

不確定値含む情報表における 区間ラフメンバシップ値を用いた可変精度ラフ集合モデル

大阪大学大学院基礎工学研究科 楠木 祥文 (Yoshifumi Kusunoki)

大阪大学大学院基礎工学研究科 乾口 雅弘 (Masahiro Inuiguchi)

Graduate School of Engineering Science, Osaka University

1 はじめに

ラフ集合理論 [4] は識別不能性に起因する集合の矛盾を取り扱うことのできる理論であり, ラフ集合理論によるデータ解析手法は, データマイニング, 機械学習, 意思決定, 感性工学などの様々な分野に適用できる. ラフ集合理論で扱われるデータは情報表で表現されることが多い. 情報表はいくつかの属性値によって特徴付けられた対象の集合で構成される. 同じ属性値で記述されている対象は互いに識別できない. この識別不能関係は同値関係であり, 対象集合を基本集合とよばれる同値類に分割する. このとき, 基本集合による分割が対象部分集合による分類と矛盾する場合がある. ラフ集合理論では, その対象部分集合を二つの対象集合で近似することでその矛盾を取り扱う.

従来, 情報表の属性値は明確に記述されていることを仮定している. しかし, 現実にはある属性値が不確定な場合がある. 不確定値を含む情報表では従来の識別不能関係が定義できず矛盾を取り扱うことができない. そのため, 不確定値やその特殊ケースである欠損値を含む情報表に適応した様々なラフ集合モデルが提案されている [1, 3, 6]. 不確定値を含む情報表における従来のラフ集合モデルは大きく分けると, 識別不能関係を類似関係に拡張するアプローチ [1, 6] と基本集合を拡張するアプローチ [3] に分けられる. それに対して, 著者らは可変精度ラフ集合モデル [7] を欠損値を含む情報表に拡張することによって新たなラフ集合モデルを提案した [2]. 可変精度ラフ集合では, 対象集合に対する帰属度を表すラフメンバシップ値を用いて分類の誤りを許容することができる. 本稿では, そのラフ集合モデルを不確定値を含む情報表に適用する. 属性値の不確定性のためラフメンバシップ値は様々な値を取りうるが, 提案するラフ集合モデルはそれらの値の最大値と最小値を用いて定義される. 提案するラフ集合モデルの性質を調べるとともに, それが完全な情報表に対する可変精度ラフ集合モデルだけではなく, 不確定値を含む情報表に対する類似関係に基づくラフ集合モデルの一般化になっていることを示す.

2 情報表とラフ集合モデル

2.1 情報表

ラフ集合理論では, データは情報表で与えられることが多い. 不確定値を含まない従来の情報表は $\mathcal{T} = \langle U, AT, V, f \rangle$ で定義される. U は有限な対象の集合であり, AT は有限な属性の集合, V は有限な属性値の集合, $f : U \times AT \rightarrow V$ は情報関数である. ここで, $a \in AT$ のとき, V_a を a の属性値の集合とする. つまり, $x \in U$ に対して, $f(x, a) \in V_a$ と

なる。これに対して、不確定値を含む情報表では、情報関数 F の値域が属性値の冪集合、つまり、 $F: U \times AT \rightarrow 2^V$ となる。それにより $F(x, a) \subseteq V_a$ となる。 $x \in U, a \in AT$ に対して、 $|F(x, a)| = 1$ のとき、 a に関する x の値は確定しているとよび、それ以外るとき、不確定であるとよぶ。また、情報表のすべての属性値が確定しているとき、その情報表を完全とよぶ。

不確定値を含む情報表 T が与えられたとき、すべての $x \in U, a \in AT$ に対して、 $F(x, a)$ の任意の要素を a に関する x の値に割り当てる。そのようにして構成された完全な情報表 T' を T の完備化とよぶ。そして、 $COMP(T)$ を T のすべての可能な完備化の集合とする。

