

Indexed Grammar の木構造について

- $uvwx$ y 定理の拡張 -

京九 理 林 健志

§1. 序

CF 文法に対する $uvwx$ y 定理の Stack Automaton に対する拡張は、既に Ogden [1968] によって得られている。能力的に Stack Automaton を含む Indexed Grammar に対する拡張を得た。この拡張定理を応用して、ある種の言語、例えば、 $\{a^n \mid n \geq 1\}$ や $\{(aw)^{hw} \mid w \in \{a,b\}^*\}$ が Indexed Language でないことが証明出来る。拡張定理は Indexed Grammar の生成木の増加の様子を述べる形をしているので、まず生成木を formal に扱う必要がある。そのために、CF 文法の生成木を記述するため、Brainerd [1969], Takahashi [1970] が採用した方法为基础とした。

§2. 木構造の記述法 I. 基本的な定義

[Def 2-1] J を自然数の集合とする。 J^* を J によって生成された free monoid とし、2項演算を $\cdot$ 、単位元を 0 と示す。

次の (i), (ii) を満たす J^* の有限部分集合 D のことを tree domain という。

$$(i) \quad p \cdot q \in D \text{ なら } p \in D$$

$$(ii) \quad p \cdot j \in D, 1 \leq i \leq j \text{ なら } p \cdot i \in D$$

D の元を 頂点 (node) といい, p と $p \cdot i$ が D の元

なら $p \cdot i$ を p の 子 (direct dependent) という。 (i) より ($D \neq \emptyset$ ならば) $0 \in D$ である。頂点 0 を D の 根 (root) という。

[Def 2-2] Σ をアルファベット (空でない記号の集合) とした時, Σ 上の tree とは写像 $\gamma: D \rightarrow \Sigma$ のことをいう。

ただし D は tree domain である。 $\gamma(p)$ を頂点 p の 名称 (label)

という。 γ の domain D を $\text{dom}(\gamma)$ で示す。 $\mathcal{T}_\Sigma$ で Σ 上の tree 全体からなる集合を示す。 以下写像 γ とその graph を同一視する。

[例 1] $\Sigma = \{a, b\}$, $\gamma = \{(0, a), (1, a), (2, b), (1.1, b), (1.2, b)\}$

とすると, γ は Σ 上の tree

で, 通常 γ は図 2 のように

図示される。 tree の頂点の縦の関係

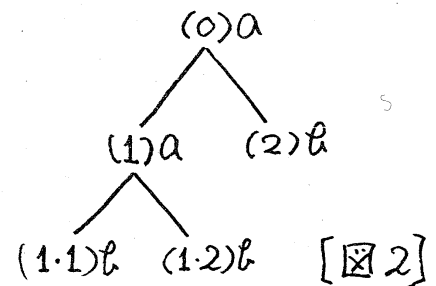
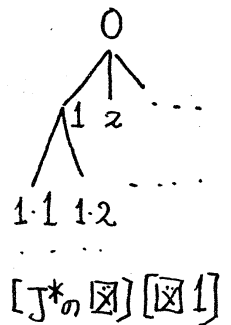
$\leq$, と横の関係 $\prec$ を定義する。

[Def 2-3] $p, q \in J^*$ に対して,

$$p \leq q \quad \text{iff} \quad (\exists r \in J^*) (q = p \cdot r)$$

$$p < q \quad \text{iff} \quad p \leq q \wedge p \neq q$$

$$p \prec q \quad \text{iff} \quad (\exists r \in J^*) (\exists i \in J) (\exists j \in J) \left(\begin{matrix} i < j, \\ r \cdot i \leq p, r \cdot j \leq q \end{matrix} \right)$$



$P \leq Q$ の時 Q は P の子孫である といい、 $P \leq Q$ の時、 Q は P の右にある といふ。

[例2] $1 \leq 1.1$, $1.1 \leq 1.2$, $1 \leq 2.1$

[Def 2-4] $\gamma \in \mathcal{T}_\Sigma$ に対して γ の 先端 (front) $\hat{\gamma}$ とは、

$$\hat{\gamma} \stackrel{\text{def}}{=} \{ (P, a) \in \gamma \mid \text{for any } Q \in \text{dom}(\gamma), P \leq Q \}$$

