

面積平均的降雨の時間分布の統計的特性に関する研究

— 連続最大配分率について —

友 杉 邦 雄

A STUDY ON STATISTICAL CHARACTERISTICS OF TIME DISTRIBUTION OF AREAL AVERAGE RAINFALL

— On the Maximum Distribution Rates to Any Sub-Period —

By Kunio TOMOSUGI

Synopsis

Because of application purpose such as more effective use of forecasted rainfall depth in flood control by reservoir or examination of safety of design rainfall depth in water planning against floods, the author has studied probability distributions of the maximum distribution rate of rainfall to any sub-period in a fixed period by analysis of *point* rainfall data and simple mathematical model (random distribution model). But, it is better for such application purpose as above mentioned to know those of areal average rainfall.

In this paper, under the assumption that areal average rainfall is given by simple mean of point rainfalls, degrees of effect upon statistical characteristics of the maximum distribution rates to any sub-period by areal average are mathematically and semi-empirically examined in relation with number of points and cross-correlation coefficient of hourly rainfalls.

The most interesting and important result is that if cross-correlation coefficient is larger than about 0.8, the effects by areal average are almost negligible.

1. ま え が き

著者らはダムの治水操作における予測雨量の効果的利用や、治水計画における計画雨量の示す安全度の問題の検討等の応用上の目的から、降雨の時間分布を特定の期間内の雨量の時間配分問題として捉え、各種の雨量配分率の確率分布という形でその統計的構造を把握・表現しようとする立場をとり、既にいくつかの成果^{1), 2), 3), 4), 5), 6)}を発表してきたが、それらはいずれも地点降雨に関するもので、その応用は降雨の地域分布を精度上無視し得るような場合に限られるわけである。しかし、上流のダム流域のように比較的小さい（数十～数百 km²）流域でも地域分布がかなり不均一な降雨もしばしば見られるわけであるから、そのような流域の流出計算に通常用いられる面積平均的降雨の時間分布の統計的特性、ことにピーク流量と関連の深い連続最大配分率と称しているものの分布特性が、地点降雨のものとのように、またどの程度異なるかを明らかにしておく必要があると考えられる。

本研究では、まず、以下の議論を進めるに際して必要な基本的な事項、定義および仮定等について述べるとともに、降雨の地域分布の不均一性の指標となる地点間の相互相関構造について若干の具体例を挙げて二、三の考察を加える。つぎに、これらに基づいて、連続最大配分率の統計的特性に及ぼす面積平均の効果をも二つの方法で検討する。一つは、地点降雨の場合に行なったと同様、各時間への雨量配分が時系列的にランダムと仮定するランダム配分モデルによる検討で、主に地点間の相関がない場合について、簡単な場合は理論的に、他の場合は、コンピュータによるシミュレーションを利用して検討する。なお、地点間の相関があ

る最も簡単な場合の理論解についても触れる。いま一つは、一地点の実測降雨記録とそれに各種の操作を加えて相関をもたせた仮想地点の仮想降雨との間の二地点平均降雨についての検討で、主に相関係数の役割を調らべる。すなわち、本研究は、降雨資料の不備と問題の複雑さのために、苦肉の策を用いて行なった初步的なものであるが、二、三の有益な示唆を与えるものと信ずる。

2. 基本的事項と二、三の考察

2.1 面積平均的降雨の算定法

毎時間ないし 3 時間毎の面積雨量は洪水の流出解析あるいは予報作業における流出計算における入力として欠くことのできないものであるが、一般に面積雨量の真の値を知ることは現実にはできない。

地点雨量に基づく面積雨量の算定法については、観測点の密度や適正配置の問題を含めて、従来多くの研究がなされ、いろいろな方法⁷⁾が提案されているが、そのうち洪水の流出計算において最も多く実用されているのは、等雨量線法とティーン (Thiessen) 法であろう。これらの方法によって算定される面積雨量の近似値の精度は、もちろん観測点の密度と配置の適否によって左右されるが、それらが固定されている場合は降雨の地域分布の様相によって左右される。降雨の地域分布はたとえ降雨原因が同じでも異なり、したがって精度を一概に論じることはできないが、実用上の許容誤差としては、損失雨量の評価を含めた流出計算自体に起因する誤差あるいは流出流量の計測誤差等とのバランスから $\pm 10\%$ 程度であれば十分とされているのが現状であって、現在、前記の方法が実用に供されているということは、ほぼ上記の精度を満足しているものと解釈できよう。

ところで、本研究の目的は、資料解析によって比較的得易い地点降雨の連続最大配分率の確率分布が、適用対象流域がより大きい、資料数の関係で得難い面積平均的降雨のそれと、降雨の地域分布の不均一性の構造との関係において概略どの程度異なるのかを探り、地点降雨のものの適用範囲を広げるための基礎を得ようとするものである。したがって本研究では、面積平均的降雨の算定法として算術平均法あるいは単純平均法と呼ばれる最も簡単な方法を採用することにする。この方法は前記の方法に比して一般に精度的には劣るが、問題の本質を著しく損うものではなく、概略の程度を調べるためには十分であろう。

2.2 雨量配分率と連続最大配分率の定義

いま、対象とする流域内に N 個の観測地点 (地点番号 $k=1, 2, \dots, N$) がある場合を考える。そして、各地点に共通な特定の期間 T 内の総雨量がそれぞれ R_k ($k=1, 2, \dots, N$) なる降雨について、その期間の n 等分された各部分期間に配分されている雨量系列を地点 k について $\{r_{k,t}\}$ ($t=1, 2, \dots, n$; t は時間の流れによる順番) とするとき、

$$z_{k,t} = r_{k,t} / R_k \quad (t=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (1)$$

を地点 k における期間 T の n 等分雨量配分率という。この $z_{k,t}$ は明らかに次式を満足する。

$$\sum_{t=1}^n z_{k,t} = 1 \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (2)$$

この場合、面積平均的降雨については、2.1 の仮定により、総雨量 $\bar{R}$ および各部分期間の降雨量系列 $\{\bar{r}_t\}$ はそれぞれ次式によって算定される。

$$\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N R_k \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\bar{r}_t = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N r_{k,t} \quad (t=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (4)$$

したがって n 等分雨量配分率 $\zeta_{t,N}$ は、

$$\zeta_{t,N} = \bar{r}_t / \bar{R} \quad (t=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (5)$$

となり、やはり次式を満足することは明らかである。

$$\sum_{t=1}^n \zeta_{t,N} = 1 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただ、ここで注意しなければならないのは、(5) 式の $\zeta_{t,N}$ は、(1) 式の $z_{k,t}$ の N 点算術平均とは一般に

異ということ、両者が等しくなる十分条件としては、 R_k がすべての k について等しい場合が容易に考えられる。

さて、つぎに連続最大配分率の定義であるが、これは、(1) 式あるいは (5) 式で定義される n 個の雨量配分率の時系列において、重複を許す l 個の連続和が、各 l ($=1, 2, \dots, n$) に対して、それぞれ $(n-l+1)$ 個存在するが、各 l 毎のそれらの最大値を $(n$ 等分) l 個連続最大配分率といい、地点降雨のものを $y_{l,k}$ 、面積平均的降雨のものを $\eta_{l,N}$ と表わすことにする。なお、 $l=n$ の場合は、明らかに $y_{n,k} = \eta_{n,N} = 1$ であって確率分布しない。また、 $l=1$ の場合は、連続和にならず、時系列的な要素が含まれないため、従来これを区別して n 等分最大配分率と称して、 x_1 (添字は大なるものからの順位) と表わしてきたので、 $y_{1,k}$ を $x_{1,k}$ 、 $\eta_{1,N}$ を $\bar{x}_{1,N}$ と一応表記することにするが、これは最大配分率という点で同様であって、数値的にも l に関して連続的であるため、本研究では、この $l=1$ の場合も連続最大配分率の仲間として検討するわけである。