2.2 ラフ集合モデル

完全な情報表におけるラフ集合では、対象間の識別不能関係に起因する集合の矛盾を取り扱うことができる。属性集合 $A \subseteq AT$ に対して、識別不能関係は次のように定義される。

$$R_A = \{(x, y) \in U \times U \mid \forall x \in A, f(x, a) = f(y, a)\} \quad (1)$$

識別不能関係は反射性、対称性、推移性を満たす。識別不能関係から対象 $x \in U$ と識別できない対象の集合 $R_A(x) = \{y \in U \mid y R_A x\}$ が定義される。与えられた $X \subseteq U$ に対して、 $R(x)$ の対象が X に含まれるならば、 $x \in X$ は確実であるが、 $R(x)$ が X と $U - X$ の両方に共通部分をもつならば、 $x \in X$ の可能性はあるが確実ではない。この考えに基づいて X の上下近似が定義される。

$$\bar{R}(X) = \{x \in U \mid R_A(x) \cap X \neq \emptyset\} \quad (2)$$

$$\underline{R}(X) = \{x \in U \mid R_A(x) \subseteq X\} \quad (3)$$

上近似 $\bar{R}(X)$ は X に分類される可能性のある対象の集合であり、下近似 $\underline{R}(X)$ は X に確実に分類される対象の集合である。 $\underline{R}(X) \subset \bar{R}(X)$ のとき、 X はラフであるといい、そうでなければクリスプであるという。上下近似は正領域 POS_A 、境界領域 BND_A 、負領域 NEG_A で表現することもできる。

$$POS_A(X) = \underline{A}(X) \quad (4)$$

$$BND_A(X) = \bar{A}(X) - \underline{A}(X) \quad (5)$$

$$NEG_A(X) = U - \bar{A}(X) \quad (6)$$

本研究では、上下近似のペア、または、正領域、負領域、境界領域の組をラフ集合モデルとよぶ。

2.3 不確定値を含む情報表に対するラフ集合モデル

完全な情報表では、識別不能関係 R_A に基づいてラフ集合が定義された。しかし、不確定値またはその特殊ケースである欠損値を含む情報表の場合、完全な情報表と同じよう

に R_A を定義することはできない。そのため、不確定値または欠損値を含む情報表に対してラフ集合の様々な拡張が提案されている [1, 3, 6]。本節では、本研究に関連する二つの拡張を導入する。

2.3.1 Kryszkiewicz のラフ集合モデル

Kryszkiewicz[1] は欠損値を含む情報表に対するラフ集合モデルを提案している。欠損値は失われた値、つまり、本当の値は存在するが利用できないと仮定される。この仮定に基づき、識別不能関係は非推移類似関係に拡張され、同じ属性値をもつ可能性のある対象同士が類似していると定められる。非推移類似関係は不確定値の場合に対して容易に拡張でき、 $A \subseteq AT$ に対して、次のように定義される。

$$T_A = \{(x, y) \in U \times U \mid \forall a \in A, F(x, a) \cap F(y, a) \neq \emptyset\} \quad (7)$$

T_A は反射性と対称性を満たす。 $T_A(x) = \{y \in U \mid (y, x) \in T_A\}$ と定義すると、従来と同じように上下近似を定義できる。

$$\overline{T}(X) = \{x \in U \mid T_A(x) \cap X \neq \emptyset\} \quad (8)$$

$$\underline{T}(X) = \{x \in U \mid T_A(x) \subseteq X\} \quad (9)$$

2.3.2 Stefanowski と Tsoukàs のラフ集合モデル

Stefanowski と Tsoukàs[6] も欠損値を含む情報表に対するラフ集合モデルを提案している。欠損値は存在しない値、つまり、特定の対象には当てはまらない属性の値であると仮定される。この仮定に基づき、非対称類似関係が定義される。非対称類似関係では、対象 y の属性値が対象 x のものより限定されているとき x は y に類似していると定められる。非対象類似関係も不確定値の場合に対して容易に拡張でき、 $A \subseteq AT$ に対して、次のように定義される。

$$S_A = \{(x, y) \in U \times U \mid \forall a \in A, F(x, a) \supseteq F(y, a)\} \quad (10)$$

