

地殻の伸びと傾斜の長期変動の観測とその騒乱源の推定

小 沢 泉 夫

OBSERVATIONS OF THE CRUSTAL EXTENSION AND THE TILT FOR LONG PERIOD, AND ESTIMATION OF THE DISTURBING SOURCE

By *Izuo OZAWA*

Synopsis

The observations of the crustal movements have been performed with three components of the extensometer and two components of the horizontal pendulum type tiltmeter in the Osakayama tunnel. The main tilt, its azimuth, the radial extension in the azimuth and the vertical extension for recent eight years are analysed.

Then, the present author risks to estimate the disturbing source in the crust and the magnitude of the earthquake which is around the observatory in near future.

1. は じ め に

地殻変動の連続観測から地殻の中の騒乱源を求めるのには、できるだけ密に観測点を設けて、多くの観測成分からの結果を導き出すのが確実な方法であることは云うまでもない。しかし、沢山の観測点を密に設けることは至難のわざであるので、次善の方法として、一つの観測点でできる一つの方法を試みることにした。逢坂山トンネルで長い間、水平振り型傾斜計、水平成分伸縮計 3 成分、垂直成分伸縮計による観測を行った。これらの長期変動と、地殻内部に騒乱源を仮定して求められる地表の弾性変形とを比較して、騒乱源の位置とこれから予期される地震のマグニチュードを推定した。

2. 観測値解析の基礎

地震が起らずに断層などが活動して、地殻が塑性変形を起すことは確かにある。地震発生の弾性エネルギーの蓄積を考えると、地震の発生の前は、まず簡単に球状の騒乱源と想定することが適当であろう。また、それが解析の順序であろう。

いま、地殻を等方、均質の半無限遠弾性体と仮定し、その境界平面は直角坐標 x, y, z で $z=0$ とする。 z 軸は無限遠体内部に向けられており、騒乱球の中心の坐標は $(0, 0, d)$ にあるとする。

これに相等する解は例えば F. Mindlin et al.¹⁾ によって与えられている。Mindlin は center of dilatation と称し、3 つの互に直交する等しい、単位の大きさの double force で与え、そのときの Galerkin ベクトル $\mathbf{F}$ は次の 3 通りの表現ができると述べた。すなわち

$$\left. \begin{aligned} i[\log(R_1+x)+(1-4\nu)\log(R_2+x)] + k\frac{2z}{R_2}, \\ j[\log(R_1+y)+(1-4\nu)\log(R_2+y)] + k\frac{2z}{R_2}, \\ k\left[\log(R_1+z-d)+(1-4\nu)\log(R_2+z+d)+\frac{2z}{R_2}\right]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

こゝに i, j, k はそれぞれ x, y, z 方向の単位ベクトル, R_1, R_2 はそれぞれ dilatation の中心およびその地表平面の鏡像から観測点までの距離で

$$R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-d)^2}, \quad R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+d)^2}, \quad \dots\dots\dots(3)$$

である。また、式(1)の Galerkin ベクトル $\mathbf{F}$ と変位ベクトル $\mathbf{u}$ との間にはこの場合次の関係がある。

$$2G\mathbf{u} = 2(1-\nu)\nabla^2\mathbf{F} - \nabla\nabla\cdot\mathbf{F}. \quad \dots\dots\dots(4)$$

こゝに、 G は剛性率, ν はポアソン比, $\nabla, \nabla\cdot, \nabla^2$ はそれぞれ勾配, 発散, ラプラス演算子である。

変位の成分 u, v, w は式(1)のいずれを使っても次のように求められる。

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2G} \left\{ \frac{x}{R_1^3} + \frac{(3-4\nu)x}{R_2^3} - \frac{6z(z+d)x}{R_2^5} \right\}, \\ v &= \frac{1}{2G} \left\{ \frac{y}{R_1^3} + \frac{(3-4\nu)y}{R_2^3} - \frac{6z(z+d)y}{R_2^5} \right\}, \\ w &= \frac{1}{2G} \left\{ \frac{z-d}{R_1^3} - \frac{(3-4\nu)(z+d)-2z}{R_2^3} - \frac{6z(z+d)^2}{R_2^5} \right\}. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(5)$$

