

洪水ハイドログラフの確率予測

高棹 琢馬・椎葉 充晴・劉 春燕

STOCHASTIC PREDICTION OF FLOOD HYDROGRAPHS

By Takuma TAKASAO, Michiharu SHIBA and Chunyan LIU

Synopsis

The on-line rainfall-runoff forecasting method which has been developed by the authors provides forecast value with a constant lead time, and it cannot give probabilistic information about quantities relating the whole hydrograph, such as peak discharge, the time to peak of discharge, and total runoff volume. In this paper we developed a new algorithm by which a stochastic prediction of a whole hydrograph can be obtained.

Our new algorithm can give various information about the whole hydrograph including the probability that the time to peak of discharge has passed the current time, the probability distribution of the total volume of future discharge, the probability that flood will surpass the warning water level, and the probability distribution of flood peak time and peak volume.

1. 緒 言

筆者らはこれまで、

- ・将来の各時間ステップでの降雨量系列の予測誤差共分散行列が与えられるとし、
- ・時々刻々与えられる流域からの流出量の観測情報を利用して、
- ・たとえば、1時間先とか2時間先などの指定された時間先の流量の予測値と予測誤差分散を与えるという枠組みで、洪水流出の実時間予測の方法論を考えてきた。このような枠組みで一定時間先をみながら判断するための情報は提供できるが、将来のハイドログラフ全体に関係するような情報は得られない。例えば、

- ・現在時点ですでにピーク生起時刻を過ぎていると判断してよいか。その確率はどれくらいか。
- ・これから先の総流出量はどの程度と考えておけばよいか。
- ・これから先、警戒水位を超える確率はどれくらいだろうか。
- ・ピーク流量やピーク流量の生起時刻の平均値や分散、確率分布はどのようなであろうか。

などの情報を得ることはできない。ところが、筆者らが調査したところでは、治水用のダムの管理や洪水の予警報のためには、まさにこのような型の情報が望まれている¹⁾。たいていのダムでは、現時点のダムの空容量と予測される総流入量とををにらみながら放流操作をするのが望ましいであろうし、鍋底カットをするダムの操作や避難・水防活動の展開のためには、ピーク時刻の判断や警戒水位を超える確率などの情報が重要である。高棹・椎葉・宝らの実時間流出予測のアルゴリズム²⁾では、予測する時間（リードタイム）に制限はないから、リードタイムを拡大すればそれでも将来のハイドログラフに関する情報をある程度得ることができるが、ピーク生起時刻、ピーク流量、総流出量などハイドログラフ全体をみて定められ

る量に関する確率的な情報は得られない。

そこで、先に述べた基本的な枠組みを修正して、洪水ハイドログラフ全体に関する確率的な情報を与える予測の方式を考察する。

2. 長時間の降雨予測情報の入手

洪水ハイドログラフの確率予測のためには、一雨全体に関する確率的な予測情報が必要である。これは、先に述べた一定時間先の流出予測を繰り返す形の実時間予測の枠組みで前提としている降雨予測よりもさらに多くの情報を要求していることになる。もしも、一雨全体に関する確率的な情報が得られないのであれば、以下の議論は無駄なものである。本研究では、一雨全体に関する確率的な予測情報を具体的に得る方法については議論しないが、その可能性については議論しておく必要がある。

台風性降雨の場合、例えば、望月³⁾によって提案され、建設省近畿地方建設局淀川ダム統合管理事務所では、淀川流域に降雨をもたらした過去の台風に関するデータを整理し、緯線と経線で区切ったマス目のどの位置にあると淀川流域にどれぐらいの雨がもたらされるかが推定できるようになっている。台風があるマス目にいるとき、そのマス目にさらにどれぐらいの時間滞在すると考えられるか、隣合う各マス目にどれぐらいの割合で移動すると考えればよいかについても調査されているから、現在台風がいるマス目からスタートして、今後台風がたどると考えられる経路を確率的に発生させることは可能であり、それに応じた降雨を確率的に発生させることも可能である。小尻⁴⁾は、ダム群の制御に関する研究の中で、この方法を用いている。悪くても、これらの降雨発生法を用いて、多数の降雨系列を発生させ、平均値の推移や異なる時間同士の共分散などを調べることができる。

