

ジレンマゲームにおけるダイナミックス

愛媛大学理学部物理学科 飯塚 剛¹

混合戦略を用いたジレンマゲームに対して、feedback 効果のあるダイナミックスを導入し解析をジレンマ解消を試みた。

1 はじめに

「押してもだめなら引いてみな」という言葉がある。やってみたら思惑に反する結果になったら、その逆をやったらよくなるかもしれないということわざ。これは誰もが少なからず生かされたことのある教訓であろうが、これがゲームの世界でも通用するのであるか？ここでは「囚人のジレンマ」に代表されるジレンマ型ゲームを取り上げてみる。2 プレイヤー A,B がそれぞれ協力、敵対という二つの戦略を選択するとして、A,B が得る利得をそれぞれ (a, b) をとしたのが利得行列である (表 1)。1 回限りのゲームでの合理的戦略は、Nash 均衡解として知られており (敵対、

	B 協力	B 敵対
A 協力	(4,4)	(1,6)
A 敵対	(6,1)	(2,2)

敵対) という結果になるがこれは両者にとって望ましいものではない。混合戦略を用いても同様である。

ゲームのダイナミックス的側面は以前からから考えられているが、最も単純な繰り返しゲームにおいて最強とされる TFT(tit for tat) 戦略 [1] は必ずしも全てプレイヤーにとって望ましいものではない。一方、ゲームを進化論的に捕らえたレプリケーター dynamics [2] は背後に多くのプレイヤーを仮定してそれぞれが純粋戦略をとると仮定している。相手のプレイヤーの戦略選択も読みきって、自分の選択を考えるメタゲーム [3] を導入すると、メタ均衡性として互恵的な行動パターンが生じる。

2 モデル

本研究では表のゲームに対して、ダイナミックスを考える。前提として、

(1) プレイヤー A,B は混合戦略をとることとしそれぞれのパラメータを x, y とする。($x, y = 1$ なら協力 100 % で、0 では敵対 100 %。)

¹E-mail: iizuka@phy.sci.ehime-u.ac.jp

(2) プレイヤーは自分の利得を上げることにのみ興味あり、相手の利得は知らない。

(3) x, y は時間の関数であり、以下に述べるルールで発展する。

A の期待利得 $F(x, y)$ は

$$F(x, y) = -(y+1)x + 4y + 2, \quad (1)$$

与えられ、B の期待利得 $G(x, y)$ は $F(y, x)$ である。ここでそれぞれのプレイヤーが単純に F, G を増大させようとするダイナミックス

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial F}{\partial x} \quad (0 \leq x \leq 1), \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\partial G}{\partial y} \quad (0 \leq y \leq 1), \quad (2)$$

の場合は単に $t \rightarrow \infty$ でナッシュ均衡点 $(x^*, y^*) = (0, 0)$ に漸近し、合理的な結果にならない。ここで、「押してもだめなら引いてみな」的な feedback 効果を取り入れる。まず、時間差分化を考えて ($dt = 0.001$) 次に様な差分方程式を導入する。

$$x(t+dt) = x(t) + v_x(t)dt \quad (3)$$

$$v_x(t+dt) = \frac{\partial F(t+dt)}{\partial x} \quad (\text{if } F(t+dt) \geq F(t)) \quad (4)$$

$$= v_x(t) - \alpha \operatorname{sgn}(v_x) \quad (\text{else}) \quad (5)$$

$y(t)$ も同様のダイナミックスをとるとする。(5) が feedback 効果を表しており、これは利得に向上が見られない場合、強制的に戦略 $x(t)$ に負の加速度をいれて戦略の変更を強いるのである。正の数 α は feedback の大きさを表している。

3 結果

まず初期条件 (x_0, y_0) は $x_0 > y_0$ と仮定する。つまり A のほうが当初はより協力的である。このとき上記ダイナミックスは feedback パラメーターに応じて 3 つ相に分離することがわかった。 $\alpha_1 < \alpha_2$ として、(1) $\alpha < \alpha_1$ のとき $(0, 0)$ に漸近。(2) $\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$ のとき $(1, 0)$ に漸近。(3) $\alpha > \alpha_2$ のとき $(1, 1)$ に漸近。 $(x_0, y_0) = (0.5, 0.4)$ の場合は $\alpha_1 \simeq 0.89$, $\alpha_2 \simeq 4.01$ という結果であった。つまり、フードバックの効果が小さいとナッシュ均衡、十分大きいと両者協力、中間的な値だと初期条件が災いして、A の利得が最小となることがわかった。

参考文献

- [1] R. Axelrod, "The evolution of cooperation" Basic Books, New York(1984)
- [2] P. D. Taylor and L. B. Jonker, *Math. Biosci.*, **40** (1978), 145.
- [3] N. Howard, *Behavioral Science*, **21** (1976), 524.
- [4] 薮内稔, メタゲーム理論:条件付方略の拡張, 「ゲーム理論のフロンティア」(サイエンス社) (2005), 92.