なる集合のことである。又根から先端の頂点へ到る道を考えたことがある。すなわち、 γ の要素の列

$$\langle (P_0, a_0), \dots, (P_i, a_i), \dots, (P_l, a_l) \rangle$$

が γ の 鎖 (chain) であるとは、

$P_0 = 0$, $P_i = P_{i-1} \cdot j_i$, $j_i \in J$ ($i=1, \dots, l$), $(P_l, a_l) \in \hat{\gamma}$ の時にいう。 l のことを鎖の 長さ と呼ぶ。

II. [tree に関する種々の操作]

名称が付いた Σ 上の tree γ に対しては、その subtree などが自然に考えられる。以下 tree に関する種々の operation を導入するが、名称は元の tree γ から自然に導かれるものになる。

[Def 2-5] $\gamma \in \mathcal{T}_\Sigma$ に対して、

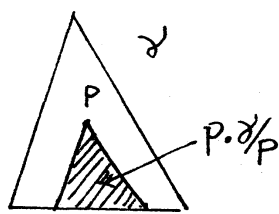
$$1) \gamma/P \stackrel{\text{def}}{=} \{ (Q, a) \mid (P \cdot Q, a) \in \gamma \} \quad (P \in \text{dom}(\gamma))$$

$$2) P \cdot \gamma \stackrel{\text{def}}{=} \{ (P \cdot Q, a) \mid (Q, a) \in \gamma \} \quad (P \in J^*)$$

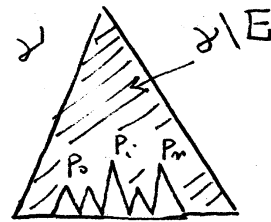
3) $E \subset \text{dom}(\gamma)$ に対して、

$$\gamma \setminus E \stackrel{\text{def}}{=} \gamma - \bigcup_{P \in E} P \cdot \gamma/P$$

常に $\gamma/p, \gamma \setminus E \in \mathcal{T}_\Sigma$ である。[図3], [図4] 参照



[図3]



$E = \{P_0, \dots, P_n\}$
 $\Delta.t. P_i \rightarrow P_{i+1}$
 $(0 \leq i \leq n-1)$ の時
 [図4]

[Def 2-6] 木による置換とは次の操作を言う。

$\gamma, \gamma_0, \dots, \gamma_n \in \mathcal{T}_\Sigma$, $P_i \in \text{dom}(\gamma)$ ($i=0, \dots, n$) に対して,
 $P_i \rightarrow P_{i+1}$ ($i=0, \dots, n-1$) かつ $\gamma_i(0) = \gamma(P_i)$ ($i=0, \dots, n$) が成
 立して いる時, $\mathcal{T}_\Sigma$ の元

$$\gamma \left[\begin{array}{c} P_0, P_1, \dots, P_n \\ \gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_n \end{array} \right] \stackrel{\text{def}}{=} \gamma \setminus E \cup \bigcup_{i=0}^n P_i \cdot \gamma_i$$

但し, $E = \{P_0, \dots, P_n\}$

を木による置換によって得る。

[Def 2-7] treeの先端の名称を左から右に concatenation
 をして出来る stringが必要になる。これを与える yield
function $g: \mathcal{T}_\Sigma \rightarrow \Sigma^*$ を帰納的に定義する。

i) $g(\gamma) = \gamma(0)$ if $\text{dom}(\gamma) = \{0\}$

ii) $g(\gamma) = g(\gamma_1) \cdot \dots \cdot g(\gamma_j)$

if $1, \dots, j \in \text{dom}(\gamma), j+1 \notin \text{dom}(\gamma)$

§3 Indexed Grammarの木構造

Indexed Grammarの基本的な定義, 及び一般的な表示
 法に関しては, Aho [1968] に従った。

[Def 3-1] Indexed Grammarとは次のように与えられ、

$G = (N, T, F, P, S)$ のようにある。

i) N は空でない有限集合で、非終端アルファベット と呼ばれ、その元を 非終端記号 (nonterminal) という。

ii) T は空でない有限集合で、 $N \cap T = \emptyset$ を満たし、終端アルファベット と呼ばれ、その元を 終端記号 (terminal) という。

iii) F は有限集合でその各要素は $N \times (N \cup T)^*$ の有限部分集合である。 $f \in F$ を index といい、 $(A, \alpha) \in f$ を $A \rightarrow \alpha$ と書いて index production in f という。

iv) P は $N \times (NF^* \cup T)^*$ の有限部分集合である。

$(A, \alpha) \in P$ を $A \rightarrow \alpha$ と書いて production と呼ぶ。

v) S は N の 1 つの元で sentence symbol という。

以下、 $N \cup T$ を V と書き、 $V_F = NF^* \cup T \cup \{\varepsilon\}$ とした時、 $\mathcal{T}_{V_F}$ で表す。(tree の名称の集合として V_F をとるわけである。)