まだ十分実用化されているとは言い難いが、ポイントプロセス理論などを用いた降雨場の確率モデルで、時間的にも空間的にも2次のモーメントまで求められるようなものがすでに提案されている。Rodriguez-Iturbe & Eagleson⁵⁾は、降雨を、時間的・空間的にランダムに生じかつその時空間的な生起確率を表すパラメータを持つ多数の降雨セルの集まりによって構成されているものとしてモデル化し、時刻 t 、地点 x における降雨強度 $\xi(t, x)$ の平均値および共分散を次式で与えている。

$$E\{\xi(t, x)\} = \frac{E\{i_0\} \lambda \beta 2\pi D^2}{\alpha - \beta} \{\exp(-\beta t) - \exp(-\alpha t)\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} cov\{\xi(t_1, x_1)\xi(t_2, x_2)\} = & \frac{\lambda \beta E\{i_0^2\} \pi D^2}{2\alpha - \beta} \exp(-\alpha t_1) \{\exp((\alpha - \beta)t_2) - \exp(-\alpha t_2)\} \exp\left(\frac{-d^2}{4D^2}\right) \\ & \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ただし、 i_0 は降雨セルが生じた瞬間のセル中心における降雨強度を表す確率変数であり、 $E\{i_0\}$ は降雨事象全体で変化しない。 i_0 は指数分布に従うとする。このとき、 $E\{i_0\} = 2E^2\{i_0\}$ が成立する。また、 β はセルの個数の減少の割合を表すパラメータであり、 α は降雨強度の時間的な減少の割合を表すパラメータである。 D はセルの空間的な広がりを表すパラメータ、 $d = \|x_1 - x_2\|$ 、 λ は空間的なセルの個数の平均値である。面積平均降雨強度の平均値や異なる時間の面積平均降雨強度の共分散は、(1)、(2)式を流域面積の上で積分して求めることができる。

まだ適用例が少ないので、このような確率モデルのパラメータ値をどのようにして定めればよいか判然としないが、レーダデータの蓄積が進めば、このような確率モデルを適用した研究も進展して行くものと期待してよいであろう。

降雨予測については補外によるものの他、最近では気象学的な根拠も考慮した方法も提案されてきてい

る⁶⁾。これらは確率モデルではないが、予測誤差の時間的・空間的相関構造を統計的に求めることは可能である。

さらに、気象庁が発表する「今夜半から明朝にかけて 100 mm～200 mm の降雨があるでしょう」といった総括的な予報⁷⁾も、上記の別の形の予測と併せて一雨全体に関する情報を与えることになる。

このように、一雨全体の確率的な予測情報はますますには得られなくても、データの蓄積と統計処理を通じて、いずれ可能になると考えてよい。

3. 線形最小 2 乗推定と流出予測の前提条件の定式化

3.1 線形最小 2 乗推定

洪水ハイドログラフ全体に関する確率的な情報を与える予測の方式を考察するために、線形最小 2 乗推定の理論について簡単に要約しておこう。

結合分布している n 次元の確率ベクトル X と p 次元の確率ベクトル Z を考える。 Z の実現値が得られたときに X を推定する一次式で、推定誤差の 2 次ノルムが最小となるように係数を定めて作った線形最小 2 乗推定式 $X^*[Z]$ 、それによる推定誤差 $X - X^*[Z]$ の共分散行列 $\text{Var}\{X - X^*[Z]\}$ は次のように表される。

$$X^*[Z] = \bar{X} + \Sigma_{XZ} \Sigma_{ZZ}^{-1} (Z - \bar{Z}) \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{Var}\{X - X^*[Z]\} = \Sigma_{XX} - \Sigma_{XZ} \Sigma_{ZZ}^{-1} \Sigma_{ZX}^T \dots\dots\dots (4)$$

ただし、平均値ベクトルや共分散行列を、 $\bar{X} = E(X)$, $\Sigma_{XZ} = \text{Cov}\{X, Z\}$ のように表している。また、右肩につけた T は転置記号である。