いま、騒乱源を半径 a の球で、その球面における単位当りの外向きの圧力を p とすると、center of dilatation の強さ C は $pa^3/2$ であって、(5)の各式は $pa^3/2$ の大きさになる。いま直角座標 x, y, z と同じ原点で同じ z 軸を持つ円柱座標で $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\nu = 1/4$ とし、半径方向のひずみを e_r , 方位角方向のひずみを e_θ , z 軸方向のひずみを e_z , 原点から見た傾斜を t とすると

$$\begin{aligned} e_r &= \frac{C}{2G} \left\{ \frac{3}{(r^2+d^2)^{3/2}} - \frac{9r^2}{(r^2+d^2)^{5/2}} \right\} = \frac{3C}{2Gd^3} \left\{ \frac{1}{(Q^2+1)^{3/2}} - \frac{3Q^2}{(Q^2+1)^{5/2}} \right\}, \\ e_\theta &= \frac{C}{2G} \left\{ \frac{3}{(r^2+d^2)^{3/2}} \right\} = \frac{C}{2Gd^3} \frac{3}{(Q^2+1)^{3/2}}, \\ e_z &= \frac{C}{2G} \left\{ \frac{1}{(r^2+d^2)^{3/2}} - \frac{3d^2}{(r^2+d^2)^{5/2}} \right\} = \frac{C}{2Gd^3} \left\{ \frac{1}{(Q^2+1)^{3/2}} - \frac{3}{(Q^2+1)^{5/2}} \right\}, \\ t &= -\frac{C}{2G} \frac{9dr}{(r^2+d^2)^{5/2}} = \frac{C}{2Gd^3} \left\{ -\frac{9Q}{(1+Q^2)^{5/2}} \right\}, \\ Q &\equiv \frac{r}{d}, \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(6)$$

となる。いま、

$$\begin{aligned} [R] &\equiv \frac{3}{e_{r0}} \left\{ \frac{1}{(Q^2+1)^{3/2}} - \frac{3Q^2}{(Q^2+1)^{5/2}} \right\}, \\ [\theta] &\equiv \frac{1}{e_{\theta 0}} \left\{ \frac{3}{(Q^2+1)^{3/2}} \right\}, \\ [Z] &\equiv \frac{1}{e_{z0}} \left\{ \frac{1}{(Q^2+1)^{3/2}} - \frac{3}{(Q^2+1)^{5/2}} \right\}, \\ [T] &\equiv \frac{1}{t_0} \left\{ -\frac{9Q}{(Q^2+1)^{5/2}} \right\}, \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(7)$$

と定義すると、これらの量の間には、 $e_{r0}=e_r, e_{\theta 0}=e_\theta, e_{z0}=e_z, t_0=t$ のときは

$$[R]=[\theta]=[Z]=[T] = \frac{2Gd^3}{C}. \quad \dots\dots\dots(8)$$

の関係がある。こゝに $e_{r0}, e_{\theta 0}, e_{z0}, t_0$ はそれぞれ e_r, e_θ, e_z, t の観測値である。いま、全く正確な観測値が求められたとき Q に対する $[R], [\theta], [Z], [T]$ のグラフを書くとこれらの曲線は一点で交わり、その交点の $Q, [R], [\theta], [Z], [T]$ の値は騒乱球の方向の伏角を与え、また $2Gd^3/C$ を与える。観測値が小さい誤差を含むときは、これらの曲線はある Q の値で互に接近し、時には四角形、三角形などを作る。しかし、このような騒乱球が実在しなかったり、それが一つでないときは、共通の Q の値で交わったり接近すること

Table 1. Relations between these signs of e_z , e_r , e_θ and t , and the character of the disturbing sphere.

e_z	e_r	e_θ	t	Type	Q
+	-	-	+	Compression	$\sqrt{2} \geq Q \geq 1/\sqrt{2}$
+	-	+	-	Expansion	$Q \geq \sqrt{2}$
-	+	-	+	Compression	$Q \geq \sqrt{2}$
-	-	+	-	Expansion	$\sqrt{2} \geq Q \geq 1/\sqrt{2}$

はない。

式(6)の諸量の相互の符号の間には **Table I** のような関係がある。すなわち、垂直ひずみ e_z 、騒乱源方向の伸び e_r 、水平でこれと直交するひずみ e_θ 、騒乱源から見た傾斜 t の間の符号の組合せは、単なる数学的組合せは18組であるけれども、 e_θ と t の関係は常に異符号であることなどを考慮すると、結局 **Table I** の4組だけとなる。

3. 観 測

連続観測をしている所は旧東海道線逢坂山トンネル²⁾の中で、並行する2本のトンネルとそれを連絡する坑道とを利用して、S 38° W 方向、S 52° E 方向、N 方向の3つの水平方向の伸びと、床より下に掘った井戸を利用した垂直方向の伸びを伸縮計で、また、水平振り型傾斜計で W 7° S 方向と N 7° W 方向の傾斜観測を行った。

これらの観測による1973年1月1日から1981年1月1日までの変化量から

S 38° W 方向の伸び： -12.01×10^{-6} ，
 S 52° E 方向の伸び： 18.86×10^{-6} ，
 N 方向の伸び： -25.19×10^{-6} ，
 垂直方向の伸び： -12.26×10^{-6} ，
 W 7° S 方向の正傾斜： $-6''.66$ ，
 N 7° W 方向の正傾斜： $-10''.69$ 。

これから、

主傾斜方向： E 66.5° S.