[Def 3-2] Indexed Grammar (以下 IG と略す。)

$G = (N, T, F, P, S)$ が与えられた時、 $\mathcal{T}_{V_F}$ 上の relation $\hat{\gamma}$ を次のように定義する。 $\gamma, \delta \in \mathcal{T}_{V_F}$ に対して、 $\gamma \hat{\gamma} \delta$

iff 1. (index expanding)

$\exists (p, A \varepsilon) \in \hat{\gamma}, \exists A \rightarrow X_1 \alpha_1 X_2 \alpha_2 \cdots X_k \alpha_k \in P$ かつ

$\delta = \gamma \cup \bigcup_{j=1}^k \{(p \cdot j, X_j \mu_j)\}$ の時。ここで $\mu_j = \begin{cases} \alpha_j \varepsilon & \text{if } X_j \in N \\ \varepsilon & \text{if } X_j \in T \end{cases}$

ただし $k=0$ の時 (i.e. $A \rightarrow \varepsilon$) は $\delta = \gamma \cup \{(p \cdot 1, \varepsilon)\}$

α は, 2. (index consuming)

$$\exists (P, A, f, \xi) \in \hat{\mathcal{D}}, \exists A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_R \in f \in F \text{ z.}$$

$$\delta = \gamma \cup \bigcup_{j=1}^R \{(P, j, X_j, \mu_j)\} \text{ の時, } \mu_j = \begin{cases} \xi & \text{if } X_j \in N \\ \varepsilon & \text{if } X_j \in T \end{cases}$$

ただし $R=0$ の時 (i.e. $A \rightarrow \varepsilon \in f$) は $\delta = \gamma \cup \{(P, 1, \varepsilon)\}$

$\vdash_G^*$ z. $\vdash_G$ の $\mathcal{I}_{VF}$ 上の reflexive and transitive closure を示す. (註)

以上の定義, 及びこれからは特に: とおらないう限り次の symbolic convention に従っている。

(1) A, B は N の π_0 . (2) f は F の π_0 . (3) $\mathcal{Z}, \xi, \mu$ は F^* の π_0 .

(4) X は V の π_0 . (5) ε は空語 (6) P, q, r は $\mathcal{I}^*$ の π_0 .

$$\mathcal{J}(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{ \gamma \in \mathcal{I}_{VF} \mid \{(0, \delta)\} \vdash_G^* \gamma, g(\gamma) \in T^* \}$$

G の 生成木 (derivation tree) の集合という。z,

$$L(G) \stackrel{\text{def}}{=} g(\mathcal{J}(G)) \text{ を } G \text{ z. 生成 (generate) された言語}$$

という。(この定義は A h O による $L(G)$ の定義と一致している。)

$L \subset T^*$ に対して $L = L(G)$ なる $IG: G$ が存在する時,

L を indexed language と呼ぶ。

$IG: G$ の 木構造 とは,

$$\tilde{\mathcal{J}}(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{ \gamma \in \mathcal{I}_{VF} \mid \gamma = \Lambda, \gamma \text{ は } \{(0, \Lambda z)\} \vdash_G^* \gamma, \exists A \in N, \exists \mathcal{Z} \in F^* \}$$

の π_0 z. である。 π_0 z. Λ は empty tree $\Lambda: \phi \rightarrow V_F$ の π_0 z. である。

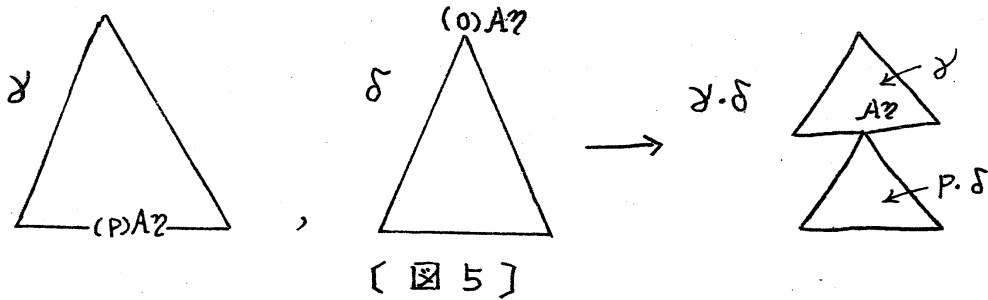
明らかに $\mathcal{J}(G) \subset \tilde{\mathcal{J}}(G)$ z. である。

