

順序統計量を用いて地震動特性のパラメータ変動を考慮したロバスト最適設計

ROBUST DESIGN OPTIMIZATION CONSIDERING PARAMETER VARIATION OF SEISMIC CHARACTERISTICS USING ORDER STATISTICS

山川 誠*, 大崎 純**

Makoto YAMAKAWA and Makoto OHSAKI

In the practical design process, uncertainty in the parameters should be appropriately taken into account. For example, earthquakes should be considered as uncertain phenomena. Robust design method is known as an effective design method under such uncertainties, where a design is found to be insensitive to environment and other uncontrollable factors. Worst-case design of structures is a popular approach as a robust design method, where the objective function and/or the constraints are assigned to the worst values of the structural responses. However, predicting the exact extremes from small samples is difficult in general. Hence, we have proposed use of the k -th worst value instead of the exact worst value. We can predict and control more accurately the behavior of RS by this approach. We could successfully apply the approach to seismic design problems linking with a prescribed accuracy. Through a numerical example, we show the decision based on the k -th order statistics is closely related to the reliability index under some assumptions. The result indicates a new aspect of the proposed robust design method.

Keywords : *Seismic response, Order statistics, Uncertainty, Robustness, Reliability-based design, Optimum design*

地震時応答, 順序統計, 不確定性, ロバスト性, 信頼性設計, 最適設計,

1. はじめに

建築構造物の設計において, 地域特性を反映して予測地震動は設定されるが, 地震動を予測することは難しく, 地震の発生は不確実な現象と取り扱わざるを得ない. 特定の数種類の地震動に対してのみ安全性が保たれるような設計は望ましくなく, 不確定性への配慮が求められる. このような不確定性を陽に考慮した設計として, ロバスト設計が知られている¹⁾.

地震動特性の不確定性を考慮したロバスト設計の研究として, 周波数応答領域の解析に基づくロバスト性評価手法などが提案されている²⁾. しかし, 現行の設計体系への応用においては, 各種非線形性を考慮した時刻歴応答解析に基づく設計法が必要である. さらに, 十分な知見がなく, 根拠の曖昧なパラメータ変動幅で規定される問題を迅速に解くことが求められる. ただし, 最悪ケース解析において時刻歴応答解析を扱うには各種の問題点が存在することが知られており³⁾, また正確な最悪値は必ずしも必要とされない.

上記のような不確定性を有する構造最適化問題に対して, 近似解を効率よく求める方法を著者らは提案している⁴⁾⁻⁶⁾. 本論では, 構造物パラメータと地震動特性パラメータのそれぞれに不確定性が含まれる場合へのロバスト最適設計の適用性について論じる. まず第2章では, ロバスト設計と最悪ケース解析の関係を紹介し, 最悪応答

値の予測において, 順序統計量が果たす役割を述べる. 次に3章では, 構造物パラメータおよび地震動特性パラメータに不確定性が含まれる場合の構造物の最悪応答について, 与えられた精度でそのふるまいを予測可能なことを, 数値解析例を通じて調べる. 最後に4章では, 得られた知見を整理し, 現在の位置付けおよび今後の課題についてまとめる.

2. 順序統計量に基づく最悪応答値予測

本章では順序統計理論に基づき, 所定の精度で最悪応答値を予測するための定式化を行う. まず2.1節でロバスト設計と最悪ケース解析の関係を紹介し, 2.2節で最悪応答値の予測において, 順序統計量が果たす役割を述べる.

2.1. ロバスト設計と最悪ケース解析

設計変数ベクトルを $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m$, 入力パラメータベクトルを $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_r) \in \mathbb{R}^r$ とし, 設計変数 $\mathbf{x}$ および入力パラメータ $\mathbf{p}$ に対する構造物の地震時代表応答量を $g = g(\mathbf{x}; \mathbf{p})$ と表す. 設計変数 $\mathbf{x}$ は設計者が制御可能な設計パラメータを指し, 入力パラメータ $\mathbf{p}$ は環境やシステム固有の量を指す. 以降では, 構造物パラメータに $\mathbf{x}$, 地震動特性パラメータに $\mathbf{p}$ を割り当てる. 構造物パラメータ $\mathbf{x}$ に不確定変動 $\Delta \mathbf{x} \in \Omega_1$ が生じ, 地震動特性パラメータ $\mathbf{p} \in \Omega_2$ も不確定に

*東京電機大学未来科学部建築学科 准教授・博士 (工学)

**京都大学大学院工学研究科建築学専攻 教授・博士 (工学)

Assoc. Prof., Dept. of Architecture, School of Science and Technology for Future Life, Tokyo Denki University, Dr. Eng.

Prof., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto University, Dr. Eng.

変動する場合を考える。このとき、条件

$$g(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}; \mathbf{p}) \leq \bar{g} \text{ for all } \Delta \mathbf{x} \in \Omega_1, \mathbf{p} \in \Omega_2 \quad (1)$$

が何らかの意味で満たされるか、あるいはどの程度の精度で成立が保証されるかを調べるのが本論の主題である。条件(1)を扱う方法として最悪ケース解析が知られている⁷⁾。すなわち、条件(1)は最悪地震時応答についての条件

$$g_{\max}(\mathbf{x}) := \max_{\Delta \mathbf{x} \in \Omega_1, \mathbf{p} \in \Omega_2} g(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}; \mathbf{p}) \leq \bar{g} \quad (2)$$

に書き換えて扱うことができる。ただし、一般的な形式のままで条件(2)を評価することは困難である。また低頻度でしか生じない事象を含むすべての場合に安全性を確保することになるため、過度に保守的な設計が必要となり、現実的とは言えない設計となるとの指摘もなされている⁷⁾。

2.2. 順序統計量と確率的制約

条件(2)がどの程度の精度で満たされるか調べる目的に、Random Search (RS) に基づく順序統計量の利用が有効である⁴⁾⁻⁶⁾。以降では、不確定変動をまとめて $\theta = (\Delta \mathbf{x}, \mathbf{p}) \in \Omega$ と表し、対応する地震時応答を確率変数 $Y = g(\mathbf{x}, \theta)$ とみなす。ここで、 $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2$ とする。また、誤解のない限り、設計変数 $\mathbf{x}$ についての依存を省略し、 $g(\mathbf{x}, \theta)$ を $g(\theta)$ と簡潔に表す。一般的なRandom Search (RS) のアルゴリズムをつぎのAlgorithm 1に示す⁸⁾。