ここで新たに n_1 次元の確率変数ベクトル X_1 が、

$$X_1 = \Phi X + b + w \dots\dots\dots (5)$$

で定められるとする。ただし、 w は X, Z とは無相関で平均 0、共分散行列 R を持つ確率ベクトル、 Φ は $n_1 \times n$ 次非確率行列であり、 b は n_1 次非確率ベクトルである。 X_1 についても、 Z の実現値が得られたときの線形最小 2 乗推定式 $X_1^*[Z]$ 、その推定誤差の共分散行列 $\text{Var}\{X_1 - X_1^*[Z]\}$ を求めると (3), (4) 式により、

$$X_1^*[Z] = \bar{X}_1 + \Sigma_{X_1 Z} \Sigma_{ZZ}^{-1} (Z - \bar{Z}) = \Phi X^*[Z] + b \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{Var}\{X_1 - X_1^*[Z]\} = \Sigma_{X_1 X_1} - \Sigma_{X_1 Z} \Sigma_{ZZ}^{-1} \Sigma_{X_1 Z}^T = \Phi \text{Var}\{X - X^*[Z]\} \Phi^T + R \dots\dots\dots (7)$$

が得られる。

Z が現在までの観測情報全体を表し、 X が現在時刻のシステムの状態量ベクトルを表しているとする。将来時刻のシステムの状態量や出力 X_1 が X を用いて (5) 式の形に表されるならば、現在までの観測情報 Z による X_1 の線形最小 2 乗推定式 $X_1^*[Z]$ 、その推定誤差の共分散行列 $\text{Var}\{X_1 - X_1^*[Z]\}$ は (6), (7) 式によって計算できるわけである。さらに、それより将来のシステムの状態量や出力 X_2 が X_1 を用いて (5) 式と同様の線形式で表されるならば、同じ公式を繰り返して適用して、 X_2 の線形最小 2 乗推定式や推定誤差の共分散行列を求めることができる。

特に、 Z, X, w が正規分布に従うならば、 X_1 も正規分布に従い、観測情報 Z に基づく条件付き分布が $N(X_1^*[Z], \text{Var}\{X_1 - X_1^*[Z]\})$ に従うことになるので、 X_1 に関する確率的な演算が可能となる。厳密にはこれらの条件が満たされていないとしても、近似的に正規分布仮定をおいて計算を進めることも十分考えられる。洪水のような比較的希にしか生じない現象について正規分布近似が成立するとする仮定はよくないようにみえるが、実際に豪雨・洪水現象が進行中に予測計算をするのであるから、確率分布の裾の方を議論しているのではないことに注意すれば、正規分布近似も十分実用的であるといえる。

3.2 流出予測の前提条件の定式化

すでに開発されている流出モデルのほとんどは、状態ベクトルを適当に定義することによって、次の形の状態空間モデルと考えることができる。

$$\text{状態方程式 } dx_i(t)/dt = f_i(x(t), r), \quad i=1, \dots, N_x$$

$$\text{出力方程式 } y(t) = g(x(t))$$

ただし、 $x(t)$: N_x 次元のベクトル量、 $x_i(t)$: $x(t)$ の第 i 成分、 r : 降雨強度、 f_i , g : スカラー値関数。

このモデルに、モデル誤差や観測誤差を導入して、確率過程的流出モデルを次のように構成する。

$$\text{状態方程式 } dx_i(t)/dt = f_i(x(t), u_k) + G_{x_i} p(t), \quad k-1 < t < k, \quad i=1, \dots, N_x \quad (8)$$

$$dp_i(t)/dt = -(1/\tau_i)p_i(t) + v_{p_i}(t), \quad i=1, \dots, N_p \quad (9)$$

$$\text{出力方程式 } y(t) = g(x(t)) + G_y p(t) \quad (10)$$

ただし、 $p(t)$: モデル誤差や観測誤差を表現するために導入した N_p 次のノイズベクトルで、第 i 成分 $p_i(t)$ は時定数 τ_i の指数関数的相関をもつ確率過程モデル(9) でモデル化されている。 $v_{p_i}(t)$ は連続白色正規過程である。 G_{x_i} : $N_x \times N_p$ 次非確率行列 G_x の第 i 行のベクトル。 G_y : N_p 次の行ベクトル。また、降雨強度 r は単位時間ごとに一定の値 u_k をとるとし、単位時間内の変動を考慮しないことの誤差は $p(t)$ を導入することで表現されていると考えている。