2.3 地点間の相関構造

地点降雨と面積平均的降雨の時間分布の統計的特性の差は、降雨の時間分布の地域的不均一性の統計的構造に支配されるはずである。この不均一性の統計的構造を把握・表現する尺度として、本研究では、2.2 に述べた各分割期間 t ごとの地点雨量間の相関係数を採用するわけであるが、ここでは、それらの値が具体的にどのような値をとるものかを認識しておくために、若干の具体例を挙げるとともに、問題点を明らかにしておく。

(1) 具体例

ここに挙げる具体例は、昭和51年9月に長良川に決壊災害を引き起した大雨時のものであって、Fig. 1 に示した長良川流域内の上流部の (a) 大鷲、(b) 白鳥、(c) 二間手と下流部の (d) 長良、(e) 忠節の計5地点の毎時雨量記録の解析に基づくものである。Fig. 2 が、9月7日午前9時から同14日午前9時までの計7日間における各地点の毎時雨量の記録 (建設省の自記雨量計) である。縦の破線は午前9時の観測日界を示しており、これらの日界によって便宜上①～⑦の期間に分けている。なお、同図には、7日間の総雨量も示されている。

この記録から、毎時雨量の各地点間の相関係数 (単相関係数) を求めると、Table 1 のようになった。ただし、①～⑦の各期間毎のものは、その期間内で、5地点すべてで3時間以上ゼロ降雨が続いているところは計算の対象外とし、また全期間を通じたものも同様にして求めたものである。この表によると、たとえば、10km 程度離れた (a) 大鷲と (b) 白鳥の相関係数は、期間⑥を除いて、ほぼ $0.8 \sim 0.9$ と高い相関を示し、一方、距離的に前者と大差のない (b) 白鳥と (c) 二間手のものは、 $0.0 \sim 0.7$ の間で日によってかなり変動し、全体としては 0.388 と低目の値となっている。また、3km 程度しか離れていない下流部の (d) 長良と (e) 忠節の場合でも、日によってほぼ $0.5 \sim 0.9$ の間で変動し、全体としても 0.737 と高目の値とはいえ (a) と (b) のものより低いことが注

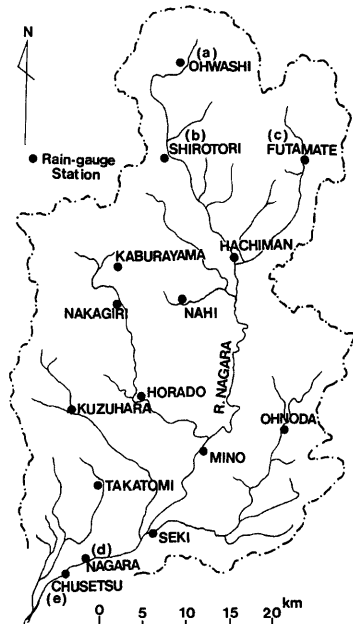


Fig. 1. Main rain-gauge stations in the basin of River Nagara.

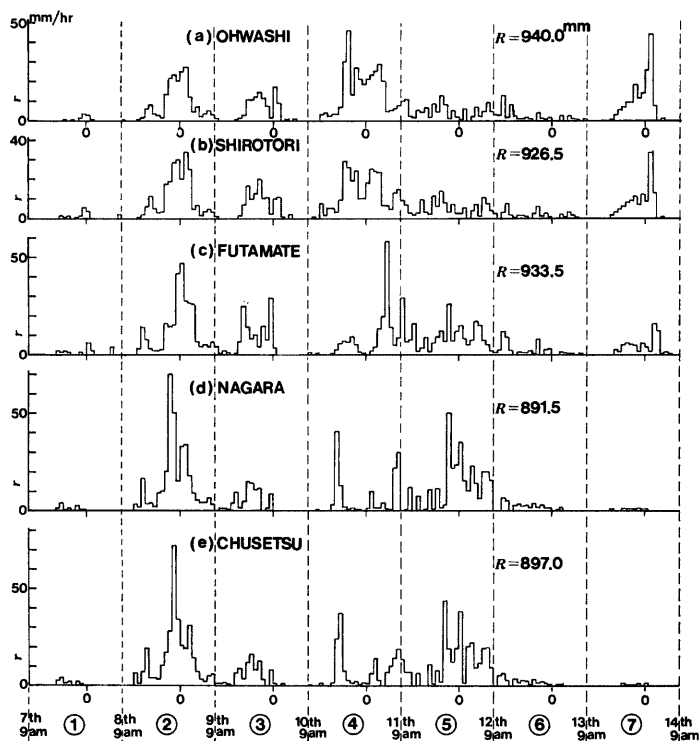


Fig. 2. Hourly rainfall records at the five points shown in Fig. 1 through the seven days of September, 1976.

Table 1. Simple cross-correlation coefficients of hourly rainfalls shown in Fig. 2.

period		①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	whole
Combination of the points	ab	0.888	0.933	0.901	0.856	0.782	0.306	0.916	0.880
	ac	0.427	0.744	0.198	0.006	0.014	0.677	-0.060	0.273
	ad	-0.447	0.800	0.405	-0.214	-0.492	0.410	0.131	0.182
	ae	-0.643	0.652	0.450	-0.135	-0.232	0.451	0.261	0.215
	bc	0.269	0.732	0.302	0.005	0.010	0.705	0.104	0.388
	bd	-0.084	0.667	0.553	-0.044	-0.282	0.498	0.029	0.325
	be	-0.297	0.757	0.544	0.056	-0.144	0.188	0.048	0.395
	cd	-0.212	0.448	0.412	-0.054	0.267	0.659	-0.096	0.395
	ce	-0.077	0.494	0.412	0.063	0.121	0.516	-0.031	0.422
	de	0.874	0.696	0.893	0.704	0.479	0.720	0.840	0.737

目される。その他、上流の地点と下流の地点との相関については、たとえば、60km 程度も離れた (a) 点と (d) 点の場合は、日によって、ほぼ $-0.5 \sim 0.8$ の間で大きく変動しており、全体としては、0.182 とやはりかなり小さい。

この例から、各地点間の毎時雨量の相関係数は、洪水流出の解析対象となるような比較的短い期間内では、降雨ごとにより変動することがわかり、また、長良と忠節の場合のように平地部でかつごく近くの地点間でも、意外に小さい場合もあること等がわかる。

なお、ここでは、毎2時間、3時間、…の相関係数は求めていないが、一般にその単位時間が長くなるにつれて、相関係数は大きくなる傾向があることが知られていることだけを記しておく。

(2) 問題点

相関係数はもともと回帰分析における直線回帰の度合を示す尺度であって、かならずしも変量間の依存度を示すものではないという問題もあるが、地点雨量間ではほぼ直線形の関係が成立することが知られており、この点については、さほど問題ではなからう。

各地点間の相関係数で対象流域内の降雨分布の不均一性の構造を表現する際に、まず問題になるのは多次元性の問題である。すなわち、前掲の例でもわかるように、観測点が N 個あれば、 $\binom{N}{2}$ 個の単相関係数があり、 $N \geq 3$ の場合には1つの数値で表現できず、連続最大配分率の統計的特性に及ぼす面積平均の効果を、降雨の地域分布の不均一性の構造との関連において検討する際にはなだ不都合であるということである。そこで、重相関係数を考えてみたが、(4)式で与えられる面積平均的雨量系列の N 個の地点の雨量系列に対する重相関係数は明らかに1であるので、意味がない。ただ、もっと単純に $\binom{N}{2}$ 個の単相関係数の算術平均で表現してよいのかもしれないが、理論的根拠が不明である。このような問題があるので、本研究では、各地点間の相関係数がすべてゼロとし得る数学モデルの場合以外は、 $N=2$ の場合しか取り扱っていない。