Algorithm 1. (Random Search)

Initialization

Ω 上の確率分布 P_1 に従い最初の標本点 θ_1 を生成し、関数値 $g(\theta_1)$ を評価する。

For $j=1, 2, 3, \dots$

1. これまでに得られた標本点 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j$ および対応する関数値 $g(\theta_1), g(\theta_2), \dots, g(\theta_j)$ を用いて停止条件を満たすか調べる。もし停止条件が満たされていればアルゴリズムを停止する。
2. Ω 上の確率分布 P_{j+1} に従い標本点 θ_{j+1} を生成し、関数値 $g(\theta_{j+1})$ を評価する。

本論では、Algorithm 1における確率分布 $P_1, P_2, \dots$ は、すべて Ω 上の一様確率分布とする。このようなRSから得られる標本値の列を

$$\{Y_1 = g(\theta_1), Y_2 = g(\theta_2), \dots, Y_n = g(\theta_n)\} \quad (3)$$

と表す。確率変数列 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ はそれぞれ独立であるが、同一の累積分布関数を持ち、これを

$$F(y) = \Pr\{Y \leq y\} = \Pr\{\theta \in \Omega \mid g(\theta) \leq y\} \quad (4)$$

と表す。このとき、確率変数列 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ を並べ替え

$$Y_{1,n} \geq Y_{2,n} \geq \dots \geq Y_{n,n} \quad (5)$$

と表す。式(5)における第 k 番目 ($1 \leq k \leq n$) の確率変数 $Y_{k,n}$ は第 k 順序統計量と呼ばれ、 $Y_{k,n}$ の累積分布関数は

$$F_{k,n}(y) = \Pr\{Y_{k,n} \leq y\} = I_{F(y)}(n-k+1, k) \quad (6)$$

と導かれる⁹⁾¹⁰⁾。なお、最大値を扱うために通常定義とは大小関係を逆としている点に注意されたい。ここで、 $I_p(a, b)$ は不完全ベータ関数

$$I_p(a, b) = \int_0^p t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt / \int_0^1 t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt \quad (7)$$

とする。このとき、ある与えられた α, γ に対し、

$$1 - I_\gamma(k, n+k+1) \geq \alpha \quad (8)$$

を満たすように k, n を選べば、

$$\Pr\{\Pr\{Y \leq Y_{k,n} \mid Y_1, \dots, Y_n\} \geq \gamma\} \geq \alpha \quad (9)$$

が成立する⁵⁾⁶⁾。パラメータ α, γ は「確率変数 Y の分布のうち $100\gamma\%$ が $Y_{k,n}$ 以下になる確率は $100\alpha\%$ 以上」を意味する。言い換えれば、「 $Y_{k,n}$ が上位 $100(1-\gamma)\%$ 以内の最悪応答である確率は $100\alpha\%$ 以上」ということである。ここで特筆すべきは Y の分布に関わらず、式(6)が成り立つことである。さらに、 Y の分布を陽には用いないので、その存在さえ仮定できればよい。このようなアプローチはノンパラメトリック片側許容区間として知られている¹¹⁾。

順序統計量における k, n の選択はRSの停止条件に相当する。すなわち、 n 回の試行での第 k 番目に大きい標本値が $\bar{g}$ より小さいかどうかを調べれば、条件(1)が所定の精度で満たされるかを判定することができる。つまり、 $Y_{k,n} \leq \bar{g}$ であれば、 Ω 上の確率変数 θ 、および $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ に対して

$$\Pr\{\Pr\{g(\theta) \leq \bar{g} \mid \theta_1 = \theta_1, \theta_2 = \theta_2, \dots, \theta_n = \theta_n\} \geq \gamma\} \geq \alpha \quad (10)$$

が成り立つ。式(8)を満たす最小必要標本数 $n = n(k)$ は数値的に求められ、いくつかの α, γ の組に対応する $n(k)$ を表1に示す。

表1 最小必要標本数

(a) $\alpha = \gamma = 0.9$

k	$n(k)$	k	$n(k)$	k	$n(k)$	k	$n(k)$
1	22	6	91	11	152	16	210
2	38	7	104	12	164	17	222
3	52	8	116	13	175	18	233
4	65	9	128	14	187	19	245
5	78	10	140	15	199	20	256

(b) $\alpha = 0.99, \gamma = 0.9$

k	$n(k)$	k	$n(k)$	k	$n(k)$	k	$n(k)$
1	44	6	127	11	197	16	262
2	64	7	142	12	210	17	275
3	81	8	156	13	223	18	287
4	97	9	170	14	236	19	300
5	113	10	183	15	249	20	312

(c) $\alpha = \gamma = 0.99$

k	$n(k)$	k	$n(k)$	k	$n(k)$	k	$n(k)$
1	459	6	1307	11	2010	16	2669
2	662	7	1453	12	2144	17	2798
3	838	8	1596	13	2277	18	2925
4	1001	9	1736	14	2409	19	3052
5	1157	10	1874	15	2539	20	3179

以上のように、順序統計量から最悪応答量の近似値が所定の精度で得られる。提案法は汎用的方法であるが、とりわけ時刻歴応答解析を含む各種の非線形性を有する問題に適している。例えば、文献4)では、遺伝的アルゴリズムと比較して、この種の方法の有利性が示されている。ただし、問題固有の情報を利用できる場合には、そのような情報を利用した方法が効率的であり、既往の方法²⁾⁷⁾を含め

問題の性質を十分に分析・検討した上で適用することが望ましい。

3. 数値解析例

前節までの方法により、構造物パラメータと地震動特性パラメータのそれぞれに不確実性が含まれる場合へのロバスト最適設計の適用性について、数値解析を通じて調べる。まず3.1節では対象とする構造物モデルを紹介し、3.2節では、本論で扱う構造物特性および地震動特性における不確定変動モデルを定義する。3.3節では、本論で提案する順序統計量に基づく最悪応答予測の精度評価を検証し、3.4節では信頼性設計の分野で、破壊確率と結びつけて用いられることの多い信頼性指標との比較を行う。さらに、3.5節では不確定変動を考慮したロバスト最適設計問題への提案法の適用可能性を検討する。

