

古典気体における 一体分布関数のゆらぎ

お茶の水女子大 橋 爪 夏 樹
湘 北 大 落 合 萌

近年、非平衡状態の統計力学を論ずるのに van Kampen¹⁾、久保氏ら²⁾、富田氏ら³⁾による system size expansion の方法と、森氏⁴⁾による scaling の方法とが提案されている。気体で一体分布のゆらぎを考える際にはこの二つの手法を共に使用する必要があるように思われる。

空間的に一様な気体で μ -空間を細胞分割し、細胞間の遷移をマルコフ過程で近似する話は昔からあり、master equation からボルツマン方程式の導出が試みられている⁵⁾。このとき衝突項に現われる μ -空間の各細胞中の分子数の積の平均を平均の積で近似することが、ゆらぎを無視するという仮定で行なわれていた。一体分布のゆらぎを求めようという意識が強くなかった時代のことである。この点に system size expansion の方法を使おうとするのは誰でも考えつくことである。筆者ら⁶⁾も行ったが、van Kampen⁷⁾も実行している。筆者らの計算は久保方式でキュムラント母関数を使用する点でちがっているが、van Kampen のと大差はない。良く考えてみると、master equation を導出するときに粗視化、すなわち一種の scaling の方法が行われていて、その結果にさらに system size expansion の方法が適用されている。

他方、ボルツマン方程式を導出するには BBGKY 方程式系から進む Bogoliubov の方法⁸⁾もある。BBGKY 方程式系を導出する際には良く知られているように熱力学的極限がとられる、すなわち system size expansion の第一項のみが考慮されている。上述の master equation の場合とは二つの手法の適用順を逆にして、BBGKY 方程式系から scaling の方法で Boltzmann 方程式を捨い出すことを考えるのも誰でも気がつく所であろう。森氏のようにきれいではないが、Bogoliubov の方法是一种の scaling の方法と考えられる。Bogoliubov は分子 1 個当りの体積 v と分子間力の有効距離 r_0 との比を展開パラメタとして、 $r_0/v \ll 1$ の場合にボルツマン方程式を ($1/v$ 展開法)、ま

た $v/r_0 \ll 1$ の場合に Vlasov 型の方程式を導出している。これもまた一体分布のゆらぎを求めようとする意識の弱かった時の話である。筆者ら⁶⁾は Bogoliubov の理論をそっくり借用してゆらぎの式まで求めようと考えた。master equation の場合と同じように、キュムラント母関数を考え、リウビユ方程式からその満す方程式を作り、キュムラントの階級方程式を作る。それからキュムラントに $1/v$ 展開または v 展開を行って、最低次からはボルツマン方程式または Vlasov 方程式を、その次の項からゆらぎの式を導くのである。詳しい話は文献 6) を見ていただきたい。

ゆらぎを定める一つの目的は電流雑音などを非線型現象で求めたいということであるが、それにはゆらぎを同時刻の一体分布の相関として求めたのでは不十分であって、異なる時刻での相関まで定めねばならない。上述の計算をこのように改良する必要があるが、熱平衡に近い場合は簡単と思われるも、それでは面白くないので、目下考えている所である。

参 考 文 献

- 1) G. N. van Kampen: *Can. J. Phys.* **39** (1961) 551; *Physica* **67** (1973) 1.
- 2) R. Kubo, K. Matsuo and K. Kitahara: *J. Stat. Phys.* **9** (1973) 51.
- 3) K. Tokita and H. Tomita: *Progr. Theor. Phys.* **51** (1974) 1731; 富田和久：科学 **45** (1975) 1.
- 4) H. Mori: *Progr. Theor. Phys.* **53** (1975) 1617; その他印刷中のもの。
- 5) 例えば A. Siegert: *Phys. Rev.* **76** (1949) 1708.
- 6) 橋爪夏樹, 落合 萌：物性研究 (1975) 印刷中。
- 7) N. G. van Kampen: *Physics Letters* **50A** (1974) 237.
- 8) N. N. Bogoliubor: *The Dynamical Theory in Statistical Physics*, Hindustan Publ. Delhi (1965); J. de Boer and G. E. Uhlenbeck ed.: *Studies in Statistical Mechanics*, Vol. 1, Part A.