いま一つの問題は、 $N=2$ の場合だけを考えてとしても、前掲の例でも見たように、相関係数の値が降雨ごとにより変動するということである。この場合の代表値としてはその平均的な値をとるしかないが、それには二つの方法が考えられる。いま、2.2で述べた記号に従って、地点1と地点2の雨量系列 $\{r_{1,i}\}, \{r_{2,i}\}$ ($i=1, 2, \dots, n$) が N_d 組ある場合についていえば、一つは各組ごとに相関係数を求め、それら N_d 個のものの算術平均をとる方法、もう一つは、全体を通して相関係数を求める方法である。前者の方法では、 n が小さいと、各組ごとの相関係数の信頼性が低いため、本研究では、後者の方法をとることにしたが、この場合、注意しなければならないのは、雨量系列の相関係数 ρ_r と、(1)式で定義される雨量配分率の相関係数 ρ_x とは、前者の方法では一致するが、後者の方法では、各組ごとに R_k が異なるために一般には一致しないということである。

3. 連続最大配分率の統計的特性に及ぼす面積平均の効果

3.1 ランダム配分モデルによる検討

(1) 一地点の場合の理論分布

ランダム配分モデルというのは、地点雨量の時間配分過程を純ランダムとしたもので、2.2で定義した n 等分雨量配分率についていえば、(2)式を満足するすべての系列 $\{z_{k,i}\}$ ($i=1, 2, \dots, n$) が等確率で起るとする数学モデルである。この系列は、一地点について $(n-1)$ 次元ユークリッド空間の1点として表わされるため、空間の占める体積の解析により、各種の配分率の確率分布を求めることができる。ここでは、従来得ているもののうち、本研究に関連のあるものの結果だけを記しておく。ただし、1地点のものであるので、添字 k は省略する。

(a) n 等分雨量配分率： n 等分雨量配分率 z_i ($i=1, 2, \dots, n$) は t に無関係に同じ分布に従い、その確率密度関数は次式で与えられる。

$$h_n(z) = (n-1)(1-z)^{n-2} \quad (n \geq 2, 1 \geq z \geq 0) \quad \dots\dots\dots (7)$$

(b) n 等分最大雨量配分率：これは系列 $\{z_i\}$ ($i=1, 2, \dots, n$) のうちの最大値であって、2.2でも述べたように $x_1 (=y_1)$ で表わす。この確率密度関数はつぎのようである。

$$f_n(x_1) = \sum_{j=1}^n (-1)^{j-1} \cdot j \cdot (n-1) \cdot \binom{n}{j} \cdot (1-j \cdot x_1)^{n-2} \quad (n \geq 2, 1 \geq x_1 \geq 1/n) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに, m は $1/x_1$ 以下の最大の整数である。

(c) n 等分 l 個連続最大雨量配分率: これは 2.2 で定義した y_l で, 連続最大配分率と略称しているものであるが, これの $l=2, 3, \dots, n-1$ に対する理論分布については, 一般解は完全に得ておらず, $n=6$ 以下のものと, $1 \geq y_l \geq 1/2$ の範囲の一般解を得ているだけであり, ここでは後者の確率密度関数だけを示しておく。

$$g_n(y_l) = \sum_{j=1}^s f(j+1) \binom{2s-j}{s} \binom{n-1}{2s-j} (1-y_l)^{2s-j-1} (2y_l-1)^{n-2s+j-1} \quad (n \geq 3, n-1 \geq l \geq 2, 1 \geq y_l \geq 1/2) \quad (9)$$

ここに, $s=n-l$ であって, $l \geq n/2$ の場合は, y_l の分布範囲は $1 \geq y_l \geq 1/2$ であるので, 完全な密度関数として取扱える。

(2) 多地点平均の場合の理論分布について

各地点における各種の雨量配分率の確率分布はランダム配分モデルを想定した場合以上のものであるが, ここで問題とするのは, (5) 式で定義される面積平均的降雨の雨量配分率の系列 $\{\zeta_{t,N}\} (t=1, 2, \dots, n)$ については, それらがどのようなものかということである。ただし, ここでは, 取扱いを容易にするため, $\zeta_{t,N}$ をあらためてつぎのように定義する。

$$\zeta_{t,N} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N z_{k,t} \quad (t=1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

すなわち, (1) 式で定義された各地点の n 等分雨量配分率 $z_{k,t}$ の N 点算術平均とするわけで, 2.2 でも述べたようにこれは (5) 式の値とは一般に一致しないが, このようにしても (6) 式は満足され, また各地点の期間 T の総雨量 $R_k (k=1, 2, \dots, N)$ が, 相互にさほど差がなければ, 数値的にもほとんど変わらないから, 問題の本質を著しくそこなうものではないと考えられる。

さて, この (10) 式で定義される配分率の系列について, (1) で示したような各種の確率分布の理論式を同様の手法で求めようとしたわけであるが, $z_{k,t} (t=1, 2, \dots, N)$ の同時分布を考慮しなければならないため, 一般的な解を得ることは極めて難しく, n あるいは N が小さい特殊な場合のものしか得られず, 結局は次項に述べるようにコンピュータによるシミュレーションを利用することにしたわけであるが, ここでは, 理論的に得られたものだけを記しておく。

(a) 地点間の相関がない場合

i) $N=2$ の場合の n 等分雨量配分率: n 等分雨量配分率は t に無関係に同じ分布に従うので, いま, 地点 1 と 2 のそれを, それぞれ z_1 および z_2 とすると, 2 地点平均のそれは, (10) 式より, 次のようになる。

$$\zeta = \frac{1}{2} (z_1 + z_2) \quad (11)$$

いま, z_1 と z_2 が独立に分布する場合を考えているので, それらの同時確率密度関数は, 個々の分布が (7) 式で与えられることから次のようになる。

$$h_{n,2}(z_1, z_2) = (n-1)!^2 (1-z_1)^{n-2} (1-z_2)^{n-2} \quad (1 \geq z_1, z_2 \geq 0) \quad (12)$$

(11) 式より $z_2 = 2\zeta - z_1$ であるから, (12) 式から ζ と z_1 の同時確率密度関数が容易に得られる。それを, $1 \geq z_2 \geq 0$ より, $2\zeta \geq z_1 \geq 2\zeta - 1$ であることを考慮して, z_1 について積分すれば ζ の確率密度関数が得られ, それは次式のようになる。

$$\begin{aligned} h_{n,2}(\zeta) &= 4(n-1)!^2 \sum_{j=0}^{n-2} \frac{(-1)^j}{2j+1} \binom{n-2}{j} \zeta^{2j+1} (1-\zeta)^{2(n-j-2)} \quad \left(\text{for } 0 \leq \zeta \leq \frac{1}{2} \right) \\ &= 4(n-1)!^2 \sum_{j=0}^{n-2} \frac{(-1)^j}{2j+1} \binom{n-2}{j} (1-\zeta)^{2n-3} \quad \left(\text{for } \frac{1}{2} \leq \zeta \leq 1 \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$N \geq 3$ のものは, 非常に複雑でこのような理論式は得られないが, N が大きくなれば, 中心極限定理により, 正規分布に近づくはずである。

ii) $n=2$ の場合の等分最大配分率: 期間分割数 $n=2$ の場合は, 各地点の $z_k (k=1, 2, \dots, N)$ の確率密度関数が (7) 式より 1 であることと, 等分最大配分率 $\xi_{1,N}$ の分布範囲が $1/2$ 以上であることから, i) と同様な手法で, $N=4$ の場合まで比較的容易に $\xi_{1,N}$ の確率密度関数を求めることができた。その結果を分析する