3.1. 構造物モデル

各層質量100ton, 階高3.25m, 全体重量 $W=100 \times 9.8 \times 7 = 6,860$ kNの図1に示すような7層せん断質点系モデルを考える。各層の耐力・剛性の無次元量を設計変数 $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_7)$ とする。各層の復元力特性(層せん断力-層間変形角関係)を図2に示すようなTri-Linear型とし、設計変数 $\mathbf{x}$ と関係づける。

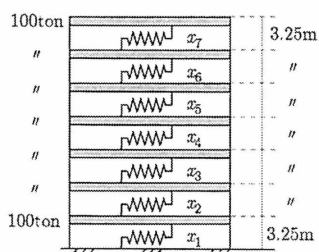


図1 7層せん断質点系モデル

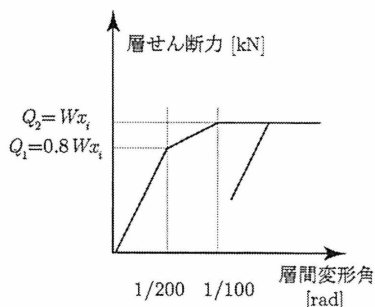


図2 層せん断力-層間変形角関係(第*i*層)

建物の構造特性として、例えば設計変数

$$\mathbf{x} = (0.39, 0.37, 0.34, 0.30, 0.25, 0.18, 0.11) \quad (11)$$

を与えた場合の層せん断力-層間変形角関係を図3に示す。

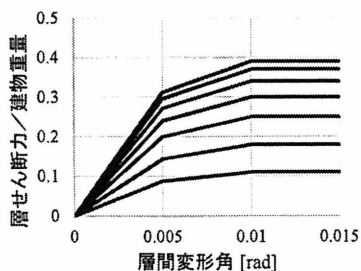


図3 層せん断力-層間変形角関係(構造特性モデル)の例

設計解(11)は、不確定変動のない場合の地震動: Osaka UMT28 NS⁽³⁾ に対し応答層間変形角が最小となる局所解であり、一次固有周期は0.90 sec, 最大層間変形角は0.0135 rad となる⁽²⁾。なお, Osaka UMT28 NSの詳細は次節に述べる。

3.2. 不確定変動モデル

設計用地震動として、上町断層帯地震の予測地震動群の一つであるOsaka UMT28 NS (PGA: 531 cm/s², PGV: 78 cm/s) を与える。この地震動のフーリエ振幅スペクトルを図4の黒線に、減衰定数5%を与えた速度応答スペクトルを図5の黒線に示す。

設計用地震動の地動加速度を $a = a(t)$ と表し、フーリエ振幅スペクトルに周期方向の変動 p を与え、これを逆フーリエ変換することにより、周期特性に変動 p が与えられた地震動 $\tilde{a}(t; p)$ を生成する。ここで、 $a(t) = \tilde{a}(t; p=0)$ とする。この地震動特性パラメータの不確実性を

$$p \in [-0.1, 0.1] \text{ (sec)} \quad (12)$$

と与える。Osaka UMT28 NSにこの不確定変動を与えて生成される地震動20波について、フーリエ振幅スペクトルを図4に、減衰定数5%を与えた速度応答スペクトルを図5にそれぞれ灰色線で示す。

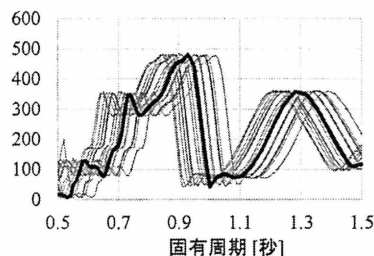


図4 地震動の不確定モデル: フーリエ振幅スペクトル (cm/sec)

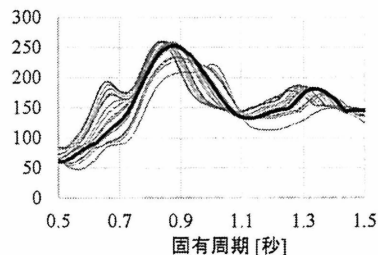


図5 地震動の不確定モデル: 速度応答スペクトル (cm/sec)

また、構造物パラメータの不確定変動を

$$\Delta \mathbf{x} \in [-0.02 \mathbf{x}, 0.02 \mathbf{x}] \quad (13)$$

と設定する。すなわち、層の剛性・耐力に±2%以内の不確定変動を与えることに相当する。

3.3. 最悪ケース解析

本節では、設計変数 $\mathbf{x}$ の標準値を式(11)のように定め、順序統計量による最悪応答予測値のふるまいを調べる。前節のモデルに対し時刻歴応答解析により評価される最大応答層間変形角を $\delta(\mathbf{x}; p)$ と表す。時刻歴応答解析にはNewmark β 法 ($\beta = 1/4$) を使い、1次の減衰定数を2%とする初期剛性比例減衰、時間刻み0.01 sec として、継続時間中の最大応答層間変形角を評価し、応答関数を

$$g(\theta) = g(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}; p) \quad \text{for } \Delta \mathbf{x} \in [0.02 \mathbf{x}, 0.02 \mathbf{x}], p \in [-0.1, 0.1] \quad (14)$$

と定義する。

$\alpha = \gamma = 0.9$ と与え、順序統計量 $Y_{k,n(k)}$ を求める。前述のように、 k に応じて必要となる標本数 $n(k)$ は異なり、この解析例の場合、表 1(a) に示すだけの標本数が必要となる。さらに検証用標本数 $N = 10,000$ に対し、検証用標本 $Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ を別途得ておく。そして、 $Y_{k,n(k)}$ より小さい許容標本比率

$$\Gamma_N = \frac{Y_j \leq Y_{k,n(k)} \text{ である } Y_j \text{ の個数}}{N} \quad (15)$$