(註) またまた $\gamma \vdash_G^* \delta \iff \gamma = \delta$ の $\exists \gamma_0, \dots, \gamma_n$ s.t. $\gamma_0 = \gamma, \gamma_n = \delta$

$$\gamma_i \vdash_G \gamma_{i+1} \quad (0 \leq i \leq n-1)$$

[Def 3-3] $\gamma, \delta \in \tilde{\mathcal{T}}(G) \cap \mathcal{Z}$, $g(\gamma) \in \Gamma^* A \cap \Gamma^*$
 かつ, $\delta = 1$, x は $\delta(0) = A \cap$ の時, $\gamma \cdot \delta \in \tilde{\mathcal{T}}(G)$ を定義。

$$\gamma \cdot \delta = \begin{cases} \gamma & \text{if } \delta = 1 \\ \gamma[\frac{P}{\delta}] & \text{if } \delta(0) = A \cap, \text{ i.e. } \mathcal{Z}(P, A \cap) \in \hat{\mathcal{Z}} \end{cases}$$



§4. 生成木増加定理

今ままで, 述べて来た tree の記述法を使えば, 定理の証明, 及び記述に必要な, 色々の概念, 関数を formal に定義できる。証明は非常に長いのでここでは与えないが, 基本的な idea を説明するために必要な定義を2, 3 あげておく。詳細に関しては筆者の論文(林[1972])を参照されたい。

[Def 4-1] $\gamma \in \tilde{\mathcal{T}}(G)$, $P \in \text{dom}(\gamma)$ に対して,

$$\pi_{1\gamma}: \text{dom}(\gamma) \rightarrow V \cup \{\varepsilon\}, \pi_{2\gamma}: \text{dom}(\gamma) \rightarrow F^*, \tilde{\pi}_{2\gamma}: \text{dom}(\gamma) \rightarrow F^* \cup \{\varepsilon\}$$

を次のように定義する。

$$\begin{aligned} \pi_{1\gamma}(P) = X & \quad \left. \begin{array}{l} \text{if } \gamma(P) = X \cap \\ \text{if } \gamma(P) = \varepsilon \text{ の時は, } \pi_{1\gamma}(P) = \pi_{2\gamma}(P) = \varepsilon \end{array} \right\} \\ \pi_{2\gamma}(P) = \cap & \\ \tilde{\pi}_{2\gamma}(P) = \begin{cases} f & \text{if } \pi_{2\gamma}(P) = f \cap \\ \varepsilon & \text{if } \pi_{2\gamma}(P) = \varepsilon \end{cases} \end{aligned}$$

$\pi_2 \gamma(p)$ の左端の記号をとりだす関数である。これらの関数において添字 γ が明らかな時は省略する。

(F 文法では tree の名称は V の元だが、たのど、名称の等しい 2 つの頂点 P, P_1 を探すことと $uvwx$ 定理 (Bar-Hillel et al [1961]) は求められた。しかし IG に対しては、名称に index 部 ($\pi_2(p)$) が存在するので事情はかなり複雑である。ただ γ の定義から解るように Index 部の消費は左端から 1 個あてであり pushdown 記憶機構になつてゐるこの点を考慮して次の定義をする。

{ Def 4-2 } F^* 上の relation $\leq$ ($\leq f \leq \text{on } J^*$) を定義:

$$\gamma, \mu \in F^* \text{ に対して } \begin{cases} \gamma \leq \mu & \text{iff } (\exists \xi \in F^*) (\mu = \xi \gamma) \\ \gamma < \mu & \text{iff } \gamma \leq \mu \wedge \gamma \neq \mu \end{cases}$$