S_A は反射性と推移性を満たす。 $S_A(x) = \{y \in U \mid (x, y) \in S_A\}$ と定義すると、従来と同じように上下近似を定義できる。

$$\overline{S}(X) = \{x \in U \mid S_A(x) \cap X \neq \emptyset\} \quad (11)$$

$$\underline{S}(X) = \{x \in U \mid S_A(x) \subseteq X\} \quad (12)$$

3 可変精度ラフ集合モデル

本研究では、不確定値を含む情報表における可変精度ラフ集合を提案する。本節では、はじめに、完全な情報表における Ziarko の可変精度ラフ集合 [7] を導入する。そして、それを不確定な情報表に拡張する。さらに、その性質を調べる。

3.1 完全な情報表に対する可変精度ラフ集合モデル

現実データでは、属性の不足やノイズのため、ラフ集合モデルの境界領域が大きくなり、古典的なラフ集合では確実な結論が得難くなることがある。この欠点を克服するために、Ziarko [7] は可変精度ラフ集合モデルを提案した。可変精度ラフ集合モデルでは、対象 x の対象集合 X に対する帰属度 (ラフメンバシップ値) を導入することにより、分類の誤りを許容する。属性集合 $A \subseteq AT$ において、ラフメンバシップ値は次のように定義される。

$$\mu_X^A(x) = \frac{|R_A(x) \cap X|}{|R_A(x)|} \quad (13)$$

$\mu_X^A(x)$ は $y \in R_A(x)$ における $y \in X$ の条件付き確率であるとも解釈できる。 $\beta \in [0, 0.5]$ を許容誤差とすると、 X の正領域、境界領域、負領域は次のようにそれぞれ定義される。

$$\begin{aligned} POS_A^\beta(X) &= \{x \in U \mid \mu_X^A(x) \geq 1 - \beta\} \\ BND_A^\beta(X) &= \{x \in U \mid \mu_X^A(x) \in (\beta, 1 - \beta)\} \\ NEG_A^\beta(X) &= \{x \in U \mid \mu_X^A(x) \leq \beta\} \end{aligned}$$

$\beta = 0$ のとき、明らかに $POS_A^0(X)$, $BND_A^0(X)$, $NEG_A^0(X)$ は $POS_A(X)$, $BND_A(X)$, $NEG_A(X)$ にそれぞれ帰着する。

3.2 不確定値を含む情報表に対する可変精度ラフ集合モデル

可変精度ラフ集合の概念を不確定値を含む情報表 $T = \langle U, AT, V, F \rangle$ に適用する。 T の完備化 $T' = \langle U, AT, V, f_{T'} \rangle \in COMP(T)$ が与えられたとき、属性集合 $A \subseteq AT$ に関する対象 $x \in U$ の属性値を満たす対象集合 $\hat{R}_A^{T'}(x)$ が次のように定義される。

$$\hat{R}_A^{T'}(x) = \{y \in U \mid \forall a \in A, f_{T'}(y, a) \in F(x, a)\} \quad (14)$$

条件付き確率の解釈に基づくと、 T' における x のラフメンバシップ値は $\frac{|\hat{R}_A^{T'}(x) \cap X|}{|\hat{R}_A^{T'}(x)|}$ となる。 T' によってその値は変化するため、その最大値と最小値を用いてラフ集合モデルを定義する。それらの値は次の上下限ラフメンバシップ関数によって与えられる。

定義 3.1 不確定値を含む情報表を $T = \langle U, AT, V, F \rangle$ 、その完備化集合を $COMP(T)$ とする。属性集合 $A \subseteq AT$ と対象集合 $X \subseteq U$ に対して、上下限ラフメンバシップ関数を各対象 $x \in U$ のラフメンバシップ値の最大値と最小値で定義する。

$$\bar{\mu}_X^A(x) = \max_{T' \in COMP(T)} \frac{|\hat{R}_A^{T'}(x) \cap X|}{|\hat{R}_A^{T'}(x)|} \quad (15)$$

$$\underline{\mu}_X^A(x) = \min_{T' \in COMP(T)} \frac{|\hat{R}_A^{T'}(x) \cap X|}{|\hat{R}_A^{T'}(x)|} \quad (16)$$