と、ある規則性が見出されたため、演繹的に次のような N に関する一般式を得た。ただし簡単のため、添字 N を省略して $\xi_{1,N}$ を ξ_1 と記している。

$$\begin{aligned} f_{2,N}(\xi_1) &= \frac{N^3 \cdot 2^{N-2}}{N-1} \left\{ (1-\xi_1)^{N-1} - \left(\frac{N}{N-2} \right)^{N-2} \left(1-\xi_1 - \frac{1}{N} \right)^{N-1} \right\} \quad \left(\text{for } \frac{1}{2} \leq \xi_1 \leq \frac{N-1}{N} \right) \\ &= \frac{N^3 \cdot 2^{N-2}}{N-1} (1-\xi_1)^{N-1} \quad \left(\text{for } \frac{N-1}{N} \leq \xi_1 \leq 1 \right) \end{aligned} \quad (14)$$

この密度関数に基づいて、 $\xi_{1,N}$ の期待値および分散を求めると、それぞれ次のようになる。

$$\bar{\xi}_{1,N} = \frac{1}{2} + \frac{3N^2 - 6N + 4}{4(N^3 - N)} \quad (15)$$

$$\sigma_{\xi_1,N}^2 = \frac{7N^4 - 30N^3 + 60N^2 - 56N + 16}{16N(N+2)(N^2-1)^2} \quad (16)$$

なお、 $n=3, N=2$ の場合の等分最大配分率の確率密度関数も得ているが省略する。

(b) 地点間に相関がある場合

この場合、 n 等分雨量配分率の各地点間の相関構造すなわち、それらの同時分布を解析関数で表わす必要があり、しかもそれは相関係数をパラメータとして含んでいることが望ましい。このような関数を探すことは、 $N=2$ の場合を考えるとしても一般に難しく、ここでは、最も簡単な $N=2, n=2$ の場合について見つけたもののうち、次式で示される一番次数の低いものを用いた場合の結果を示しておく。

$$h_2(z_1, z_2) = 3\rho \{4z_1z_2 - 2(z_1 + z_2) + 1\} + 1 \quad \begin{cases} 1 \geq z_1, z_2 \geq 0 \\ 1/3 \geq \rho \geq -1/3 \end{cases} \quad (17)$$

ここに、 z_1, z_2 は 2 地点における等分雨量配分率、 ρ は両者の相関係数であり、この関数は 2 次の双曲放物面を表わしている。

z_1 と z_2 の同時確率密度関数が上式で与えられる場合、 $\zeta = (z_1 + z_2)/2$ の確率密度関数は容易に求められ、次式のようになる。

$$\begin{aligned} h_{2,\zeta}(\zeta) &= 4\zeta \{1 + \rho(8\zeta^2 - 12\zeta + 3)\} \quad (\text{for } 0 \leq \zeta \leq 1/2) \\ &= 4(1-\zeta) \{1 + \rho(8\zeta^2 - 4\zeta - 1)\} \quad (\text{for } 1/2 \leq \zeta \leq 1) \end{aligned} \quad (18)$$

$n=2$ の場合の等分最大配分率 ξ_1 は $1/2 \leq \xi_1 \leq 1$ であるから、その確率密度関数は上式の下の方のものを 2 倍した形になる。すなわち、

$$f_{2,\zeta}(\xi_1) = 8(1-\xi_1) \{1 + \rho(8\xi_1^2 - 4\xi_1 - 1)\} \quad (1/2 \leq \xi_1 \leq 1, -1/3 \leq \rho \leq 1/3) \quad (19)$$

したがって、この場合の ξ_1 の期待値は次式のようになる。

$$\bar{\xi}_1 = \frac{2}{3} + \frac{1}{10}\rho \quad (20)$$

これは、期待値が相関係数の線形増加関数であることを示しており興味深いが、それは (17) 式の同時分布を与えた結果であって一般性は保証されていない。

なお、Fig. 3 に、(19) 式に基づいて $\rho = -1/3, 0$ および $1/3$ として求めた ξ_1 の確率密度および、両地点の配分率がつねに等しい、すなわち $\rho = 1$ (あるいは 1 地点のものと考えてもよい) の場合のものを比較のために示しておく。(17) 式が、 $-1/3 \leq \rho \leq 1/3$ に対してしか同時確率密度関数としての条件を満たさないため、この場合、 $-1 \leq \rho < -1/3$ 、および $1/3 < \rho < 1$ のものはわからないが、たとえば、 $\rho = 0.8 \sim 0.9$ 程度なら $\rho = 1$ のものとはほとんど変わらないことが、この図から推定されよう。

(3) コンピューターによるシミュレーションの利用

以上のようにごく限られた場合しか理論分布が得られないため、コンピューターに乱数を発生させて、 n および N がある程度大きい場合の近似的な解を求めて面積平均の効果を検討することにした。ただし、取扱いの容易な相関のない場合だけを対象とする。

(a) シミュレーションの方法

まず、1 地点における n 等分雨量配分率の系列 $\{z_t\}$ ($t=1, 2, \dots, n$) を、ランダム配分モデルの条件を満

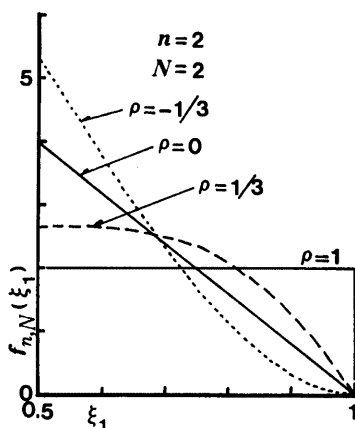


Fig. 3. Variation of probability density function (Eq. (19)) of the maximum distribution rate, ξ_1 by correlation coefficient ρ .

たすように発生させる方法を述べる。これは、(7)式を積分して得られる z の分布関数、

$$H_n(z) = 1 - (1-z)^{n-1} \quad (1 \geq z \geq 0) \quad (21)$$

が基本となる。すなわち、この式で $H_n(z) = H$ において、 z について解くと、

$$z = 1 - (1-H)^{1/(n-1)} \quad (22)$$

となり、 H に 0~1 の一様乱数を与えると、 z は (24) 式の分布に従うからである。

さて、系列 $\{z_i\}$ ($i=1, 2, \dots, n$) の一番目のもの z_1 は (22) 式によって発生させればよいが、 $\{z_i\}$ の総和は常に 1 にならなければならないので、 $z_2, z_3, \dots, z_n$ はつぎのようにして発生させなければならない。たとえば、 z_2 の場合、 z_1 がすでに確定しているので、

$$z_2 + z_3 + \dots + z_n = 1 - z_1$$

なる拘束を受ける。この両辺を $1 - z_1$ で除して、 $z_i/(1 - z_1) = z_i'$ とおくと、

$$z_2' + z_3' + \dots + z_n' = 1$$

となって、 z_i' は期割分割数 $(n-1)$ のランダム配分モデルにおける分布に従うことになる。したがって、 z_2 はつぎの式で H に 0~1 の一様乱数を与えることによって得られる。

$$z_2 = (1 - z_1) \{1 - (1 - H)^{1/(n-2)}\} \quad (23)$$

このことから、以下同様にして、一般に t 番目の配分率 z_t は、

$$z_t = (1 - \sum_{i=1}^{t-1} z_i) \{1 - (1 - H)^{1/(n-t)}\} \quad (2 \leq t < n) \quad (24)$$

によって順次発生させればよく、最後の z_n はそれまでに得られたものの総和を 1 から差引いたものとすればよいことがわかる。

本研究では、 $n=2 \sim 12$, $N=1 \sim 10$ の範囲で、各地点につき $N_d=10000$ 組の $\{z_{k,i}\}$ ($k=1, \dots, N$; $i=1, 2, \dots, n$) を上記のようにして独立に発生させ、(10)式に従って得られる 10000 組の $\{\xi_{i,N}\}$ ($i=1, 2, \dots, n$) から、等分最大配分率を含めた連続最大配分率の分布特性を解析したわけである。なお、 $n=2$ の場合、および $N=1$ の場合の一部は、前述のように理論分布が得られているが、これらはこのシミュレーションの精度を検討するために行なったものである。