を計算する。このとき、許容標本比率 Γ_N が $0.9 (= \gamma)$ 以上となる確率は $90\% (= 100\alpha\%)$ 以上のはずである。式 (15) について、 $k = 1, 2, \dots, 10$ のそれぞれで Γ_N を 1,000 ケース計算し、この 1,000 ケース中での Γ_N の平均、標準偏差、および $\Gamma_N \geq 0.9$ となったケース数を表 2 に示す。

表 2 順序統計量による最悪応答予測値の精度検証
(各 1,000 ケース中)

k	1	2	3	4	5
Γ_N 平均	0.955	0.947	0.943	0.939	0.936
Γ_N 標準偏差	0.043	0.036	0.032	0.030	0.028
$\Gamma_N \geq 0.9$ となるケース数	896	899	906	900	899
k	6	7	8	9	10
Γ_N 平均	0.934	0.932	0.930	0.929	0.928
Γ_N 標準偏差	0.026	0.024	0.023	0.022	0.021
$\Gamma_N \geq 0.9$ となるケース数	892	898	896	898	900

表 2 より、 k を大きく与えたとばらつき (標準偏差) が減少し、平均が $0.9 (= \gamma)$ に近づくことがわかる。また、どの k についても $\Gamma_N \geq 0.9 (= \gamma)$ となるケース数はほぼ 900 であり、 k に関わらず予測された通りの結果、すなわち 1,000 ケース中のおおよそ $90\% (= 100\alpha\%)$ の確率で $\Gamma_N \geq 0.9 (= \gamma)$ が実現されていることがわかる。

また、 k を小さくすると、ばらつき (標準偏差) が大きくなり、それを抑えるために大きな安全率が必要となるので、予測値は平均的に大きい側に偏る。結果、過剰に安全な設計となる可能性があることに注意が必要である。以上より、構造物パラメータ、および地震動特性パラメータについて不確実性が同時に含まれる場合の最悪応答のふるまいを、指定された精度で予測可能なことが確認される。

本論では、順序 k を変化した場合に、それに応じて予測値の挙動がどのように変化するかについて、数値的検討からの傾向を調べるに留める。より理論的な検討も可能と予想されるが、今後の課題である。

3.4. 信頼性指標との比較

次に、信頼性設計の分野で、破壊確率と結びつけて用いられることの多い信頼性指標 (reliability index) β (例えば¹⁴⁾ と提案法の比較を行う。確率変数 Z に対し、 $Z > 0$ の領域は安全事象を、 $Z \leq 0$ の領域は破壊事象を表すとする。確率変数 Z は平均 μ_z 、標準偏差 σ_z の正規分布に従うと仮定し、破壊確率を p_f と表すと、

$$p_f = \Pr\{Z < 0\} = \Phi\left(-\frac{\mu_z}{\sigma_z}\right) = \Phi(-\beta) \quad (16)$$

が成り立つ。ここで、 Φ は標準正規分布の累積分布関数とする。式 (16) における

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} \quad (17)$$

は信頼性指標 β と呼ばれる。この指標は、平均 μ_z が標準偏差 σ_z を

尺度として、破壊事象から何倍離れているかを表すものと解釈され、 β が大きければ大きいほど破壊確率 p_f が小さくなることに対応する。

これまでの定式化との対応を見るために、破壊確率 p_f を与え、

$$\Pr\{Y > t\} = p_f \quad (18)$$

となるような限界状態の閾値 t を求めることを考える。すなわち、 $Y > t$ を破壊事象とみなす。式 (16) に対応するように $Z = t - Y$ とおき、 Z は正規分布に従うと仮定すれば、 Y にも正規分布が仮定される。確率変数 Y は平均 μ_y および標準偏差 σ_y を持つとして、 β を次式で表す。

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{t - \mu_y}{\sigma_y} \quad (19)$$

ここで、 μ_y および σ_y の真値は不明であるので、確率変数 Y についての n 標本の標本平均 $\hat{\mu}_{y,n}$ および標本標準偏差 $\hat{\sigma}_{y,n}$ を用いて、

$$\beta = \frac{t_n - \hat{\mu}_{y,n}}{\hat{\sigma}_{y,n}} \quad (20)$$

と近似する。式 (20) から、限界状態の閾値の近似値

$$t_n = \hat{\mu}_{y,n} + \beta \cdot \hat{\sigma}_{y,n} \quad (21)$$

が得られる。

前節の結果と比較するため、 $p_f = 1 - \gamma = 0.1$ を与える。これは、信頼性指標を

$$\beta = -\Phi^{-1}(0.1) \approx 1.2816 \quad (22)$$

と与えることに相当する。前節同様に、表 1(a) に示された標本数 $n = n(k)$ を用いて、(21) 式から算出される t_n に対し、 $N = 10,000$ の検証用標本に対する t_n より小さい許容標本比率

$$T_N = \frac{Y_j \leq t_n \text{ である } Y_j \text{ の個数}}{N} \quad (23)$$

を算出する。前節同様、 $k = 1, 2, \dots, 10$ のそれぞれで T_N を 1,000 ケース計算し、この 1,000 ケース中での T_N の平均、標準偏差、および $T_N \geq 0.9$ となったケース数を表 3 に示す。表 3 において、 k は大きくなると対応する標本数 $n(k)$ が大きくなることにのみ対応し、順序としての役割は用いていない。表 3 より、平均的には $0.9 (= \gamma)$ に近くなるが、全体としてどの程度の精度が保証されるかは明かでない。また標本数が増えても平均値は $0.9 (= \gamma)$ に近づくようには観察されない。これは応答の分布を正規分布に近似していることに起因すると考えられる。比較的少ない標本のみから応答の分布性状をある程度予測できるような情報を別途用いるか、あるいは多数の標本を用いない限り、精度について大きな改善は難しいと予想される。一方、平均的に近い値は得られているので、おおよその性状を把握する目的には十分な役割を果たすと言える。

表 3 信頼性指標による最悪応答値の予測精度検証
(各 1,000 ケース中)

k	1	2	3	4	5
T_N 平均	0.863	0.867	0.870	0.870	0.871
T_N 標準偏差	0.056	0.042	0.036	0.032	0.029
$T_N \geq 0.9$ となるケース数	286	229	215	167	161
k	6	7	8	9	10
T_N 平均	0.871	0.871	0.871	0.871	0.872
T_N 標準偏差	0.027	0.026	0.024	0.023	0.022
$T_N \geq 0.9$ となるケース数	144	132	112	108	88