{ Def 4-3 } $\gamma \in \tilde{J}(G)$ に対して,

$c_\gamma : \text{dom}(\gamma) \rightarrow 2^{\text{dom}(\gamma)}$ end of parse function
を次のように定義する。

$$c_\gamma(p) \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ q \in \text{dom}(\gamma) \left| \begin{array}{l} P \leq q, \pi_2(P) = \pi_2(q), \\ \pi_2(P) \leq \pi_2(x) \text{ for } P \leq \forall x \leq q, \\ \pi_2(q \cdot j) < \pi_2(P) \text{ for any } j \in J \text{ s.t. } q \cdot j \in \text{dom}(\gamma) \end{array} \right. \right\}$$

直観的には、 P の index 部の上に新たな index が積上げられ、消費されていって、次には $\pi_2(P)$ が始めて消費されるその直

前の頂点 q の集合が $e_\gamma(p)$ である。(もちろんそのような q が存在しない時は $e_\gamma(p) = \emptyset$ である。) P から $e_\gamma(p)$ まで γ の scope と呼ぶ。つまり $\text{scope}_\gamma(p) = \{x \in \text{dom}(\gamma) \mid$

$P \leq x \wedge (\forall q \in e_\gamma(p))(x \neq q)\}$ のことである。

定理の証明のために次の関数は本質的である。

[Def 4-4] $n_\gamma: \text{dom}(\gamma) \rightarrow 2^N$ は次のように定義される。
 $n_\gamma(p) = \{\pi_i(q) \in N \mid q \in e_\gamma(p)\}$

$e_\gamma(p)$ の元の名前の第 i 成分を集めたものである。

以下 Main Theorem を述べその証明のための基本的 idea を説明し、応用を述べる。

[定理 1] (生成木増加定理)

" $G = (N, T, F, P, S)$ $\vdash G$ が与えられた時, G にだけ依存する定数 k が存在して次をみたす。

$\#(\hat{\gamma}) \geq k$ なる $\gamma \in \mathcal{J}(G)$ に對しては, $\alpha, \beta_i, \delta_i, \gamma_i, \nu \in \mathcal{J}(G)$ ($i \geq 1$) が γ より構成的に求まる
 = とが"きて, $\gamma = \alpha \cdot \beta_1 \cdot \delta_1 \cdot \gamma_1 \cdot \nu$ と分解され,

i) $\gamma_n = \alpha \cdot \beta_1 \cdot \beta_2 \cdots \beta_m \cdot \delta_m \cdot \gamma_m \cdots \gamma_1 \cdot \nu \in \mathcal{J}(G)$
 ($\gamma = \gamma_1$) ($n \geq 1$)

ii) $\#(\hat{\gamma}_m) < \#(\hat{\gamma}_{m+1}) < k_\gamma k^{n+1}$ ($n \geq 1$)

= = k_γ は γ に依存する定数

$\alpha, \beta_i, \delta_i, \gamma_i, \nu$ の具体的構造は複雑であるのを省略する。

【定理1】“証明のための基本的 idea”

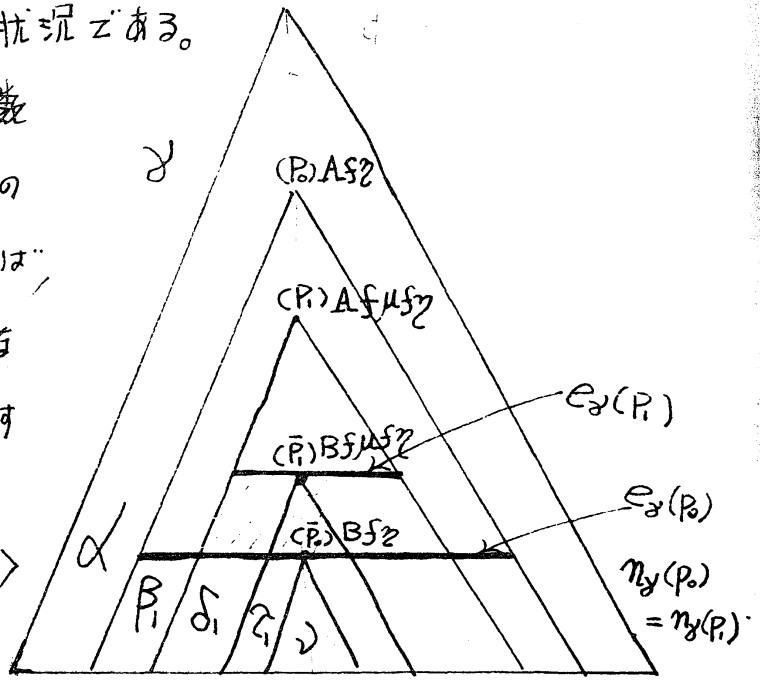
(i) の分解は 図6 のような状況である。

すなわち、頂点 P の子の数
(枝分れの数) が 2 以上の
時 $P \in \text{productive}$ と呼ばれ、
 γ の鎖の中で productive な
頂点が最も多いものを G とす
る。

