

学 位 審 査 報 告 書

(ふりがな) 氏 名	しらいし だいすけ 白石 大典
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 号
学位授与の日付	平成 年 月 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理学研究科 数学・数理解析専攻
(学位論文題目) Random walk on non-intersecting two-sided random walk trace is subdiffusive in low dimensions (非交叉ランダムウォークトレース上のランダムウォークは劣拡散的である)	
論 文 調 査 委 員	(主査) 熊 谷 隆 教 授 山 田 道 夫 教 授 岡 本 久 教 授

(続紙 1)

京都大学	博士（ 理学 ）	氏名	白石 大典
論文題目	Random walk on non-intersecting two-sided random walk trace is subdiffusive in low dimensions (非交叉ランダムウォークトレース上のランダムウォークは劣拡散的である)		
(論文内容の要旨)			
本論文では、ある種のランダムウォークの軌跡をポリマーのような複雑な形状のランダムな媒質(媒体)と捉え、その上の熱拡散の解析を行っている。熱拡散の遅さを表すオーダーが通常の空間の上の熱拡散のそれに比べ大きくなる(つまり拡散が遅くなる)ことを、媒質のランダム性に関して確率1のレベルで示したことが、論文の主結果である。 以下、主論文の背景や結果についてより詳しく解説する。原点から出発する2次元および3次元のシンプルランダムウォークの軌跡を考え、この軌跡が cut point と呼ばれる点(その点を切り取る事で、軌跡が2つの非連結な成分に分かれてしまうような点)の周辺でどのような構造をしているかを知る事が、この論文の問題意識の背景にある。時刻 n における粒子の位置が、時刻 $2n$ までのランダムウォークの軌跡の cut point であるとすれば、ランダムウォークの平行移動普遍性と時間反転に関する対称性を用いて、本質的に以下の問題を考える事に帰着する。すなわち、原点から出発する2つのランダムウォークが(時刻0以降)時刻 n までに交わらないと条件づけたとき、原点周辺でこの2つのパスはどのような構造をしているかという問題である。この問題を考えるため、今述べた2つのパスを1つのランダムな媒質とみなし、この上の熱拡散の仕方を調べる。 漸近挙動を調べるために、もとのランダムウォークのパスについて n を無限大としたものを考えたい。このために、まずは「原点から出発する2つの2次元および3次元シンプルランダムウォークが時刻0以降で交わらない」という条件付けによって不変となるような(パスの組の上の)測度の存在を示すことが必要となる。白石氏は、参考論文 Two-sided random walks conditioned to have no intersections でこのような測度の存在を証明し、さらにこの測度への収束の速さに関する評価を与えている。(なお、この結果は非交叉ブラウン運動に関する Lawler (1995), Lawler-Vermesi (2010) の結果の離散版である。) 白石氏の主論文では、この非交叉条件付き確率測度に従って実現される非交叉ランダムウォークの軌跡をランダムな媒質と見なし、この媒質上のシンプルランダムウォークを考えている。論文の主結果は、このランダムウォークは(媒質に関するランダム性について確率1で)劣拡散的である、つまりランダムウォーク次元と呼ばれる熱拡散のスピードを表すオーダーが2より真に大きいという結果である。この結果を導出するため、非交叉ランダムウォークの軌跡の幾何学的性質を知る必要がある。論文では、例えばこの軌跡のグラフ距離を評価しており、そのために、もとのランダムウォークの loop を消し去った loop erased random walk の長さに関する詳細な評価を援用している。また、global cut point と呼ばれる、ランダムウォークの軌跡を時間無限大まで考えた際の cut point に当たる点について、その数の定量的な評価も必要となる。論文では、global cut point の数のオーダーがランダムウォークの intersection exponent と呼ばれる量を使って表せる事を証明している。論文の主結果は、これらの評価とマルコフ連鎖のポテンシャル論的性質(調和解析的性質)を有効に利用することにより得られている。			

(続 紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

白石大典氏は、博士後期課程に在籍中、ランダム媒質中のランダムウォークの挙動について主に研究を行った。当該研究は、ネットワークなど複雑な系の上の物理現象を説明するという数理物理学による研究にその動機付けを持ち、現在確率論で世界的に盛んに研究されているテーマである。白石氏は、ランダムウォークの軌跡をポリマーのような複雑な形状のランダムな図形と捉え、その上の熱拡散の研究を行った。主論文の結果は2次元と3次元の場合に分かれるが、特に2次元の場合に大変意義深い結果である。一般に、ランダムウォークに関連するランダムな媒質を取り扱う際、パスの交叉がより複雑になる2次元の場合に最も解析が困難になる。実際、1986年にKestenが、臨界確率2次元パーコレーションで無限クラスターが存在すると条件づけたモデルについて、クラスター上のランダムウォークが(媒質のランダム性について平均を取ったレベルで)劣拡散的であることを示しているが、真に2次元のランダム媒質のモデルに関して、熱拡散の劣拡散性を示した結果はこれ以外にほとんどない。本論文の2次元の場合の困難さと結果の意義は、このような現状からも伺い知ることができる。主論文の主結果を導き出すためには、「論文内容の要旨」にも記した通りランダムウォークの cut point や loop erased random walk の詳細な性質など、ランダムウォークに関する極めて詳しい解析が必要になる上、熱拡散の解析のためポテンシャル論など調和解析学の知識も必要となる。白石氏はこれらについて深い素養を持ち、特に cut point や loop erased random walk の研究に関しては、既に国内研究者の中でも屈指の実力を持つに至っている。

白石氏の学位論文は、主論文一編と参考論文三編からなる。三編の参考論文のうち、既に一流の国際雑誌に掲載されている二編では、3次元、4次元のランダムウォークの軌跡の上の熱拡散を研究しており、媒質の複雑性に起因する熱伝導の anomalous 性を定量的に導きだしている。特に Probability Theory and Related Fields に掲載された二編目の論文では、時刻 n における粒子の位置と原点とのグラフ距離に関する Burdzy-Lawler の 1990 年の予想を4次元の場合に肯定的に解決しており、国際的にも高い評価を得ている。参考論文の三編目(これも一流の国際雑誌である Electronic Journal of Probability に掲載予定である)と主論文は、交わらないと条件づけた2つのランダムウォークの軌跡を研究対象としたもので、詳細は「論文内容の要旨」に記した通りである。主論文は、Transactions of the American Mathematical Society という、アメリカ数学会の権威ある機関誌に掲載予定である。

白石氏は既に国際研究集会における講演の経験も豊富で、海外での研究集会やセミナーでの講演も数多く行っている。氏の研究は国際的な評価も高く、また、ものおじしない性格で海外の第一線研究者とのつながりを広げ、既に独自の国際ネットワークを作り上げている。

平成24年1月10日に行われた論文内容の発表とそれに関連した口頭試問においても、非専門家にも分かりやすい形で自身の研究内容をまとめ、試問にも的確に答えた。白石氏は現在博士後期課程2年であり、短縮修了による学位申請に当たるが、上述した通り、学術的素養、研究成果、国際経験のいずれに関しても極めて優秀と判断される。よって本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。上述した、平成24年1月10日に行われた論文審査の結果、合格と認めた。

要旨公開可能日： 年 月 日以降