上下限ラフメンバシップ関数は、類似関係 T と S を用いて表現できる。

定理 3.1 $x \in U$, $X \subseteq U$, $A \subseteq AT$ に対して, 次が成立する.

$$\bar{\mu}_X^A(x) = \frac{|T_A(x) \cap X|}{|T_A(x) \cap X| + |S_A(x) \cap (U - X)|} \quad (17)$$

$$\underline{\mu}_X^A(x) = \frac{|S_A(x) \cap X|}{|S_A(x) \cap X| + |T_A(x) \cap (U - X)|} \quad (18)$$

$\bar{\mu}_X^A$ と $\underline{\mu}_X^A$ は次の性質を満たす.

命題 3.1

1. $\underline{\mu}_\emptyset^A(x) = \bar{\mu}_\emptyset^A(x) = 0$, $\underline{\mu}_U^A(x) = \bar{\mu}_U^A(x) = 1$
2. $X \subseteq Y$ implies $\underline{\mu}_X^A(x) \leq \underline{\mu}_Y^A(x)$, $\bar{\mu}_X^A(x) \leq \bar{\mu}_Y^A(x)$
3. $\underline{\mu}_{X \cap Y}^A(x) \leq \min(\underline{\mu}_X^A(x), \underline{\mu}_Y^A(x))$, $\bar{\mu}_{X \cap Y}^A(x) \leq \min(\bar{\mu}_X^A(x), \bar{\mu}_Y^A(x))$
4. $\underline{\mu}_{X \cup Y}^A(x) \geq \max(\underline{\mu}_X^A(x), \underline{\mu}_Y^A(x))$, $\bar{\mu}_{X \cup Y}^A(x) \geq \max(\bar{\mu}_X^A(x), \bar{\mu}_Y^A(x))$
5. $\underline{\mu}_{U-X}^A(x) = 1 - \bar{\mu}_X^A(x)$, $\bar{\mu}_{U-X}^A(x) = 1 - \underline{\mu}_X^A(x)$
6. $\underline{\mu}_X^A(x) \leq \bar{\mu}_X^A(x)$

また, 上下限ラフメンバシップ関数は, 文献 [5] の *maxacc* と *minacc* の概念にそれぞれ一致する.

完全な情報表に対するラフ集合モデルと同様に許容誤差 $\beta \in [0, 0.5)$ を導入する. しかし, 従来のラフ集合モデルとは異なり, 不確定値を含む情報表ではラフメンバシップ値が確定した値ではなく区間で与えられる. そのため, 対象集合 $X \subseteq U$ の近似がより複雑になり, 図 1 に示す 6 種類の場合分けが考えられる. 図 1-(1) では, x は確実に X の正領域に含まれる. そのような対象の集合を X の確実性正領域とよぶ. 図 1-(2) では, x は確実に X の境界領域に含まれる. そのような対象の集合を X の確実性境界領域とよぶ. 図 1-(3) では, x は確実に X の負領域に含まれる. そのような対象の集合を X の確実性負領域とよぶ. 図 1-(4) では, x は正領域か境界領域のどちらかに含まれる. そのような対象の集合を X の正-境界領域とよぶ. 図 1-(5) では, x は負領域か境界領域のどちらかに含まれる. そのような対象の集合を X の負-境界領域とよぶ. 図 1-(6) では, x はどの領域にも分類されうる. そのような対象の集合を X の不確定領域とよぶ. これらの領域は表 1 にまとめられるとともに, 次のように定義される.

定義 3.2 不確定値を含む情報表を $T = \langle U, AT, V, F \rangle$ とする. 属性集合 $A \subseteq AT$, 許容誤差 $\beta \in [0, 0.5)$ に対して, 対象集合 $X \subseteq U$ の確実性正領域, 確実性境界領域, 確実性負領域, 正-境界領域, 負-境界領域, 不確定領域は次のようにそれぞれ定義される.