以下、流出予測の前提条件を述べる。

- [1] 流出予測においては、時々刻々得られる観測情報を利用して状態量 $(x(t), p(t))$ をフィルタリングし、常に最適の推定量を初期値として用いて、将来の状態量、出力を予測する。 $t=0$ が現在時刻であるとし、過去の観測情報を利用した状態量 $(x(0), p(0))$ の推定値と推定誤差の共分散行列が得られているとする。
- [2] M 単位時間先までの将来の降雨強度 $\underline{u} = (u_1, u_2, \dots, u_M)$ の予測値 $\underline{\hat{u}}$ と予測誤差の共分散行列 $R_{\underline{u}} = \text{Var}\{\underline{u} - \underline{\hat{u}}\}$ が与えられているとする。 M の大きさとしては、降雨が終了するまでの期間を含むような相当大きな値を想定している。2. で述べたように、台風性降雨のシミュレーションモデルや最近の降雨場に関する研究などで得られている確率モデルを用いれば、降雨初期に、これから先の一雨全体の平均値・共分散構造が与えられているとしてよい。レーダ雨量計を利用して得られる短時間予測情報や、「今夜半から明朝にかけて…」の形の総括的な予測情報がさらに得られる場合の取扱いは後で別に議論することにするが、結局は追加的な情報も入れて $\underline{\hat{u}}$ と $R_{\underline{u}}$ が与えられているとすることになる。
- [3] 推定値の回りの Taylor 展開や統計的線形化、統計的 2 次近似⁸⁾などの適当な線形化手法と差分近似手法を利用して、状態方程式(8)、(9)、出力方程式(10) は次のように離散時間線形化式に変換されるとする。

$$\mathbf{x}((j+1)\Delta t/K) = A_j \mathbf{x}(j\Delta t/K) + B_j + v_{xj}, \quad j=0, 1, \dots, MK-1 \quad (11)$$

$$y(k) = A_{yk} \mathbf{x}(k) + B_{yk} + v_{yk}, \quad k=1, \dots, M \quad (12)$$

ただし、 $\mathbf{x}(t) = (x(t)^T, p(t)^T, \underline{\hat{u}}^T)^T$ は拡張された $N_{xpu} = N_x + N_p + M$ 次の状態ベクトル。 $\Delta t = 1/K$: 差分時間間隔。 v_{xj} : 平均 0、共分散行列 Q_j の N_{xpu} 次ノイズベクトル。 v_{yk} : 平均 0、分散 Q_{yk} のノイズ。 A_j, B_j, A_{yk}, B_{yk} : 非確率係数行列または列ベクトル。

ここで、無限次元の変量の推定問題を避けるために、出力 $y(t)$, $0 < t \leq M$ 全体を考えずに、離散的な時間 $k=1, 2, \dots, M$ での $y(k)$ の推定(予測)の問題を考えている。

4. 降雨予測情報の取扱い

レーダ雨量計を利用して精度つきの短時間降雨予測情報を提供しようとする試みもされるようになって

きた⁹⁾。降雨初期に与える確率モデルのほかに、短時間の降雨予測が与えられるとすれば、これを追加の情報として処理することができる。例えば、1時間先の降雨 u_1 の予測値 $\hat{u}_1$ と予測誤差分散 $\text{Var}\{u_1 - \hat{u}_1\}$ が、すでに得られている情報 $\hat{u}_k, R_k$ に追加的に与えられたとしよう。この場合、観測式 $y_{obs} = u_1 + \varepsilon$ によって将来降雨 u を観測し、観測値 $\hat{u}_1$ を得たと考えてフィルタリングし、 $\hat{u}_k, R_k$ を更新すればよい。ただし、 ε は平均値 0、分散 $\text{Var}\{u_1 - \hat{u}_1\}$ を持つとする。

「今夜半から明朝にかけて 100 mm 前後の雨が予想されます」といった予測情報を組み込む問題も、次のように、観測情報が得られたときのフィルタリング問題とみなすことが考えられる。

- ・今夜半、明朝を表す時刻を L_1, L_2 とし、

$$\sum_{k=L_1}^{L_2} u_k + v_1 = y_{obs1}, \quad \sum_{k=L_2+1}^M u_k + v_2 = y_{obs2}$$

という観測式を考える。ただし、 v_1, v_2 は観測ノイズである。

- ・観測値 y_{obs1} を 100 mm とし、明朝を過ぎるとほぼ雨はやんでいるとして y_{obs2} の値を小さく、例えば 5 mm ととり、情報の確かさは v_1, v_2 の分散の大きさに反映させることにして、フィルタリングし、将来の降雨強度の推定 $\hat{u}_k, R_k$ を更新する。

さらに、降雨期間の不確かさを考慮するには、降雨期間が $(L_1(i), L_2(i))$, $i = 1, \dots, I$ である確率を $p_1, \dots, p_I$ と考えて、降雨期間がそれぞれの値をとるときの事後確率分布をこれらの確率 p_i み重みとして平均すればよい。