(b) 結果と考察

Fig. 4 は $n=2$ の場合の $\xi_{1,N}$ の 0.01 間隔の度数分布で、面積が 1 になるようにしてある。点線で示したのは、 $N=1$ の場合は (8) 式、 $N \geq 2$ の場合は (14) 式による、それぞれ理論的確率密度である。 $N=4$ まではシミュレーションによるものと理論値とは比較的良く一致しているが、 $N=6, 8, 10$ になるにつれて、前者の方が右に偏る傾向が大きくなっている。この原因として、各地点間の独立性が完全でなかったこと、あるいは、各地点で $N_d=10000$ とはいえ有限個の資料によるものであるため等が考えられる。

Fig. 5 は同じく $n=2$ の場合の $\xi_{1,N}$ の平均値 $\bar{\xi}_1$ (図中添字 N は省略。以後も自明の場合しばしば略す) と変動係数 C_v のそれぞれが N とともにどのように変化するかを示したもので、実線で結んだ値がシミュレーションによるもの、点線で結んだものが、平均値の場合 (15) 式、変動係数の場合それと (16) 式によって得られた理論値である。先の図からも想像がつくように、やはり、両者とも N が大きくなると、理論値の方が小さくなる傾向が認められるが、その差はわずかであって、概略の傾向を知る目的からは、この

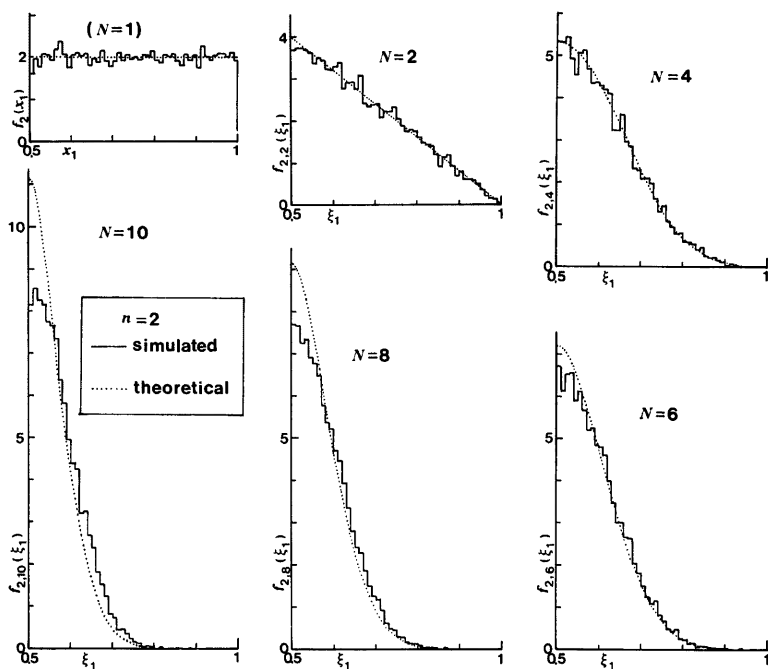


Fig. 4. Variation of probability density function of ξ_1 by number of points, N , and comparison between theoretical (Eq. (14)) and simulated one.

シミュレーションで十分であると考えられる。

さて、まず、 n が大きい場合の連続最大配分率 $\eta_{l,N}$ の密度関数の N による変化の例を示そう。Fig. 6 は $n=6$ の場合の、 $N=1$ の y_l と $N=2, 10$ の η_l の 0.01 間隔の度数分布をそれぞれ $l=1 \sim 5$ について面積が 1 になるようにして示したものである。なお、 $N=1$ の場合は、 $l=1$ に対して $y_1 = v_1$ として (8) 式、 $l=3, 4, 5$ に対して (9) 式、 $l=2$ に対しては、 $y_2 \geq 1/2$ の部分は (9) 式、 $1/3 \leq y_2 \leq 1/2$ の部分は次式、

$$g_6(y_2) = 20(7y_2 - 2)\{(1 - y_2)^3 - (1 - 2y_2)^2(11y_2 - 1)\} \quad (25)$$

によって、それぞれ求められる理論値を点線で並記しており、シミュレーションがほぼ良好であることがわかる。この図から、 $N=1$ の場合に非対

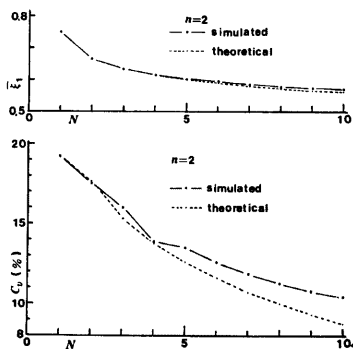


Fig. 5. Variations of expected value (upper) and coefficient of variation (lower) of ξ_1 by N .

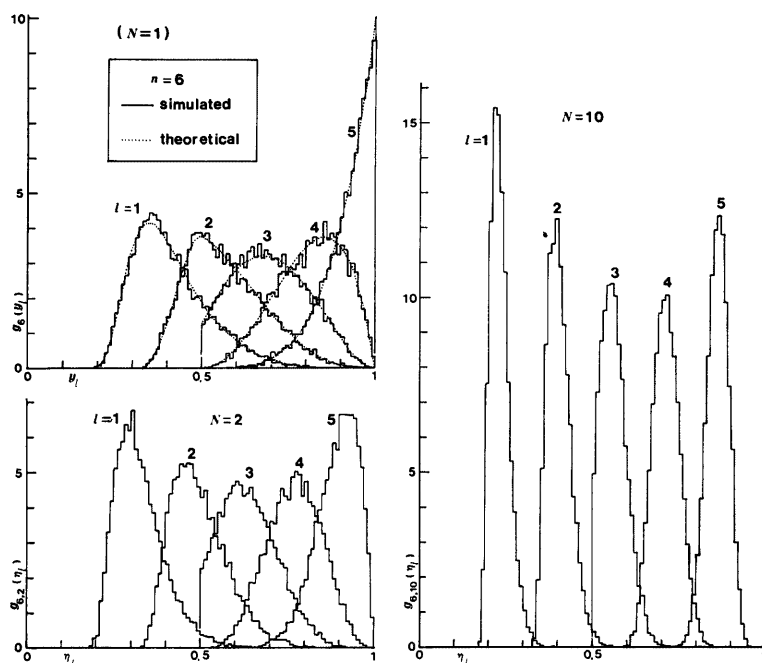


Fig. 6. Examples of variation of probability density functions of the maximum distribution rates to any serial l time units by N .

称性が著しかったものが、 N が増すにつれて、対称形に近づくとともに、平均値、分散共に小さくなることがわかる。 $\eta_{l,N}$ は $\zeta_{l,N}$ と違って中心極限定理は適用されないが、 N が大きくなるにつれてその分布が正規分布形に近づくようであり興味深い。

つぎに、後述する実測の12時間降雨記録を用いる検討との関連もあるので、 $n=12$ の場合の結果を示しておく。Fig. 7は $\eta_{l,N}$ の0.01間隔の累積分布であって、 $l=1, 2$ および6について、それぞれ $N=1$ の場合(y_l)を実線、 $N=2$ の場合を点線、 $N=10$ のものを一点鎖線で示したものである。各 l について、たとえば中央値 (median) に注目すると、 $N=1$ から $N=2$ になることによる減少量は、 $N=10$ になることによるその50%近くも占めることがわかる。Fig. 8は $\eta_{l,N}$ の平均値と l の関係を N をパラメータとして示したもので、実線で結んだものがシミュレーションによるもの、点線で示したものは $N=\infty$ に相当する理論的下限值である。平均値も $N=1$ から $N=2$ になることによって急激に低下することがわかる。なお、破線で結んだ白丸印は、後述の京都地点における $N_d=800$ の12時間の実測降雨記録の解析によるもので、ランダム配分モデルによる $N=1$ のものより、 $l=1$ の場合を除いてかなり大きくなっており、実際の降雨が時系列的にはランダムでないことを示していることは、以前にも発表^{3), 6)}した通りである。また、Fig. 9は $\eta_{l,N}$ の変動係数 C_v の N による変化を l をパラメータとして示したもので、これらは $N \rightarrow \infty$ において、限りなくゼロに近づくべきものであるが、いずれも $N=10$ において、 $N=1$ の場合のほぼ半分になること、 $N=1$ から $N=2$ への低下率が一番急であること等がわかる。

以上は、実際の降雨とは異なる単純なモデルの、しかも主に地点間の相関がない場合の検討であったが、

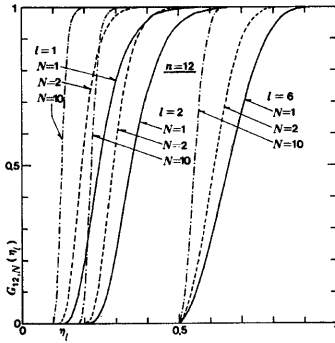


Fig. 7. Examples of variation of probability distribution functions of η_l by N .