表2と表3の比較により、提案法である順序統計量による最悪応答予測では、与えられた予測精度を確率的に満たすことがわかる。また、提案法はノンパラメトリックな方法に分類され、応答の分布を陽には用いないので、応答の分布が特定の分布（正規分布など）にどの程度近いかなどの検討が不要となる。このような特徴を持つことが、信頼性指標に基づく方法に比べての提案法の利点である。逆に言えば、応答の分布についての情報は、提案法から得られない。よって、このような応答の分布自体に興味がある場合には、本法は適さないとと言える。

3.5. ロバスト最適設計

本節では、不確定変動を考慮したロバスト最適設計問題について考える。設計変数 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_7) \in \mathbb{R}^7$ を離散化し、離散変数 $\mathbf{J} = (J_1, J_2, \dots, J_7) \in \mathbb{Z}^7$ と関係付けて

$$x_i = 0.2 + 0.04(J_i - 1) \quad \text{for } J_i \in \{1, 2, \dots, 11\} \text{ and } i = 1, 2, \dots, 7 \quad (24)$$

と与え、最悪応答最小化問題

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Minimize} & \bar{g} \\ \text{subject to} & g(\mathbf{J}, \theta) \leq \bar{g} \text{ for all } \theta \in \Omega \end{array} \right\} \quad (25)$$

を定義する。ここで、 $\bar{g}$ は応答の上界であり、最悪ケース解析は最小上界を求めることに相当する。不確定変動領域 Ω は式(14)と同様に設定する。前述したように問題(25)を解くことは容易ではないので、その代わりに第 k 順序統計量最小化問題

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Minimize} & \bar{g} \\ \text{subject to} & Y_{k,n}(\mathbf{J}) \leq \bar{g} \end{array} \right\} \quad (26)$$

を解く。ここで、 $Y_{k,n}(\mathbf{J})$ は設計 $\mathbf{J}$ に対する第 k 順序統計量とする。 $\alpha = 0.99$, $\gamma = 0.9$ に対応する $(k, n) = (1, 44)$ と $(k, n) = (20, 312)$ の二つのケースを比べる。また、不確定変動がない場合も考え、Nominal 応答最小化問題

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Minimize} & \bar{g} \\ \text{subject to} & g(\mathbf{J}, \theta) \leq \bar{g} \text{ for } \theta = 0 \end{array} \right\} \quad (27)$$

も併せて考える。以上を整理して、次の3ケースを考える。

Case (a): Nominal 応答最小化 (問題(27))

Case (b): 順序統計量 $Y_{1,44}$ 最小化 (問題(26))

Case (c): 順序統計量 $Y_{20,312}$ 最小化 (問題(26))

なお、上記各ケースでの正確な最適解を求めることは難しいため、局所探索法¹⁵⁾によるマルチスタート法を適用して、得られた局所解を各ケースの解として用いた。得られた各ケースの最適解と指標値を表4にそれぞれ示す。ここで、指標値とはNominal 応答、順序統計量 $Y_{1,44}$ および $Y_{20,312}$ を指す。表4において nominal は不確定変動を考慮しない場合の応答量を、 $Y_{1,44}$ および $Y_{20,312}$ はそれぞれで観測された順序統計量を示す。表4ではCase (b), (c)で得られる設計は異なるものの、指標値に大きな違いはなかった。前節での結果より、 $Y_{1,44}$ は $Y_{20,312}$ よりも平均的に大きい値となるがばらつきも大きい。このような指標値を最小化したため、両者の差が縮まったと考えられる。

次に、検証用標本数 $N = 100,000$ を与えて、 $Y_{k,n(k)}$ より小さい許容標本数比率 Γ をCase (b), (c)に対して求めた。得られた結果を表5にまとめる。いずれのケースでも指定値 $\gamma = 0.9$ を上回っており、順序統計量 $Y_{1,44}$ または $Y_{20,312}$ を用いれば、90%以上の分布における最悪値を予測できることが確認される。

また、各ケースの解に対する各層の最大応答層間変形角分布を図6の実線および四角印に、指標値を破線にそれぞれ示す。不確定性を考慮していないCase (a)では各層の応答を一様化するような設計となっていることに対し、Case (b), (c)では中間層（第3～5層）の応答を抑えるような設計になっている。応答の変動が大きい層に対し、安全率を大きめにとった設計が選ばれたと解釈される。

次に検証標本における全層での最大応答層間変形角の度数分布を図7に示す。図7より、Case (a)ではnominal値よりも大きな応答を示す標本値が多く分布することに対し、Case (b), (c)ではそのような分布が比較的少なくなるような設計解が選ばれている。このことは、Case (b), (c)ではCase (a)の解よりも不確定変動の影響を受けづら、ロバスト性の高い解が結果として選ばれたことを示している。

表4 各ケース結果

(a) 最適解

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Case (a)	0.52	0.48	0.44	0.40	0.32	0.28	0.24
Case (b)	0.52	0.48	0.44	0.40	0.32	0.24	0.20
Case (c)	0.56	0.52	0.48	0.44	0.36	0.28	0.20

(b) 指標値 (Nominal 応答および順序統計量)

	nominal	$Y_{1,44}$	$Y_{20,312}$
Case (a)	0.0137	—	—
Case (b)	0.0145	0.0162	—
Case (c)	0.0144	—	0.0160

表5 許容標本比率

	Γ_N
Case (b)	0.9175
Case (c)	0.9181

4. まとめ

本論から得られた結論は以下の通りである。

- (1) 順序統計理論に基づき、RSから得られる n 標本のうち、第 k 番目に大きい標本値を調べることで、所定の精度で最悪応答値が見積もられる。
- (2) 構造物パラメータ、および地震動特性パラメータの両方に同時不確定性が含まれる場合の構造物の最悪応答について、第 k 順序統計量からそのふるまいを与えられた精度で予測可能なことを、数値解析例を通じて確認した。順序 k を変化した場合の影響についての理論的な検討も可能と考えられるが、この点は今後の課題である。
- (3) 提案法では、与えられた精度を確率的に満たす最悪応答の予測が可能であり、また、応答の分布についての検討が不要である。このような特徴を持つことが、信頼性指標に基づく方法とした場合の提案法の利点である。一方、応答の分布についての情報は、提案法からは得られない。よって、応答の分布に興味がある場合には適さない方法である。
- (4) 第 k 順序統計量を指標値として用いた問題を解くことにより、所定の精度で不確定変動に対処できるような設計解が得られることを、数値解析例を通じて確認した。

