

氏 名	ひらが 平 賀 かおる 郁
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	論 理 博 第 1450 号
学位授与の日付	平 成 16 年 7 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	On functoriality of Zelevinski involutions (ゼレビンスキー対合の関手性について)

論文調査委員 (主 査) 教授 吉 田 敬 之 教授 齋 藤 裕 教授 三 輪 哲 二

論 文 内 容 の 要 旨

p 進体 F 上の連結簡約可能代数群 G の既約表現の分類はいまだ完成していない。しかし既約表現は簡単なパラメーターで分類できるのではないかという Arthur の予想がある。 F の Weil 群 W_F , $SU(2, \mathbb{C})$, $SL(2, \mathbb{C})$ と 3 個の群の直積を考え、この群から G の L 群への準同型を Arthur パラメーターという。このような各パラメーターに対して、既約表現有限個からなる集合、所謂 A-パッケージがあって、群の任意の既約表現はある A-パッケージに属し、同じパッケージに属する表現の間には、 S 群の指標を通じて自然な関係があるという予想を Arthur 予想という。ここに S 群とは A-パッケージに固有の有限群である。この予想は $GL(n)$, $U(3)$ 等について確かめられているが一般には未解決である。

一方、 G の既約表現を既約表現に写す写像で、二回行えばもとに戻る性質をもつ Zelevinski involution というものが知られている。Zelevinski involution は誘導表現と Jacquet functor を組み合わせて定義される。この対応は加藤信一、Aubert 等により研究されたが、代数群の Hecke 環の性質を反映する極めて興味深いものである。

申請論文において平賀氏は Zelevinski involution は A-パッケージを A-パッケージに写し、パラメーターは $SU(2, \mathbb{C})$ と $SL(2, \mathbb{C})$ を入れ替えることで対応すると予想した。さらにパッケージの S 群を用いて、パッケージ内部の表現への involution の作用を記述する精密な予想も提出した。ただし一般には A-パッケージの存在は仮定しているが、 $GL(n)$, $U(3)$ 等については平賀氏のこの予想は確かめられる。

この予想を深く研究するために G の endoscopic 群 (内視鏡群) H を取る。 H の stable な virtual character から G の virtual character への endoscopic transfer と呼ばれる写像の存在が、 G と endoscopic 群の軌道積分の関係についての基本補題とよばれる命題を仮定して、知られている。平賀氏は Jacquet functor と endoscopic transfer の交換関係を与える公式を導き、Zelevinski involution と endoscopic transfer は可換であることを証明した。この定理の応用として Zelevinski involution の A-パッケージ、およびその内部への作用についての予想は G が quasi-split で S 群が自明な場合に帰着されることを証明した。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

相異なる群の上の保型形式の間の関係を記述する Langlands functority という原理がある。これは1960年代の Eisenstein 級数についての Langlands の研究と志村五郎の仕事を契機として Langlands により1970年に定式化された。その後定式化について何度かの改良がなされ、現在では Arthur による予想が最善に近いとされている。解決されているのはごく一部にすぎないが、その重要性から多くの学者が研究を進めている。

この予想の一部を解決するプログラムとして Langlands による跡公式の stabilization がある。 G を代数体の上に定義された簡約可能代数群とする。Selberg の trace formula を整理して書けば、endoscopic 群と呼ばれる G に関係して現れる多くの群の上の保型形式と、 G の上の保型形式の間の関係が一挙につくだろうというのである。

平賀氏の研究はこの保型形式における中心的な話題である Arthur の予想と endoscopic 群についての問題を結合させたも

のである。 p 進体上の代数群の表現についての Arthur の予想を仮定する。Arthur のパッケージの上に Zelevinski involution がいかに作用するかについて明快な予想を提出した。さらにこの自らが提出した予想を endoscopic 群についての endoscopic transfer を用いて研究した。この研究に使われた手法にも重要性が認められる。

この論文では Arthur の予想の一部と endoscopic transfer についての基本補題が仮定されている。これは弱点ともいえるが、現在広く認められている予想であり、また多くの質の高い論文においてもこれらを仮定して研究が進められている。さらに平賀氏の論文の手法と結果は Arthur の予想を深く解明していく上でも極めて有用であると考えられる。

よって本論文は、博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

なお、主論文に報告されている研究業績を中心とし、これに関連した研究分野について試問した結果、合格と認めた。