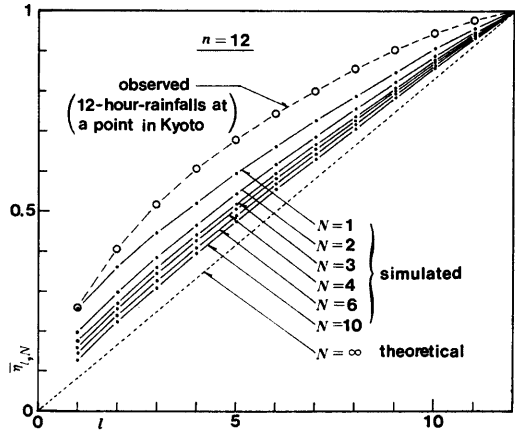


Fig. 8. Comparison of expected values of η_l , the max. distribution rate to any serial l time units.

たとえば $\eta_{l,N}$ の平均値で見ると、2 地点平均でその低下量の大勢がきまるといったようなことを暗示してくれたと思われる。

3.2 一地点の実測降雨とそれに相関をもたせた仮想降雨とによる検討

(1) 実測降雨資料の概要

ここで用いる実測降雨資料は、京都気象台において観測された毎時雨量記録のうち、建設省によって整理・整本されたものから抽出した $N_d = 800$ の 12 時間降雨記録で、期間は 1906 年～1969 年である。その抽出法は、2 時間以上連続するゼロ降雨の前後を別の雨として、降雨継続時間が 12 時間以上 24 時間未満のものからは、12 時間雨量が最大となる期間のものを、24 時間以上継続するものからは、できるだけ多くの 12 時間降雨が得られるようにしたものであるが、そのうち、1 時間単位で測ったゼロ降雨が 2 回以上あるものと、総雨量が 10mm 以下のものは除外している。この程度の数の記録は、他の地点にないわけではないが、距離的にかなり離れているため、相関係数の役割を検討するという目的に合わず、また資料の整理にも大きな労力を要するので、ここでは、つぎに述べるように、この京都地点の記録に種々の操作を加えて相関をもたせた仮想地点の仮想降雨を発生させ、両者の連続最大配分率の統計的特性と、それらの 2 地点平均降雨のそれとの差の程度が相関係数とどのような関係にあるか検討しようというわけである。

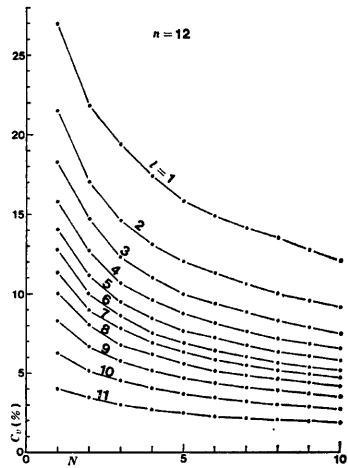


Fig. 9. Relations between coefficient of variation of η_l and N .

(2) 仮想降雨の発生法と概要

いま, 便宜上, 京都地点を地点 1 とし, 仮想降雨を発生させる仮想地点を地点 2 として, 前者の毎時雨量系列を $\{r_{1,t}\}_j$, 後者のものを $\{r_{2,t}\}_j$ とする。ここに, t は時間で, $t=1, 2, \dots, 12$ であり, j は資料番号で, $j=1, 2, \dots, N_d$ ($N_d=800$) である。以下この記号に従って説明する。

まず, O-type と名づけたものであるが, これは, 時間の流れを全く逆行させたもの (O1), 時間の流れはそのまま, 資料番号を全く逆行させたもの (O2), そして, 両操作を同時に行なったもの (O3) であり, 式で表わせば, それぞれ以下のようなものである。

$$O1: \{r_{2,t}\}_j = \{r_{1,13-t}\}_j \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$O2: \{r_{2,t}\}_j = \{r_{1,t}\}_{N_d-j+1} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$O3: \{r_{2,t}\}_j = \{r_{1,13-t}\}_{N_d-j+1} \quad \dots\dots\dots (28)$$

つぎに, T-type と名づけたものであるが, これは時間をずらし, かつ総雨量を等しくしたもので, ずらす時間 $\nu=1, 2, 3, 4$ によって, T1, T2, T3, T4 と表わす。式で表わせばつぎのようである。

$$T\nu: \{r_{2,t}\}_j = \begin{cases} \{r_{1,t+\nu}\}_j & (\text{for } t=1, 2, \dots, 12-\nu) \\ \{r_{1,t+\nu-12}\}_j & (\text{for } t=11-\nu, 10-\nu, \dots, 12) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (29)$$

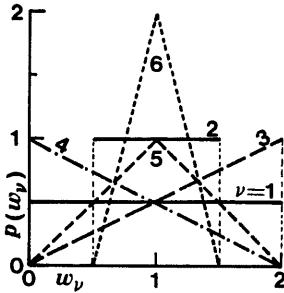


Fig. 10. Probability density functions of random multiplier.

もう一つは, M-type と名づけたもので, これは, Fig. 10 に示すような 6 種類の確率分布をする係数 w を毎時雨量に剰したもので, その係数の種類 w_p ($p=1, 2, \dots, 6$) によって, M1, M2, ..., M6 と表わす。すなわち,

$$M\nu: \{r_{2,t}\}_j = \{w_p \cdot \bar{r}_{1,t}\}_j \quad \dots\dots\dots (30)$$

として発生させたわけである。

以上のようにして求めた仮想降雨の統計的的特性の概略を, 京都地点 (KY) のものとともに示したのが Table 2 である。12 時間雨量の平均値 $\bar{R}$, 標準偏差 S_R , 毎時雨量の平均値 $\bar{r}$, 標準偏差 S_r , 雨量配分率の平均値 $\bar{z}$, 標準偏差 S_z は, O-type および T-type の場合, (26)~(29) 式より当然京都地点のものに等しい。 $\bar{z}$ は M-type のものも等しく, 0.0833 であるが, これはほぼ 1/12 に当り, それはランダム配分モデルにおける理論的期待値である。なお, 同モデルにおける z の標準偏差は $\sqrt{(n-1)/(n+1)}/n$ で, $n=12$ の場合これは, 約 0.0767 である。また, 京都地点のものに対する相関係数については, 12 時間雨量のものは, O1 および T-type は (26), (29) 式より当然 1 になり, また O2 および O3 が負の値になっているのは, 資料の並べ方が, ほぼ R の大きい順になっていたためである。毎時雨量の相関係数 ρ_r が O2, O3 の場合に負になっているのも同様な原因であり, また, T-type の場合, ずらす時間 ν が大きいほど小さくなっているのは, 自己相関係数の性質を反映していると考えられる。なお, 2.3 の (2) で述べたように ρ_r と ρ_z は一般に一致しないが, これらの関係を調べてみると, Fig. 11 に示すように, O2, O3 を除けば, ほぼ直線関係になっている。

(3) 結果と考察

まず, 連続最大配分率の累積分布の上述の 2 地点平均による変化の例として, ρ_r が 0 と 1 のほぼ中間の値となった T1 の場合を示す。Fig. 12 は, 京都地点 (地点 1) の連続最大配分率 $y_{1,1}$ の分布 (実線), 仮想地点 (地点 2) のもの $y_{1,2}$ の分布 (一点鎖線) および両地点の平均降雨のもの η_l の分布を, $l=1, 2$ および 6 (hr) の場合について示したものである。ただし, $l=1$ の場合は, (29) 式から明らかなように, y_l の分布は両地点で一致し, また $l=2, 6$ の場合は異なるが, その差はわずかである。この場合, 平均化によって, η_l の分布は左へ偏り, その偏り方の程度は l が大きくなるにつれて小さくなっている。このことは, この

Table 2. Statistical values of 12-hour-rainfalls observed at Kyoto (KY) and generated by the several types of operations to Kyoto's. Bar means average, and S is standard deviation. ρ is cross-correlation with Kyoto's.