- (1) $SP_A^\beta(X) = \{x \in U \mid \underline{\mu}_X^A(x) \geq 1 - \beta\}$
- (2) $SB_A^\beta(X) = \{x \in U \mid \underline{\mu}_X^A(x) > \beta, \bar{\mu}_X^A(x) < 1 - \beta\}$
- (3) $SN_A^\beta(X) = \{x \in U \mid \bar{\mu}_X^A(x) \leq \beta\}$

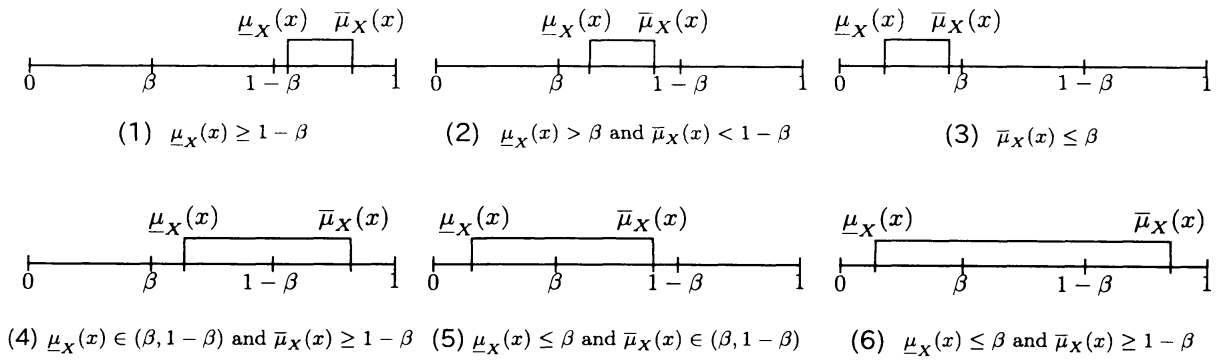


図 1: 区間メンバシップ値の場合分け

表 1: 不確定値をもつ情報表における近似

領域	正領域	境界領域	負領域
(1) 確実性正領域 SP (Surely Positive)	確実	不可能	不可能
(2) 確実性境界領域 SB (Surely Boundary)	不可能	確実	不可能
(3) 確実性負領域 SB (Surely Negative)	不可能	不可能	確実
(4) 正-境界領域 PB (Positive Boundary)	可能	可能	不可能
(5) 負-境界領域 NB (Negative Boundary)	不可能	可能	可能
(6) 不確定領域 UN (UNcertain)	可能	可能	可能

$$(4) PB_A^\beta(X) = \{x \in U \mid \underline{\mu}_X^A(x) \in (\beta, 1 - \beta), \bar{\mu}_X^A(x) \geq 1 - \beta\}$$

$$(5) NB_A^\beta(X) = \{x \in U \mid \underline{\mu}_X^A(x) \leq \beta, \bar{\mu}_X^A(x) \in (\beta, 1 - \beta)\}$$

$$(6) UN_A^\beta(X) = \{x \in U \mid \underline{\mu}_X^A(x) \leq \beta, \bar{\mu}_X^A(x) \geq 1 - \beta\}$$

定義 3.2 で定義された近似領域は次の性質を満たす。

命題 3.2

$$(1) SP_A^\beta(\emptyset) = SB_A^\beta(\emptyset) = PB_A^\beta(\emptyset) = NB_A^\beta(\emptyset) = UN_A^\beta(\emptyset) = \emptyset, SN_A^\beta(\emptyset) = U, \\ SB_A^\beta(U) = SN_A^\beta(U) = PB_A^\beta(U) = NB_A^\beta(U) = UN_A^\beta(U) = \emptyset, SP_A^\beta(U) = U$$