降雨に関する情報を次々と降雨の推定情報に組み込んでいく場合、想定する観測式のノイズ項が事前分布と無相関であると考えていることに注意しなければならない。

5. 流出量系列の確率構造を予測するアルゴリズム

3. 2 で述べた流出予測の前提条件のもとで、流出量の系列 $y(1), \dots, y(M)$ の同時確率分布を得るために、予測計算の最終段階で $y(1), \dots, y(M)$ の推定値系列と推定誤差共分散行列が求められるようなアルゴリズムを考える。筆者らの従来のアルゴリズムと異なるのは、各リードタイムでの推定誤差の分散だけでなく、異なるリードタイムでの推定誤差の間の共分散をもとめる点である。そのために、拡張された状態ベクトル $\mathbf{x}(t)$ をさらに拡張して次のように定義する。

$$X(t)^T = (\mathbf{x}(t)^T, y(1), \dots, y(k))^T, \quad 0 \leq k \leq t < k+1 \leq M \dots \dots \dots (13)$$

このとき $X(t)$ は $N_{xpu} + k$ 次の列ベクトルになる。

そうすると、差分時間間隔 Δt だけ時間が進むステップでは、状態ベクトル $X(t)$ の推移は、 $k \leq j \Delta t < k+1$ のとき、(11)式から、

$$X(j+1)\Delta t/K = \begin{bmatrix} A_j & 0 \\ 0 & I_k \end{bmatrix} X(j\Delta t/K) + \begin{bmatrix} B_j \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{xj} \\ 0 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (14)$$

と表される。また、時刻 k では、

$$X(k+) = \begin{bmatrix} I_{N_{xpu}+k-1} \\ A_{yk} \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{yk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ v_{yk} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (15)$$

によって、状態ベクトルの次元が拡大されるとすればよい。ただし、(14), (15)式中、 I は単位行列を表

し、添え字はその次元を表している。これらの推移式は、(5)式の形であるので、(6)、(7)式に従い、逐次、現在時刻までに得られた観測情報に基づく推定値と推定誤差の共分散行列を算出することができる。

$X(M+)$ の推定値 $\hat{X}(M+)$ と推定誤差の共分散行列 $\text{Var}\{X(M+)-\hat{X}(M+)\}$ が求められるまで公式(6)、(7)を用いる上記の計算を進めていき、 $\hat{X}(M+)$ の後半の M 次ベクトル、 $\text{Var}\{X(M+)-\hat{X}(M+)\}$ の右下 M 次の行列を取り出せば、 $y(1), \dots, y(M)$ の推定値系列と推定誤差共分散行列が得られることになる。

正規分布仮定をおけば、これから、 $y(1), \dots, y(M)$ の確率分布が決定されるので、

- ・ 現在時刻までの最大流量を Q_{p0} として、 $P_{rob}\{y(k) < Q_{p0} \mid k=1, \dots, M\}$ を求める計算
- ・ $\sum_{k=1}^M y(k)$ の確率分布を求める計算
- ・ 警戒水位に対応する流量を Q_w として、 $P_{rob}\{\text{ある } 1 < k \leq M \text{ で } y(k) > Q_w\}$ を求める計算
- ・ $y(k_p) = \max\{y(1), \dots, y(M)\}$ や k_p の確率分布を求める計算

をすることができる。これらの計算が仮に解析的にできなくても、正規乱数を発生させれば近似値を求めることができる。

6. 数値シミュレーションによる検討

6.1 モンテカルロシミュレーションとの比較

5. で述べたアルゴリズムの有効性をみるために、次のような直列非線形貯水池モデルについて数値シミュレーションを行った。

$$\begin{aligned} ds_1/dt &= -K_1 s_1^m + \alpha_1 r + p_1(t) \\ ds_2/dt &= -K_2 s_2^m + \beta_2 K_1 s_1^m + \alpha_2 r + p_2(t) \\ &\dots \\ ds_n/dt &= -K_n s_n^m + \beta_n K_{n-1} s_{n-1}^m + \alpha_n r + p_n(t) \\ y(t) &= AK_n s_n^m + w \end{aligned}$$