(5) 提案法は適用可能な範囲が広く、特に時刻歴応答解析を含め強い非線形性を有する問題を扱うことに適している。ただし、問題固有の情報を利用できる場合には、そのような情報を利用した方法がより効率的と予想され、どのような方法を適用するべ

きか、問題の性質を十分に検討することが望ましい。既往の方法に対する定量的な有効性についての比較検討は今後の課題である。

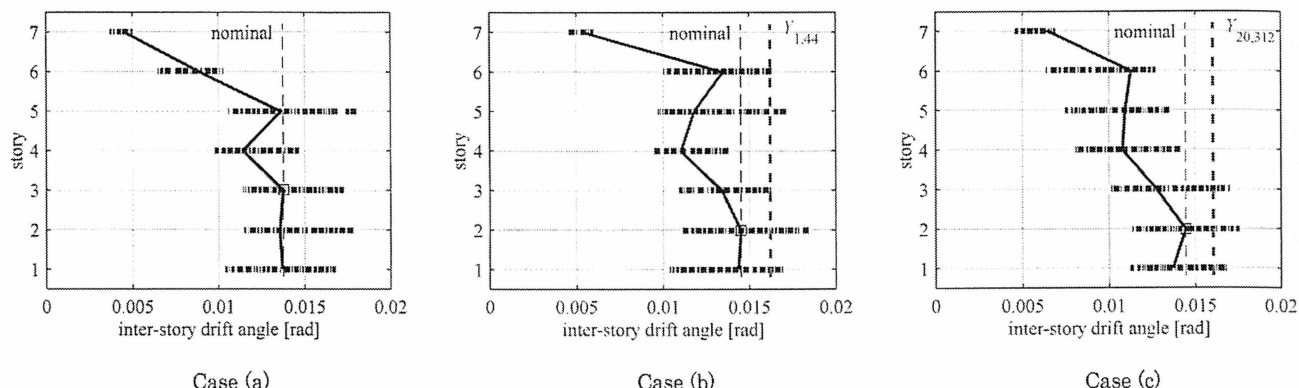


図6 最大応答層間変形角分布 (100,000 標本)

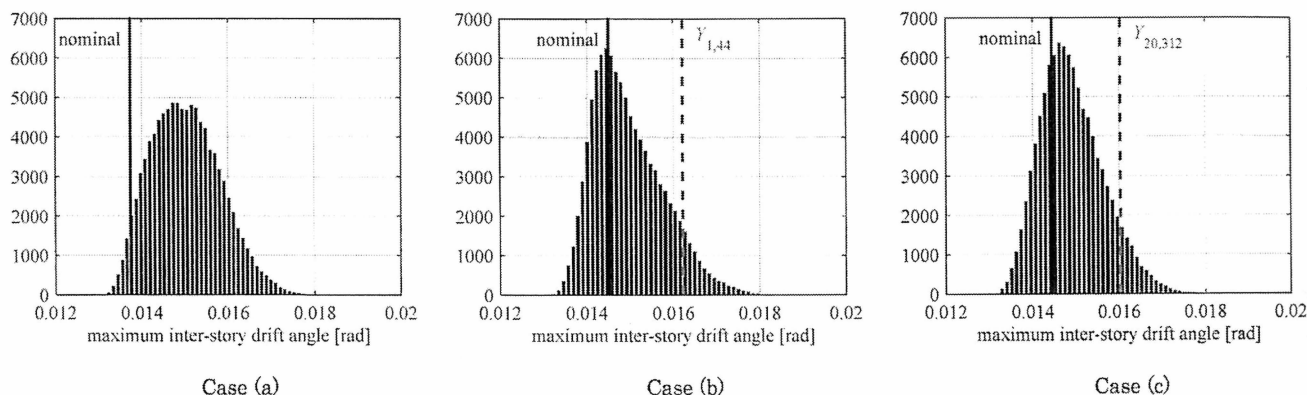


図7 最大応答層間変形角の度数分布 (100,000 標本)

謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 No.25420576, および JSPS 科研費 No.15H04083 の助成を受けた。

参考文献

- 1) 日本建築学会：応用力学シリーズ12 建築構造設計における冗長性とロバスト性, 2013.
- 2) Takewaki, I.: Critical Excitation Methods in Earthquake Engineering, Elsevier Science, 2007.
- 3) 山川誠, 大崎純, 満田衛資：弾塑性時刻歴応答を考慮した鋼構造建物の設計問題のための部分的感度情報を用いた最適設計法, 日本建築学会構造系論文集, 78(683), pp.91-99, 2013.
- 4) Ohsaki, M. and Katsura, M.: A random sampling approach to worst-case design of structures, Structural and Multidisciplinary Optimization, 46 (1), pp.27-39, 2012.
- 5) Yamakawa, M. and Ohsaki, M.: Worst-case design of structures using stopping rules in k-adaptive random sampling approach, Proc. 10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, ISSMO, Orlando, USA, Paper No. 5314, 2013.
- 6) 山川誠, 大崎純, 朝山秀一：地震入力と構造特性の不確定性に対する第k順序統計量を用いた最悪応答解析, 計算工学講演会論

文集 Vol.19, F-10-2, 2014.

