.Rev.Lett.60(1988)848.
D.A.Wharan, T. J. Thornton, R.Newbury, M.Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie and G. A. C.Jones: J.Phys.C21(1988)L209-214.
- [8] M.L.Roukes, A.Scherer, S.J.Allen, H.G.Craighead, R.M.Ruthen, E.D.Beebe and J.P.Harbison: Phys.Rev.Lett.59(1987)3011.
C.J.Ford, ST.J.Tornton, R.Newbury, M.Pepper,H.Ahmed. D.C.Peacock, D.A.Ritchie, J.E.F.Frost and G.A.C.Jones:Phys.Rev.B38(1988)8518.
- [9] 例えば、Y.Takagaki,K.Gamo, S.Namba , S.Ishida, S.Takaoka, K.Murase, K.Ishibashi, and Y.Aoyagi: Solid State Commun,68(1988)1051
- [10] 伊澤義雅:「第3回東京大学公開フォーラム・メソスコピック・エレクトロニクス」1990. pp81-pp101
- [11] R.Landauer:IBM J.Res.Develop.1(1947)223.
- [12] M.Büttiker:IBM J.Res.Develop.32(1988)317.
- [13] 伊澤:「東京大学生産研究特集、1993年2月」pp79-pp86
- [14] J.H.F.Scott-Thomas,S.B.Field M.A.Kastner, H.I.Smith and D.A.Antoniadis: Phys.Rev.Lett.30(1989)583.
- [15] U.Meirav, M.A.Kastner and S.J.Wind: Phys.Rev.Lett.65(1989)771.
- [16] 伊澤:1996年4月1日 日本物理学会(金沢大学)低温分科シンポジウム「単一電子トンネル現象と多体効果」1pYB3,
Y. Isawa: J.Phys.Soc.Jpn.64(1995)14.
- [17] L. P .Kouwenhoven,N. C. van der Vaar,A. T. Johnson,W.Kool,C. J. P. M. Harmans, J.G.Williamson, A.A.MStaring and C.T.Foxon: Z.Phys.B-Condensed Matter 85(1991)367.
Y. Isawa, T. Hatano: J. Phys. Soc. Jpn. 63(1994) 2485.
- [18] L. P .Kouwenhoven, A. T. Johnson, N. C. van der Vaar, A. van der Enden, C. J. P. M. Harmans and C. T. Foxen: Z. Phys B-Condensed Matters 85(1991) 381.
Y.Nagamune, H.Sakaki, L.P.Kouwenhoven, L.C.Mur, C.T.P.M.Harmans, J.Motohisa and H.Noge: Appl.Phys.Lett 64(1994)2379.
- [19] L.J.Geerigs, V.F.Anderegg, P.A.M.Holweg and J.E.Mooij:Phys.Rev.Lett.64(1990)2691.

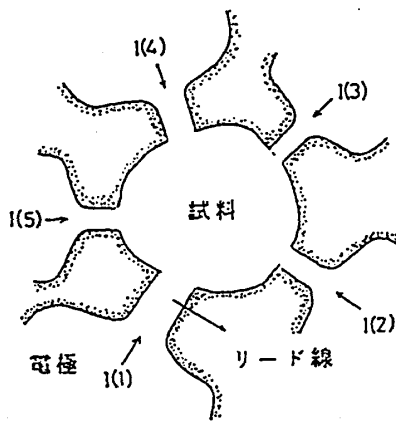


図1. 多端子回路の試料、リード線、電極

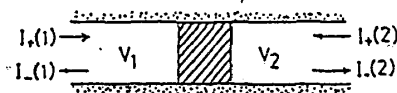


図2 試料の両端に十分長いリード線が付いている2端子系

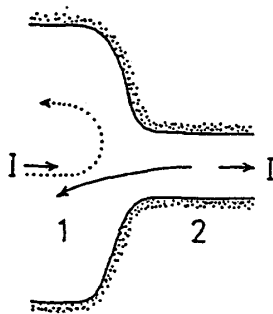


図3. 理想電極=リザーバー (1の領域) とリード線 (2の領域) との接合部分

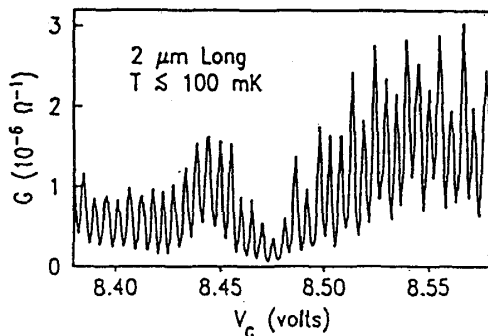


図4 二重障壁構造におけるコンダクタンスの周期的振動の観測例 横軸はゲート電圧、縦軸はコンダクタンス。

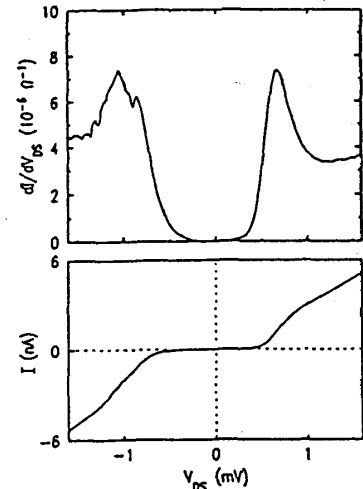


図5 非線形電流-電圧特性の例 上図が微分コンダクタンスとソース・ドレイン間電圧 V_{DS} の関係。下図が上図を積分して得られる電流と V_{DS} の関係。測定温度は100mK.

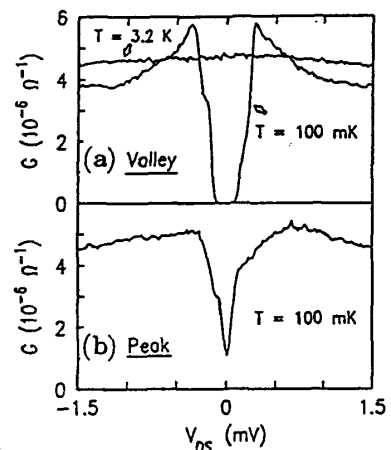


図6 (a)上図がコンダクタンスの極小 (Valley) での微分コンダクタンスと V_{DS} の関係。(b)下図がコンダクタンスの極大 (Peak) での微分コンダクタンスと V_{DS} の関係

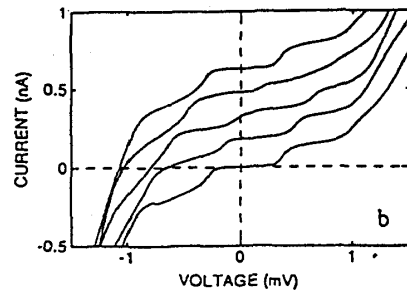


図7 クローン・ステアゲース特性の観測例 (GaAs). 縦軸は電流、横軸はソース・ドレイン間電圧である。ゲート電圧をパラメーターとした5本の曲線が示してある。各曲線の原点はずらして図示してある。