ただし、 n 次のノイズベクトル $p(t)$ の推移式は (9) 式と同じである。 w は正規白色系列である。

Fig. 1 ~ 4 に、本研究の方法によって、流量系列の期待値系列、ピーク流量の確率分布、ピーク生起時刻の確率分布を計算した一例をしめす。ただし、線形化の方法として、推定値の回りに Taylor 展開する方法を採用した。流量系列の期待値と共分散行列を求めた後は、正規乱数を発生させてこれらの分布を求めた。Fig. 1 では、元の方程式のノイズ項に対応する乱数を多数発生させて、対応する分布を統計的

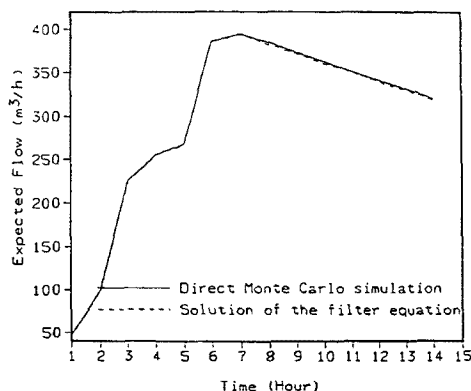


Fig. 1. Series of predicted (mean) runoff discharges.

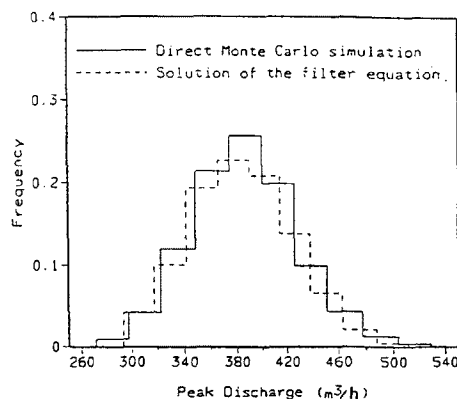


Fig. 2. Probability distribution of peak discharge.

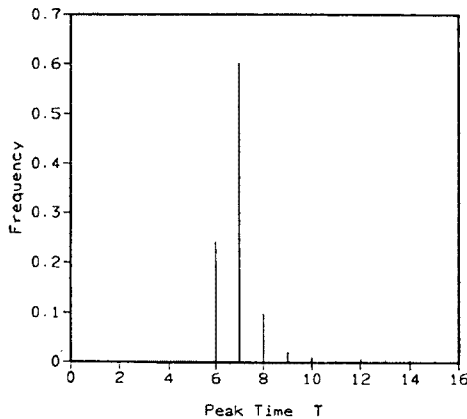


Fig. 3. Probability distribution of time-to-peak of discharge calculated with the Monte Carlo simulation method.

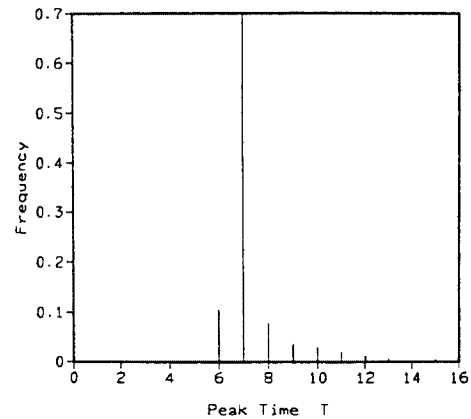


Fig. 4. Probability distribution of time-to-peak of discharge calculated with the method developed in this study.

に求めたもの（モンテカルロシミュレーション）も示している。いずれでも、発生させた流量系列の個数は同一であるが、本研究の方法では、計算時間は、モンテカルロシミュレーションの $1/30$ である。

この例では、 $n=5$, $m=5/3$, $A=120\text{km}^2$, $K_t=22\text{mm}^{-2/3}\text{h}^{-1}$, $\beta_i=i/(i+1)$, $\tau_i=5\text{h}$, $\sigma_{p_i}^2=0.4(\text{mm/hr})^2$, $i=1, \dots, 5$ とした。 w の分散、降雨強度 r の予測値と予測誤差共分散、状態量の初期推定値、推定誤差共分散行列は適当に与えて計算を行った。

本研究の方法で求められた流出量のピーク値、ピーク生起時刻の確率分布は、モンテカルロシミュレーションによって求められたものとよく一致している。降雨強度の時間的変動や分散の大きさの影響を詳細に調べる必要があるが、基本的には、本研究の方法によって、将来の流出量の時間的変動を含めた確率予測が可能であることが示されたといっていよう。