観測点からみた

主傾斜方向の正傾斜： $15''.68 (= 7.60 \times 10^{-5})$ ，

主傾斜方向の水平伸び： 25.12×10^{-6} ，

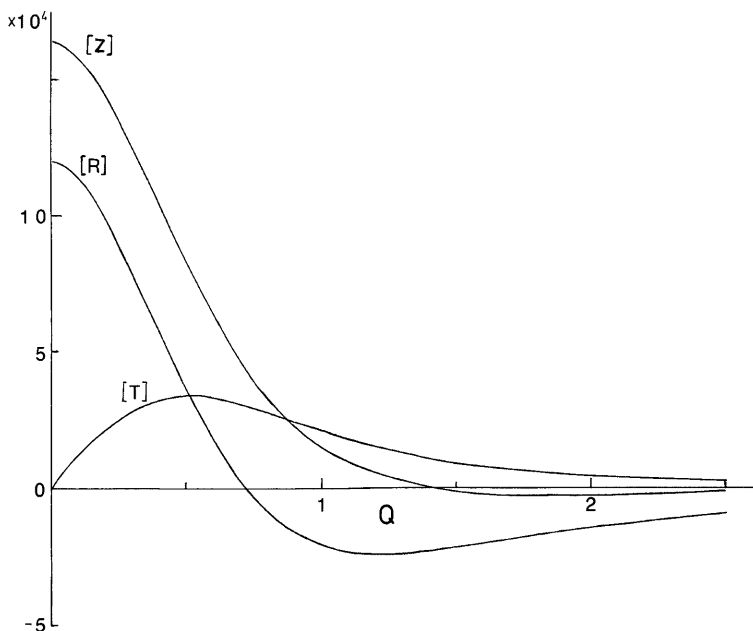
と求められる。これをすべて地殻の地方的変動と見做すことには少し過大ではないかといふ懸念があったけれども次章に述べる解析を試みた。

4. 解 析

式(7)で述べた $[Z]$, $[R]$, $[T]$ を求めて、その曲線を **Fig. 1** に示すと、この3つの曲線は $Q \sim 0.7$ 付近で互に最も接近し、その点の縦軸の値 $2Ga^3/C$ は 3.4×10^4 である。

このことから **Table I** を参照して、E 66.5° S 方向に膨脹型の騒乱球を仮定することができ、その球の中心は伏角の正切が0.7である方向にあると云える。

また、 $2Ga^3/C \sim 3.4 \times 10^4$ であることから、関与する部分の剛性率 G を $\sim 10^{11}$ c.g.s.、地震の際の応力降下を p と見做し、100バー ($= 10^8$ ダイン/cm²) と仮定すると

Fig. 1. Curves of $[R]$, $[Z]$ and $[T]$ vs. Q in the center of dilatation.

$$\frac{2Gd^3}{C} = \frac{4G}{\rho} \left(\frac{d}{a} \right)^3 = 3.4 \times 10^4,$$

より

$$\frac{d}{a} = 2.04.$$

いま騒乱球の中心の深さを 5 km と仮定すると、観測点から騒乱球の中心までの水平距離は約 3.5 km, また $a = 2.45$ km.