$$G = \langle (q_0, x_0, z_0), \dots, (q_m, x_m, z_m) \rangle$$

$$D_G = \{ q \in \text{dom}(\gamma) \mid (q, \gamma(q)) \in G \}$$

$\rightarrow \{q_m\}$ とした時



($\gamma = \gamma_1$ の分解図) [図6]

$$S : D_G \longrightarrow \mathbb{N} \times \{F \cup \{\varepsilon\}\} \times \{N \cup \{\#\}\} \times 2^{\mathbb{N}}$$

$$S(q) = \begin{cases} (\pi_1(q), \tilde{\pi}_2(q), \pi_1(\bar{e}(q)), n_\gamma(q)) & \text{if } \bar{e}(q) \neq \emptyset \\ (\pi_1(q), \tilde{\pi}_2(q), \#, n_\gamma(q)) & \text{if } \bar{e}(q) = \emptyset \end{cases}$$

$\#$ は新しい記号, $\bar{e}(q) = e_\gamma(q) \cap D_G$ を考える。

つまり, $q \in D_G$ に対して, q の名称, 非終端記号, index
部, 左端の記号, G 中の q の end of scope, $\bar{e}(q)$ の非終端記号,
 $e(q)$ の非終端記号を集めた集合を対応させるのである。

S -function の値は有限個だから, $S(P_0) = S(P_1) = \dots$

$\text{scope}_\gamma(P_1) \subseteq \text{scope}_\gamma(P_0)$ なる P_0, P_1 の存在を左端
の増加に注意をはらって証明すればよい。存在を保証し, α

$\supset$ (i), (ii) を満たすように k を決定できる。 $k_y = \#(\hat{\gamma}) k^{\#(\hat{\gamma})}$ である。(i) に関しては $S(P_0) = S(P_1)$ の条件より, P_0, P_1 間で積み上げられた index $f\mu$ が図 6 の斜線部で消費されており, $n_y(P_0) = n_y(P_1)$ の条件より $f\mu$ を繰り返し増加させても, うまく消費されてゆくわけである。

詳細に関しては[林 [1972]] を参照されたい。

定理 1 の系として次の応用を得る。

5.5 応用

【系 -1】 Indexed Grammar の finiteness problem は solvable である。(Rounds [1970] の別言証)

【証明】 $G = (N, T, F, P, S)$ IG が与えられた時,

ε -free IG $G' = (N', T, F', P', S')$ を G から構成できて,

$L(G) = L(G')$ if $\varepsilon \notin L(G)$ or $L(G) = \{\varepsilon\} \cup L(G')$

if $\varepsilon \in L(G)$ とする = とが出来る。(Aho [1968], p661)

$L(G)$ finite $\iff L(G')$ finite よってこの G' に対して,

定理の k を計算すれば, G' が ε -free である = とより,

$\#(\hat{\gamma}) = |g(\gamma)|$ ($\gamma \in T(G')$) となる。 R_k を k 以上の長

さの T の string から成る正則集合, すなわち $R_k = \{w \in T^* \mid$

$|w| \geq k\}$ とする。すると, $L(G') = L(G') \cap R_k$ なる IG ,

$G'' = (N'', T, F'', P'', S'')$ が構成できる。(Aho [1968]

p656) として定理 1 の (ii) より, $L(G')$ finite $\iff L(G'') = \phi$

$A \rightarrow \varepsilon \notin \bigcup_{S \in F} P$ なる IG である。

と $\exists$ が $L(G') = \emptyset$ かどうかは solvable である。(AhO, P658) //

【定理2】 $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ を $f(n) \leq f(n+1)$ ($n \geq 1$) かつ、
 $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} f(n)^{\frac{1}{n}} = \infty$ なる関数とした時、