以上の計算には大型計算機を用いており、大型計算機が利用できないような河川管理の現場でも利用できる程度であるかについて更に検討をしておく必要がある。

6.2 計算機の規模と流域分割

降雨の空間的分布や雨水の貯水量の空間的分布を考慮すると、流域が大きくなると集中型の流出モデルを用いることには問題がでてくる。そうした場合、流域を分割して、集中型のモデルを連結した形のモデルを考えることになろう。こうした分割によるメモリーの消費、計算時間の増大が、精度の要求との関連でどの程度の重要性をもつか、パーソナルコンピュータやワークステーションで対応できる程度であるかを調査することも重要である。

流域の流出高と貯留高との関係について、永井ら¹⁰⁾は次のような経験式

$$q=ks^m, \quad k=(1/5.5A^{0.14})^m, \quad m=5/3 \dots\dots\dots (16)$$

を導いている。ただし、 s は貯留高 (mm), q は流出高 (mm/h), A は流域面積 (km^2) である。永井らは、遅滞時間 T_L についても、流域の面積とピーク流量の有効雨強度換算値で表現する経験式を導いているが、簡単のため、 $T_L=0$ に固定する。

さらに、モデルの誤差や観測誤差を表現するノイズ項を導入して、流出システムを確率過程的に表現すると

$$ds(t)/dt = -ks^m + r(t) + p(t)$$

$$y(t) = \frac{A}{3.6} ks^m + w(t)$$

が得られる。ただし、 $r(t)$ (mm/h)は降雨強度、 $p(t)$, $w(t)$ はモデル誤差や観測誤差を表現するために導入したノイズベクトル、 $y(t)$ (m^3/s) は流域の下流端の流出量である。

もし、流域が矩形であると想定し、 n 等分割すれば、次の連立方程式が成り立つ。

$$ds_1(t)/dt = -k_1 s_1^m + r(t) + p_1(t)$$

$$ds_2(t)/dt = -k_2 s_2^m + k_1 s_1^m + r(t) + p_2(t)$$

...

$$ds_n(t)/dt = -k_n s_n^m + k_{n-1} s_{n-1}^m + r(t) + p_n(t)$$

ただし、 $p_i(t)$ はノイズ項、 $k_i = ik/n^m((i/n)^a - ((i-1)/n)^a - ((i-1)/n)^a)^m$, $a = 1 + 1/m$ である。流域の下流端の流量 y は次式によって発表される。

$$y(t) = \frac{A}{3.6n} k_n s_n^m + w(t)$$

これは、6.1 で検討した多段貯水池モデルの形であるので、6.1 で述べたものと同様の計算を行い、計算時間と精度について検討した。計算には、パーソナルコンピュータ (PC-98 XL) とワークステーション (Tektronix 4132) を用い、面積の異なる3つの流域を例にとって、15時間先までの流出を予測した。主要な結果を Table 1 に示す。表中、M はモンテカルロシミュレーションによる方法を、F はフィルタリングによる方法を、“mean” はピーク流量の平均値を表している。“computing time” の欄で、例えば、9:32 とあるのは、9分32秒であることを表している。

貯留高の初期分布は空間的に無相関で、状態方程式のノイズ項は、空間的には無相関、時間的には指数関数的相関を持つものとして取り扱った。

PC-98 XL (i80286, i80287 搭載) では、フィルタリングによる方法の計算時間は、流域を分割しない時、モンテカルロシミュレーションによる方法の計算時間の1/19であるが、流域の分割数が増えるにつれて、計算時間の比は小さくなっていく。モンテカルロシミュレーションによる方法では、計算時間は、流域を分割しない場合でも5分、5分割では2時間にもなる。流域を10個以上に分割する場合には、計算時間はもっと容認できない程度になる。しかし、フィルタリングによる方法では、流域を15個まで分割しても、計算時間は6分までに収まっている。

Tektronix 4132 (NS 32016 搭載) を用いる場合、全般的に計算時間が PC-98 XL の計算時間より短い。フィルタリングによる方法とモンテカルロシミュレーションによる方法との関係は PC-98 XL での