- 7) Ben-Tal, A., El Ghaoui, L. and Nemirovski, A.: Robust Optimization. Princeton University Press, 2009.
- 8) Zhigljavsky, A. and Zilinskas, A.: Stochastic Global Optimization, Springer, New York, 2010.
- 9) David, H. A. and Haikady, N. N.: Order Statistics, 3rd Ed, John Wiley & Sons, Inc., 2003.
- 10) P. G. Hoel, Introduction to Mathematical Statistics, 7th Ed, Pearson Education, Inc., 2013.
- 11) Krishnamoorthy, K. and Mathew, T.: Statistical Tolerance Regions: Theory, Applications, and Computation (Vol. 744). John Wiley & Sons, 2009.
- 12) Yamakawa, M. and van Keulen, F.: Derivative-Free Optimization Reflecting the Geometry of Constraints for Nonsmooth Dynamic Responses, 9th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, ISSMO, Shizuoka, Japan, 2011.
- 13) 大阪府：大阪府平成19年度想定標準地震動添付資料, 2008.
- 14) 鈴木基行：構造物信頼性設計法の基礎, 森北出版, 2010.
- 15) 大崎純：局所探索法による鋼構造骨組の多目的最適化, 日本建築学会構造系論文集, 73(634), pp.2135-2141, 2008.

制振建物における種々の構造物特性の変動を考慮したロバスト最適ダンパー配置

ROBUST OPTIMIZATION FOR DAMPER PLACEMENT UNDER STRUCTURAL UNCERTAINTIES USING ROBUSTNESS FUNCTION

藤田 皓平*, 安田 圭佑**
Kohei FUJITA and Keisuke YASUDA

A robustness evaluation methodology based on the proposed uncertainty analysis (new updated reference point (NURP) method) is presented in this paper. By using the NURP method, a robustness function representing a quantitative index for robustness can be estimated efficiently. A new concept of optimal structural design for damper placement is proposed using the robustness function under various uncertainties of structural parameters, such as story stiffnesses and additional damping coefficients of dampers. In numerical examples, the proposed robust optimal design method is applied to the robust optimal placement problem of passive dampers in a medium-rise building. Compared with general optimal designs without taking into account structural uncertainties, the role of robust structural design is discussed to enhance the robustness of vibration control of buildings.

Keywords : Robustness, Uncertainty analysis, Robust optimal design, Optimal damper placement, Vibration controlled building

ロバスト性, 不確定性解析法, ロバスト最適設計, ダンパー最適配置, 制振建物

1. 序

建物の構造設計を考える上で、種々の要因による特性量の変動を想定することは、建物の性能評価において必要であると考えられる。例えば、建物の構造物特性の変動の要因としては、施工誤差や初期不整、経年変化などが挙げられ部材レベルでの物性値のばらつきが考えられる。種々の不確定性を考慮した場合においても、建物の構造性能の変化が小さく、所定の性能を発揮する頑強さをロバスト性といい、ロバスト性を考慮した設計の重要性が認識されつつある¹⁻⁵⁾。近年の地震被害を受け、今後発生が懸念される地震動に対して想定外の事態の範囲を狭めるためのロバスト性・冗長性を考慮した設計法の展開が一層期待されているが、それに関する研究はまだ少ない。

種々のばらつきによる不確定性を考慮した際のロバスト性を定量的に評価する方法として、Ben-Haim⁶⁻⁸⁾は Info-Gap モデルに基づいたロバストネス関数を提唱している。ロバストネス関数とは、ある性能値を超えない最大のばらつきの度合いを表すものであり、例えば、竹脇、Ben-Haim⁹⁾は、荷重と構造物特性のばらつきを考慮した上でロバストネス関数の評価法を提示している。さらに、寒野、竹脇¹⁰⁾は、トラス構造物のロバストネス関数の近似評価法を示している。また、著者ら¹¹⁾は、不確定性を考慮した場合の応答上限値(=構造物特性のばらつきを許容した際の建物応答の最大値)を評価する不確定性解析法(Updated Reference Point 法、以下 URP 法)を提案しており、ロバスト性の効率的な評価法として適用できることを示している。このように、種々の不確定性を考慮した際のロバスト性の評価については、これまでの研究で一定の成果がみられる。

次にロバスト性を考慮した設計法について概観する。建物の構造設計においては、制約条件を満たす実現可能な設計領域の中で最適

化や効率化を目指すために、コストの最小化、もしくは性能の最大化を目指すことが望ましい。このような構造設計の最適化問題を考える場合であっても、冗長性を担保するために地震時応答等のクライテリアにある程度の余裕度を持たせることが一般的である。しかしながら、安全率をどのように設定するかは、要求される性能に対して経験則が設計者に委ねられることが多く、種々の不確定性を考慮した上で、安全率を設定することがロバスト性を考慮した設計法に対応するとは言い難い。

一方、ロバスト性を考慮した最適化(以下では、ロバスト最適設計)は、種々の不確定性を考慮した上で、構造性能のロバスト性を向上することを目的としたもので、合理的な設計方法の1つとして期待されている¹²⁻¹⁴⁾。例えば、山川ら¹⁵⁾は、構造物の不確定性を設計変数とその他の構造パラメータのノミナル値を中心とした超楕円体モデルとして定義し、鋼材重量最小化問題を定式化している。

本論文では、著者らが提案している従来の不確定性解析法 URP 法に対して、大域的な応答変動に対応した新しい不確定性解析法(NURP 法)を提示する。さらに、同手法を用いた効率的なロバスト性評価に基づく制振ダンパーの配置に関するロバスト最適設計法を提案する。性能のばらつきを考慮した上で、制振ダンパーの配置を直接扱った既往の研究は、ほとんど見受けられず、制振建物のロバスト性を向上するための設計法を展開することには意義がある。数値例では、中高層鋼構造物を対象とし、ダンパー性能のばらつきを考慮した上で、制振ダンパーによる付加減衰の層方向分布に関するロバスト最適設計問題を扱う。また、ロバスト性の観点に基づいたダンパー配置と通常の最適設計手法で得られるダンパー配置を比較し、ロバスト性を向上するための要因について検証する。

*京都大学大学院工学研究科建築学専攻 助教・博士(工学)

**京都大学大学院工学研究科建築学専攻 大学院生

Assist. Prof., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ., Dr.Eng.

Grad. Student, Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ.