$L_f = \{a^{f(n)} \mid n \geq 1\}$ は Indexed Language ではない。

【証明】 系 - 1 の時と同様に $L_f - \{\varepsilon\} = L(G)$ なる ε -free

IG: G が存在すると仮定して、矛盾を導びいても、一般性を失わない。定理1の k をと、とく。 $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} f(n)^{\frac{1}{n}} = \infty$ の条件より、 $\#(\hat{x}) = |g(x)| = f(n_0) \geq k$ なる n_0, x が存在する。

この x に対して kx を計算する。 $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} f(n)^{\frac{1}{n}} = \infty$ の条件より、
 $f(n_0+t)^{\frac{1}{n_0+t}} > kx k^2$, ($t > 1$) なる t が存在する。定理1

のiiより、 $f(n_0+t) > (kx k^2)^{n_0+t} > kx k^{2t+1} > \#(\hat{x}_{2t+1}) = |g(x_{2t+1})| > \#(\hat{x}_{2t}) = |g(x_{2t})| > \dots > |g(x)| = f(n_0)$ である。

f の単調性より、 L_f には kx が $f(n_0)$ より大きく $f(n_0+t)$ より小さい元は高々 $t+1$ 個しか存在しないはずである。と
 $\exists$ が上の不等式は kx のような元が少くとも $2t+1$ 個存在
 することを示している。これは矛盾である。 //

定理2を使えば、 $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (n!)^{\frac{1}{n}} = \infty$ であるから $\{a^{n!} \mid n \geq 1\}$
 や同様に $\{a^{n^n} \mid n \geq 1\}$ などが Indexed Language ではないことが
 解る。と $\exists$ が、 $P_i \in \mathbb{N}[X]$ を多項式とし、 $k_i \in \mathbb{N}$ とし
 て、 $g(x) = \sum_{i=1}^j P_i(x) k_i^x$ とおけば、 $L_g = \{a^{g(n)} \mid n \geq 1\}$

が Indexed Language であることは容易に解るから、この点

例えば、 $\{a^{n^k} \mid n \geq 1\}$ を与える IG は次のとおり。

$$G = (\{S, A, B, C\}, \{a\}, \{f, g\}, P, S)$$

$$P : S \rightarrow Ag, A \rightarrow Af, A \rightarrow B$$

$$f = [B \rightarrow B^k C^k, C \rightarrow C^k], g = [B \rightarrow a^k, C \rightarrow a^k]$$

一般に L を与える文法も容易に構成できる。

を考慮すれば、定理 2 は IG の限界を与えていると言える。

すなわち定理 1 の ii) から解るように、IG の string の長さの増えかたは高々等比数列的である。(CF 文法では等差数列的!)

『定理 3』 $L_\Sigma = \{(\# \omega)^{|\omega|} \mid \omega \in \Sigma^*, \# \notin \Sigma, \#(\Sigma) \geq 1\}$

は Indexed Language ではない。

証明には定理 1 を証明するためのテクニックを拡張して使う。林 [1972] を参照されたい。

この定理は、与えられた $k \in \mathbb{N}$ に対して $\{(\# \omega)^k \mid \omega \in \Sigma^*, \# \notin \Sigma, \#(\Sigma) \geq 1\}$ なる言語を与える IG は容易に構成できる点を考慮すれば、興味深い。

『謝辞』

本論文を書くにあたり、色々アドバイスをし、議論、討論をして下さった数理解析研究所 高須 達教授、及び高須

研の皆さん, 特に西沢輝泰氏と笠井琢美氏に深謝します。

『参考文献』

1. A.V. Aho, "Indexed Grammars." JACM 15 [1968]
PP. 647 - 671
2. Bar-Hillel et al, "On Formal Properties of Simple
Phrase Structure Grammars." Z. Phonetik Sprachwiss.
Kommunikat 14 [1961] PP. 143 - 172
3. W.S. Brainerd, "Tree Generating Regular Systems".
Inform & Control 14 [1969] PP. 217 - 231
4. W.F. Ogden, "Intercalation theorems for Pushdown
store and Stack languages." Ph.D dissertation.
Stanford Univ [1968]
5. W.G. Rounds, "Tree-Oriented Proofs of Some
Theorems in Context-free and Indexed Languages".
2nd ACM Symp. Theory on Computing [1970]
PP. 109 - 116
6. M. Takahashi, "Derivation Trees and Context-free
Languages." Masters' thesis Pennsylvania Univ [1970]
7. 林 健 志, "Indexed Grammar の 木 構 造 に つ
いて" 京都大学修士論文 [1972]