いま、破壊領域の半径 r_0 とその地震のマグニチュード M との関係³⁾ を

$$\log r_0 = 0.45 M + 3.00$$

とすると、 $a \approx r_0$ と考えて、 $a = 2.45$ km に対応する M の値は

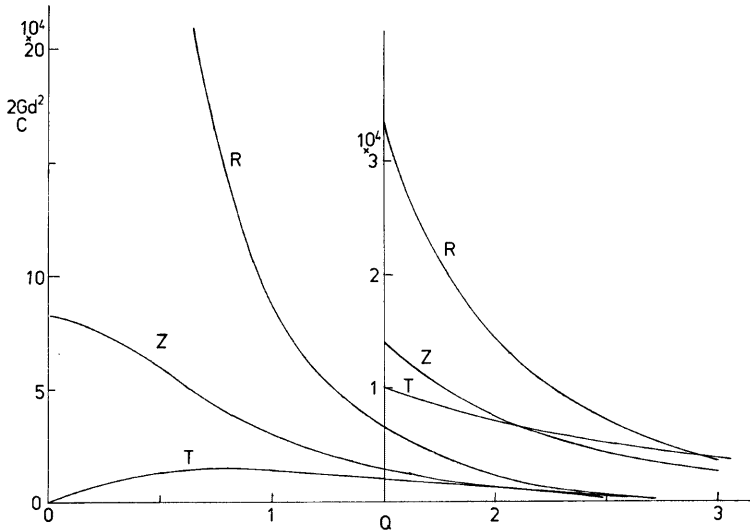
$$M = 5.3,$$

と求められる。すなわち、8年間の変動量のすべてが地震エネルギーとして使われると仮定すると、その地震のマグニチュードは 5.3 と計算される。この評価に対しては、地震の際の応力降下の上限は約 100 バールであること、観測されたひずみのすべてが完全弾性的なものでないこと、ひずみの蓄積はもっと長い期間にわたっているであろうこと、等を含める必要がある。

次に、深さ d の所から ∞ の所まで垂直な線状膨張源がある場合の Galerkin ベクトルは

$$\begin{aligned} k\{R_1 - (s-d) \log(R_1 + s-d) + (1-4\nu)[(s+d) \log(R_2 + s+d) - R_2] \\ + 2s \log(R_2 + s+d)\}, \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(8)$$

である。これから地表面におけるひずみ、傾斜は $\nu = 1/4$ の場合

Fig. 2. Curves of $[R]$, $[Z]$ and $[T]$ vs. Q in the vertical line of dilatation.

$$(e_r)_{z=0} = \frac{C_1}{2Gd^2} \left\{ \frac{3 - (Q^2 + 1)^{1/2}}{(Q^2 + 1)^{1/2} Q^2} + \frac{2(Q^2 + 1)^{3/2} - 9Q^2 - 6}{(Q^2 + 1)^{3/2} Q^2} \right\},$$

$$(e_z)_{z=0} = \frac{C_1}{2Gd^2} \left\{ \frac{1}{(Q^2 + 1)^{3/2}} \right\},$$

$$(r)_{z=0} = \frac{C_1}{2Gd^2} \left\{ \frac{-3Q}{(Q^2 + 1)^{3/2}} \right\}, \quad \dots\dots\dots(9)$$

となり、式(7)の R , Z , T に相当するものを計算するとその曲線は **Fig. 2** のようになる。この図では3つの曲線の集中する所は、 $Q=2.5$, $2Gd^2/C_1=5 \times 10^3$ となり、 $C_1=\rho a_1$, a_1 はこの線状源の半径と考えると、 $d/a_1=1.58$, 同様にして、 $d \sim 5$ km とおくと、 $a_1=3.16$ km となり、この大ききの震源をもつ地震の M は 5.6 と求められる。なお、これらに関する詳細は次の機会に述べたい。

終りに、この観測に使用した装置の多くは、地球物理教室の工作室で製作してもらった。また、逢坂山トンネルで観測を始めた頃、故佐々憲三博士、故西村英一博士よりいろいろとお尋ね頂いた。また、この解析では引用できなかったけれども山川宜男⁴⁾、山崎謙介⁵⁾ 両氏の論文によって啓蒙される所が大きかった。こゝに合せて御礼申し上げます。

文 献

- 1) Mindlin, R. D. and D. H. Cheng: Nuclei of strain in the semi-infinite solid, Jour. Appl. Phys. Vol. 21, 1950, pp. 926-930.
- 2) 小沢泉夫, 逢坂山トンネルにおける地殻変動の観測, 地震, 第2輯, 第27巻, 1974, pp. 313-320.
- 3) Ozawa, I.: Observation of abrupt changes of crustal strain during earthquakes, Special Contributions of the Geophysical Institute, Kyoto University, No. 10, 1970, pp. 127-136.
- 4) 山川宜男, 内部力源による半無限弾性体の変化について, 地震, 第2輯, 第8巻, 1955, pp. 84-98.
- 5) Yamazaki, K.: Theory of crustal deformation due to dilatancy and quantitative evaluation of earthquake precursors, The Science Reports of Tôhoku University ser. 5, Geophysics, vol. 25, 1978, pp. 115-167.