度に抑制される。ゆえに、 $T_b/T_g < 1.0$ での杭の曲げ応答は杭基礎と同様に $M_{QMN} \cdot M_G > 0$ となり、単純和の算定式で近似した。

以上のことから、パイルド・ラフト基礎では $T_b/T_g < 1.0$ において、 PR_b のように建物慣性成分が $|M_Q| > |M_M + M_N|$ の場合には杭基礎と同様に条件 1 の算定式で評価し、一方、 PR_r のように $|M_Q| < |M_M + M_N|$ となる場合には基礎慣性と地盤変位が同位相で最大応答を示さないため、条件 3 の算定式で評価する。また、 $T_b/T_g \geq 1.0$ については条件 3 の算定式で評価する。

5. まとめ

本論文で得られたパイルド・ラフト基礎の地震応答性状を以下にまとめる。

- ①パイルド・ラフト基礎はラフト底面反力や杭支持力によって建物慣性に伴うロッキングが抑制され、連成系の建物周期が短くなる。特に、表層の地盤剛性が大きい場合には、摩擦杭でも支持杭に近い振動特性を示す。
- ②上記を反映して短周期建物モデルの場合には建物応答が小さくなる。ゆえに、表層地盤改良または中間支持層に杭を支持できる低層や壁構造の建物の場合には、摩擦杭のパイルド・ラフト基礎が効果的となる。
- ③支持杭形式のパイルド・ラフト基礎でも水平荷重に対する杭応力の大幅な低減効果が期待できる。しかし、回転動が抑制されるため、杭頭部のせん断力は摩擦杭形式よりも若干大きくなる。
- ④杭の曲げモーメントは、杭基礎に比べて建物慣性の水平成分の曲げ応力が大幅に低減されるが、回転成分は逆に大きくなる。特に摩擦杭で回転成分の増大が顕著となり、建物慣性全体の杭の曲げモーメントが減少し、杭頭部では地盤変位成分の曲げ応力と逆符号を示すケースが多くなった。
- ⑤杭の深度方向の最大曲げモーメント分布は、地盤変位と建物・基礎の慣性力による最大応答性状、ならびに両者の位相差を考慮した算定式で概ね評価できる。

なお、本論文の解析は限られたケースでの検討であり、超高層建物の場合については未検討である。また、大地震動による地盤および建物の非線形性や、基礎スラブ底面の滑動などが現れる状態ではその振動特性が変化し、建物応答や杭の曲げ応力に対する各作用外力の寄与が変化することが予想される。このような条件下での地震応答については今後の課題としたい。

参考文献

- 1) 土屋勉、永井宏、池田篤則：地震力を受けるパイルドラフトの挙動に関する解析的研究、構造工学論文集、Vol.48B, pp.343-350, 2002.3
- 2) 永井宏、土屋勉：水平力を受けるパイルド・ラフトの非線形解析モデルおよび原位置水平載荷実験への適用例、日本建築学会構造系論文集、第 589 号, pp.113-119, 2005.3
- 3) 永井宏、土屋勉：水平力が作用するパイルド・ラフト基礎の非線形挙動に関する解析的研究、構造工学論文集、Vol.52B, pp.1-8, 2006.3
- 4) 永井宏、土屋勉：杭頭拘束条件に着目したパイルド・ラフトの原位置水平載荷実験、日本建築学会構造系論文集、No.579, pp.47-53, 2004.5
- 5) 真野英之、中井正一：地震時地盤変形によりパイルドラフト基礎の杭に生じる応力、構造工学論文集、Vol. 48B, pp. 351-356, 2002.3
- 6) 菊池ゆかり、土屋勉：水平地盤変位を受けるパイルド・ラフトのハイブリッド解析、第 39 回地盤工学研究発表会, pp.1459-1460, 2004.8
- 7) 土屋勉、永井宏、中澤公博：水平地盤変位を受けるパイルド・ラフトおよび群杭の解析的研究（敷地平面内で一様な変位を受ける場合）、構造工学論文集、Vol.55B, pp.631-637, 2009.3
- 8) 真野英之、中井正一、高梨晃一、石田理永：水平力を受けるパイルドラフ

- ト基礎の遠心模型実験 その 2 振動実験、日本建築学会大会学術講演梗概集 B-1 分冊, pp. 663-664, 2002.8
- 9) 藤森健史、西山高士、若松邦夫、茶谷文雄：大型遠心せん断土槽実験によるパイルドラフト基礎の地震時挙動評価（その 1～その 2）、日本建築学会大会学術講演梗概集 B-1 分冊, pp.487-490, 2003.9
 - 10) 橘智裕、沖明香、松本樹典、Kitiyodom Pastsakorn、園田隆一：上部構造物とパイルド・ラフト基礎の一体挙動に関する振動実験（その 1～その 2）、第 40 回地盤工学研究発表会発表講演集, pp.1651-1654, 2005.7
 - 11) 藤田豊、社本康広ら：パイルド・ラフト基礎の常時及び地震時の沈下・変形（その 2）遠心模型実験とシミュレーション解析による地震時挙動の検討、日本建築学会大会学術講演梗概集 B-1 分冊, pp. 655-656, 2005.9
 - 12) 濱田純次、花井厚周、麻生直木、山下清：パイルド・ラフト基礎の地震観測より評価した杭応力と水平荷重分担率、日本建築学会構造系論文集、第 77 巻, 第 680 号, pp.1537-1544, 2012.10
 - 13) Yamashita, K., Hamada, J., Onimaru, S. and Higashino, M.: Seismic behavior of piled raft with ground improvement supporting a base-isolated building on soft ground in Tokyo, Soils and Foundations, Vol.52, No.5, the Special Issue for the 2011 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake, 2012.
 - 14) 濱田純次、重野喜政、中村尚弘、鬼丸貞友、谷川友浩、山下清：地震観測結果に基づく免震建物を支持する格子状地盤改良を併用したパイルド・ラフト基礎の地震時シミュレーション解析、日本建築学会構造系論文集、第 79 巻, 第 701 号, pp.941-950, 2014.7
 - 15) 永井宏、土屋勉、阿部一茂：建物-基礎-地盤連成解析によるパイルド・ラフト基礎の地震応答に関する研究 -建物応答と杭体応力に対する考察-, 構造工学論文集, Vol.59B, pp. 277-282, 2013.3
 - 16) 時松孝次、鈴木比呂子、佐藤正義：地盤一杭一構造物系動的相互作用が杭応力に与える影響、日本建築学会構造系論文集、第 587 号, pp.125-132, 2005.1