Type	12-Hour-Rainfall R (mm)			Hourly Rainfalls r (mm)			Distribution Rate z		
	$\bar{R}$	S_R	ρ_R	$\bar{r}$	S_r	ρ_r	$\bar{z}$	S_z	ρ_z
(KY)	35.0	25.2	—	2.91	4.01	—	0.0833	0.0799	—
O1	35.0	25.2	1.000	2.91	4.01	0.231	0.0833	0.0799	-0.075
O2	35.0	25.2	-0.528	2.91	4.01	-0.135	0.0833	0.0799	0.028
O3	35.0	25.2	-0.528	2.91	4.01	-0.135	0.0833	0.0799	0.020
T1	35.0	25.2	1.000	2.91	4.01	0.474	0.0833	0.0799	0.286
T2	35.0	25.2	1.000	2.91	4.01	0.268	0.0833	0.0799	-0.028
T3	35.0	25.2	1.000	2.91	4.01	0.146	0.0833	0.0799	-0.161
T4	35.0	25.2	1.000	2.91	4.01	0.120	0.0833	0.0799	-0.221
M1	35.2	27.8	0.933	2.93	4.97	0.812	0.0833	0.0970	0.772
M2	35.1	26.0	0.982	2.92	4.27	0.941	0.0833	0.0838	0.939
M3	46.8	35.2	0.973	3.90	5.85	0.918	0.0833	0.0865	0.904
M4	23.5	19.2	0.907	1.96	3.63	0.748	0.0833	0.1029	0.717
M5	35.2	26.8	0.965	2.93	4.54	0.892	0.0833	0.0882	0.882
M6	35.1	25.8	0.991	2.92	4.16	0.969	0.0833	0.0818	0.969

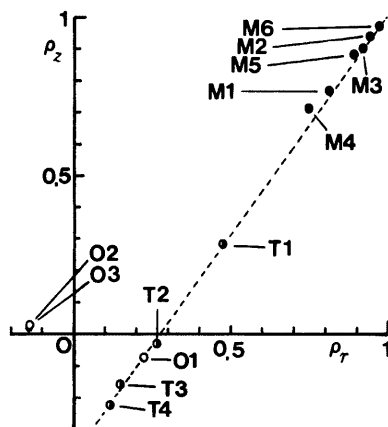


Fig. 11. Relation between ρ_r and ρ_z in Table 2.

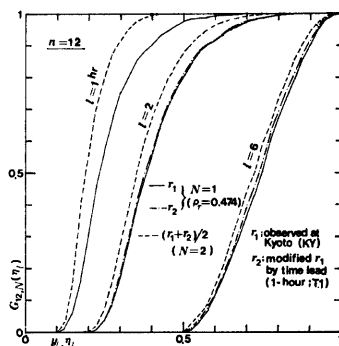


Fig. 12. Examples of variation of accumulated distributions of the maximum distribution rates to any serial l hours in 12-hour-rainfall by areal average.

場合の2地点平均降雨は1地点における1時間移動平均降雨とも見せるので、当然の結果ともいえるが、実際に雨域の移動によってこれに近い降雨分布をすることも十分に考えられ、無意味な結果ではなからう。

つぎに、連続最大配分率の平均値の2地点平均による変化の例として、地点2（仮想）の降雨をO1, T1およびM1としたときのものをFig. 13に示す。細い線が1地点のもので、実線がKY（地点1）およびO1、点線がT1、破線がM1のそれぞれ、 r_l と l の関係、太い線が2地点平均のもので、破線、一点鎖線、二点鎖線がそれぞれKYとO1, T1, M1との平均降雨における r_l と l との関係である。KYとO1の r_l は

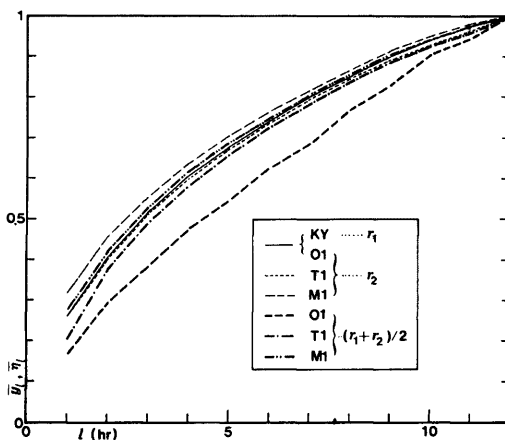


Fig. 13. Examples of variation of expected values of the maximum distribution rates to any serial l hours in 12-hour-rainfall by areal average.

等しく、 η_l はそれよりかなり小さくなっている。KY と T1 の η_l は後者のものがわずかに小さく、 η_l は前両者の差よりも大きな差で後者のものより小さくなっている。ところが、KY と M1 の η_l は、後者のものが大きく、 η_l は KY のものに近いとはいえ、両者の中間にきている。

最後に、2 地点平均の効果が、相関係数の大小によってどのように左右されるか検討するわけであるが、そのためには、2 地点平均の効果を 1 つの量で表現する必要がある。上記の例のように、一般に各地点の η_l は異なるから、その平均値を利用せざるを得ず、ここでは、その量として、次式で定義される C_e (%) を考えることにした。

$$C_e = 100 \eta_l / \{(\eta_{l,1} + \eta_{l,2}) / 2\} \quad (31)$$

ここに、添字 1 および 2 は、地点番号を示す。この C_e は $\rho_r = 1$ の場合は 100 (%) になるはずで、したがって、これが 100 (%) に近いほど 2 地点平均の効果が少ないと見なしてよいと考えられる。

Fig. 14 は、この C_e と Table 2 に示した ρ_r との関係を、 $l=1, 2$, および 6 (hr) の場合についてプロットしたもので、各仮想降雨の type ごとに点線で結んである。なお、同図には、3.1 (3) で求めたランダム配分モデルの $n=12, N=2$ の場合を参考のために、一応 $\rho_r = 0$ のところにプロットしてある。この図から次のことがいえよう。

- 1) ρ_r が正の場合、全般的に見て、 ρ_r が小さいほど 2 地点平均の効果が大きくなる傾向がある。
- 2) 一般に、 l が大きいものほど 2 地点平均の効果が小さく、12 時間降雨の場合、 $l \geq 6$ (hr) なら、 $\rho_r = 0.5$ 程度以上で、その効果はわずかである。
- 3) $\rho_r = 0.8$ 程度以上なら、 l にかかわらず 2 地点平均の効果はごくわずかである。

なお、1) については、 $\rho_r \leq 0$ の部分で、逆の傾向を示しているが、3.1 (2) の (b) で示した相関のある場合の理論解の結果 (20) 式と比べても、また直感的にもおかしいので、次に、この点について少し検討してみる。