Table 1. Comparison of computing times for runoff prediction

Computer			Personal Computer NEC PC-98XL				WorkStation Tektronix 4132			
Number of Divisions			1	5	10	15	1	5	10	15
Basin A 1000 km^2	M	Computing time	9:32	128:09	/	/	7:57	38:39	182:30	/
		mean	1421	1276	/	/	1428	1286	1244	/
	F	Computing time	0:31	0:58	2:24	5:38	0:23	0:30	1:08	1:49
		mean	1403	1265	1224	1200	1431	1294	1256	1231
Basin B 500 km^2	M	Computing time	9:14	/	/	/	7:55	40:07	/	/
		mean	779	/	/	/	782	733	/	/
	F	Computing time	0:31	0:59	2:24	5:40	0:17	0:25	0:52	1:49
		mean	770	722	711	704	785	738	728	722
Basin C 100 km^2	M	Computing time	9:31	/	/	/	8:00	39:30	/	/
		mean	186	/	/	/	187	189	/	/
	F	Computing time	0:30	0:57	2:30	5:49	0:17	0:25	0:56	1:53
		mean	184	188	193	194	188	192	196	197

関係とおなじである。モンテカルロシミュレーションによる方法で、計算時間は、流域を5つに分割する場合、8分以内であるが、分割数が10になると3時間にもなるので、現実的ではない。

流域を分割することの予測値に対する影響は、流域の面積が大きくなればなるほど大きくなる。流域面積1000 km²のケースAでは分割しない結果と5分割の結果が10%ずれているが、5分割の結果と10分割の結果とのずれは3%に収められる。分割の数が増えると同時に、ずれが小さくなってくるのが分かる。しかし、流域面積が100 km²と小さいケースCでは、流域を分割しても結果はさほど変わらない。

したがって、通常考えられる貯留関数の定数のもとでは、流域の分割数としては、5～10程度で十分であるようであり、その程度であれば、フィルタリングによる方法を用いれば、パソコンやワークステーションでも対応できることが明らかになった。

7. 結 論

本研究では、ハイドログラフ全体の確率予測のための新しいアルゴリズムを提案し、簡単な計算例から、その有効性を検証した。数値シミュレーションではピーク流量、ピーク生起時刻の確率分布を求める計算だけを検討したが、総流出量の確率分布や、今後指定された時間内に警戒水位を越える確率はどれくらいかについても同様に計算できる。

パーソナルコンピュータ PC-98 XL とワークステーション Tektronix 4132 での数値実験により、フィルタリングによる方法が大型コンピュータの利用できない河川管理現場でも十分に利用できる有効な方法であることが示された。残念ながら、モンテカルロシミュレーションによってハイドログラフ全体の確率的な予測情報を得ようとする方法は、計算量が多くなって実時間ではない使い難いことが明らかとなった。

参 考 文 献

- 1) 高棹琢馬・椎葉充晴・堀智晴：洪水制御支援のためのエキスパートシステムに関する基礎的検討，京大防災研年報，第31号B2，1988，pp.357-368.
- 2) 宝馨・高棹琢馬・椎葉充晴：洪水流出の確率予測における実際的手法，第28回水理講演会論文集，1984，pp.415-422.
- 3) 望月邦雄：淀川の治水計画とそのシステム工学的研究，京都大学博士論文，1970.
- 4) 小尻利治：ダム貯水池群による水量・濁質制御に関するシステム論的研究，京都大学博士論文，1980.
- 5) Rodriguez-Iturbe, I. and P.S. Bagleson. The mathematical models of rainstorm events in space and time. *Water Resources Research*, 23(1), 1987, pp.181-190.
- 6) 中北英一・椎葉充晴・池淵周一・高棹琢馬：3次元レーダー情報を利用した降雨予測手法の開発，土木学会水工学論文集，第34巻，1990，pp.91-96.
- 7) 竹内邦良・林直人：降雨予測を利用した予備放流方式の実用化に関する検討，昭和63年度科研報告書（研究代表者：高棹琢馬）「豪雨出水の実時間予測と制御に関する研究」，1989，pp.68-74.
- 8) 高棹琢馬・椎葉充晴・富澤直樹：統計的二次近似理論を適用した流出予測システムの構成，京大防災研年報，第27号B2，1984，pp.255-273.
- 9) 上林好之：レーダー雨量情報を利用して洪水調節を確率的に行うための基礎的検討，土木学会論文集，第411号/II-2，1989，pp.169-175.
- 10) 永井明博・角屋睦・杉山博信・鈴木克英：貯留関数法の総合化，京大防災研年報，第25号B-2，1982，pp.207-220.