まず、O2, O3 の場合であるが、これは先に (2) で述べた資料の並べ方が原因で、2 地点平均降雨が、全体的に強い降雨と全体的に弱い降雨から形成されている場合が多いため、時間分布の形態として、すなわち、雨量配分率の時系列として、もとの強い降雨のものに近くなったものが多く、その結果、2 地点平均の効果

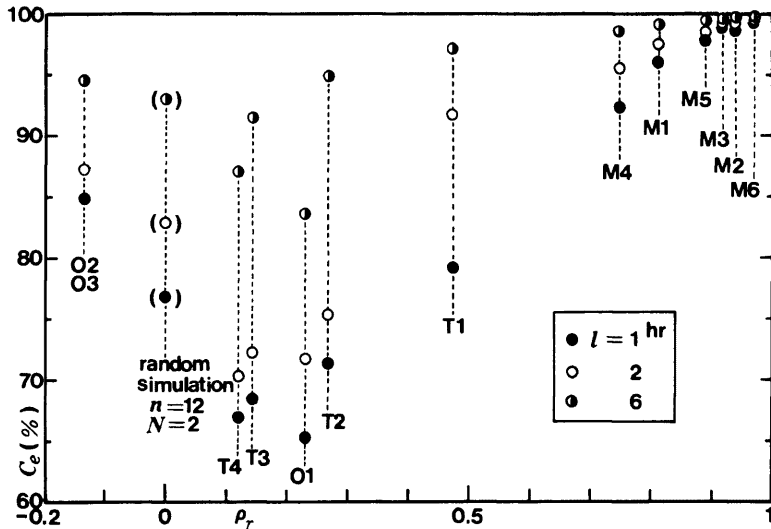


Fig. 14. Relations between the degree of effect by areal average, Eq. (31) and cross-correlation coefficient of hourly rainfalls.

が弱められたものと考えられ、実際にはごく特殊な場合であろう。つぎに、ランダム配分モデルの場合であるが、これは $\rho_r=0$ として得られたもので、もし ρ_r と ρ_r が Fig. 11 に示した直線関係にあるものとするれば、 $\rho_r=0.3$ に相当することになり、1) の傾向に当てはまることになる。しかし、その直線関係の普遍性はいまのところ保証されていないので、上記のことは、確言できない。いずれにしろ、 ρ_r と C_e とには一義的な関係はなく、ことに ρ_r が 0 に近いほどばらつきが大きくなるようであり、ここに示したようなわずかの例から結論を下すことは早計であろう。また、実際の観点からいえば、2.3 (1) に示したように、長期にわたる毎時雨量の相関係数は同一流域内の地点間では負になることは稀であり、またそれが 0 に近いような場合は、面積平均的降雨を入力として流出解析すること自体に問題が生じるので、 ρ_r が小さい場合について敢えて議論する必要はないかもしれない。

4. あとがき

以上、本研究では、降雨の時間分布の統計的特性を雨量配分率の確率分布特性として捉える立場から従来行ってきた地点降雨についての成果の適用範囲を広げるための基礎的知識を得ることを目的として、応用上とくに有用な連続最大配分率に注目し、簡単のため地点降雨の算術平均とした面積平均的降雨の時間分布における連続最大配分率の分布特性が地点降雨のそれと、平均化する地点数および降雨の地域分布の不均一性の統計的構造の指標となる毎時雨量の地点間の相関係数との関連において、どのようにまたどの程度異なるかを、問題の複雑さと近接多地点の同時毎時雨量資料数の不足のため、前者については主に地点間の相関なしとして従来と同じ単純な数学モデル（ランダム配分モデル）によって、そして後者については京都地点の 800 ケースの 12 時間降雨の毎時雨量記録とそれに相関をもつように発生させた仮想地点の仮想降雨との 2 地点平均降雨の解析を通して、それぞれ検討してみた。主な結果を列挙すると以下のようである。

まず、ランダム配分モデルによって、主に地点間の相関なしとして、平均化する地点数との関連において

検討した結果は、

- 1) 連続最大配分率の確率密度関数の形は、特殊な場合（期間分割数 2）を除いて、地点数が増すにつれてシャープになるとともに対称形に近づく。
- 2) 平均値、中央値および変動係数は、地点数が増すにつれて減少し、その極限の値は前 2 者は時間分布が一様な場合の値、後者はゼロとなり、いずれも 2 地点平均でその減少率が一番大きく、地点数が増すにつれてそれは徐々に小さくなる。

つぎに、京都地点と仮想地点との 2 地点平均 12 時間降雨の解析によって、主に毎時雨量の相関係数との関連において検討した結果は、

- 3) 毎時雨量の相関係数が正の場合、それが小さいほど 2 地点平均の効果は大きくなる傾向があるが、一義的ではない。
- 4) 連続時間が長い連続最大配分率ほど 2 地点平均の効果は小さく現われ、12 時間降雨の場合、それが 6 時間程度以上なら相関係数が 0.5 程度でも、その効果はわずかである。
- 5) 相関係数が 0.8 程度以上なら、連続時間にかかわらず 2 地点平均の効果はごくわずかである。

以上のような結果を得たわけであるが、ことに 4) および 5) の結果は、2) の 2 地点平均で大勢が決するという結果と考え合わせると、上流のダム流域のように比較的小さい流域（数十～数百 km^2 ）なら、毎時雨量の相関係数は 0.5 程度以上であることが多いため、地点降雨のものをそのまま応用しても、安全側になり過ぎることはほとんどないこと、また、さらに大きな流域でも毎時雨量の相関構造によっては、地点降雨のものを適用できる可能性があること等を示唆している重要である。ただし、その場合、どの地点のものをを用いるかということが問題になるが、昨年度の研究⁹⁾において淀川水系内の互いに十数 km 以上離れた 6 地点において連続最大配分率の統計的特性を検討した限りでは、それらに大きな差がなかったこと、そして、現在のところ 1 地点についてもこのような統計解析にとって十分な数の毎時雨量資料がないことを考え合わせると、流域内のすべての観測点の資料をひとまとめにして解析する方が別の意味での面積平均化が行われるのでむしろ良く、そのような問題も起らない。なお、降雨の時間分布の統計的特性は、降雨原因によってかなり異なるはずであり、また、地点間の相関構造もそれによって異なるであろう。これらの差を明らかにすることは、資料解析的にかなり困難な問題を含んでいるが、今後の重要な課題の 1 つとしたい。

最後に、本研究は、科学研究費補助金（一般研究 (D)）を受け、また、シミュレーションおよび各種解析計算には京都大学大型計算機センターが利用されたことを記し、それぞれ謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 石原安雄・友杉邦雄：降雨の時間配分に関する確率論的考察，京都大学防災研究所年報，第 14 号 B, 1971, pp. 87-102.
- 2) 石原安雄・友杉邦雄：雨量の時間配分に関する統計則の研究，土木学会第 26 回年次学術講演会講演概要集，第 2 部，1971, pp. 395-398.
- 3) 石原安雄・友杉邦雄・佐藤 基：連続最大降雨に関する確率論的研究，土木学会第 27 回年次学術講演会講演概要集，第 2 部，1972, pp. 321-324.
- 4) 石原安雄・友杉邦雄：雨量の確率分布より最大流量の確率分布を推定する方法について，土木学会第 28 回年次学術講演会講演概要集，第 2 部，1973, pp. 120-121.
- 5) 石原安雄・友杉邦雄：ダムの治水操作に関する研究——降雨量が予測される場合——，京都大学防災研究所年報，第 17 号 B, 1974, pp. 479-491.
- 6) 友杉邦雄：降雨の時間分布の統計的構造に関する研究——雨量配分率の分布特性——，京都大学防災研究所年報，第 20 号 B-2, 1977, pp. 101-118.
- 7) たとえば，川畑幸夫：水文気象学，応用気象学大系第 1 巻，地人書館，1967, pp. 57-80.