$$(2) X \subseteq Y \text{ implies } SP_A^\beta(X) \subseteq SP_A^\beta(Y), NN_A^\beta(X) \subseteq NN_A^\beta(Y), SN_A^\beta(X) \subseteq SN_A^\beta(Y), \\ NP_A^\beta(X) \subseteq NP_A^\beta(Y)$$

$$(3) SP_A^\beta(X \cap Y) \subseteq SP_A^\beta(X) \cap SP_A^\beta(Y), NN_A^\beta(X \cap Y) \subseteq NN_A^\beta(X) \cap SP_A^\beta(Y), \\ SN_A^\beta(X \cap Y) \supseteq SN_A^\beta(X) \cap SP_A^\beta(Y), NP_A^\beta(X \cap Y) \supseteq NP_A^\beta(X) \cap SP_A^\beta(Y)$$

$$(4) SP_A^\beta(X \cup Y) \supseteq SP_A^\beta(X) \cup SP_A^\beta(Y), NN_A^\beta(X \cup Y) \supseteq NN_A^\beta(X) \cup SP_A^\beta(Y), \\ SN_A^\beta(X \cup Y) \subseteq SN_A^\beta(X) \cup SP_A^\beta(Y), NP_A^\beta(X \cup Y) \subseteq NP_A^\beta(X) \cup SP_A^\beta(Y)$$

表 2: 不確定値を含む情報表の例

U	a_0	a_1	in X ?	$\underline{\mu}_X^{AT}$	$\overline{\mu}_X^{AT}$
x_0	$\{a\}$	$\{A\}$	yes	1.00	1.00
x_1	$\{a, b\}$	$\{A\}$	yes	0.75	1.00
x_2	$\{b\}$	$\{A, B\}$	yes	0.25	1.00
x_3	$\{a, b\}$	$\{A\}$	yes	0.75	1.00
x_4	$\{c\}$	$\{A\}$	yes	0.50	1.00
x_5	$\{b, c\}$	$\{A, B\}$	no	0.29	0.50
x_6	$\{b, c\}$	$\{B\}$	no	0.00	0.25
x_7	$\{b, c\}$	$\{B\}$	no	0.00	0.25
x_8	$\{c\}$	$\{B\}$	no	0.00	0.00
x_9	$\{c\}$	$\{B, C\}$	no	0.00	0.00

$$(5) \quad SP_A^\beta(U - X) = SN_A^\beta(X), \quad SB_A^\beta(U - X) = SB_A^\beta(X), \quad PB_A^\beta(U - X) = NB_A^\beta(X), \\ UN_A^\beta(U - X) = UN_A^\beta(X)$$

$$(6) \quad \beta \leq \beta' \text{ implies } SP_A^\beta(X) \subseteq SP_A^{\beta'}(X), \quad SB_A^\beta(X) \supseteq SB_A^{\beta'}(X), \quad SN_A^\beta(X) \subseteq SN_A^{\beta'}(X), \\ UN_A^\beta(X) \subseteq UN_A^{\beta'}(X)$$

$$(7) \quad UN_A^0(X) = \emptyset$$

命題 3.2 の性質 (1)–(5) は命題 3.1 の性質 (1)–(5) に対応している. 性質 (5) では X と $U - X$ の不確定領域が, 境界領域と同様に一致することが示されている. 性質 (6) では許容誤差 β を大きくすることで不確定領域も大きくなることが示されている. 性質 (7) は $\underline{\mu}_X^A(x) = 0$ と $\overline{\mu}_X^A(x) = 1$ を同時に満たす $x \in U$ が存在しないことから導かれる.

この可変精度ラフ集合モデルは, Kryszkiewicz のラフ集合モデルと Stefanowski と Tsoukiàs のラフ集合モデルの拡張となっている.

定理 3.2 $X \subseteq U$ と $A \subseteq AT$ に対して, 式 (9), (8), (12), (11) でそれぞれ定義された $\underline{T}_A(X)$, $\overline{T}_A(X)$, $\underline{S}_A(X)$, $\overline{S}_A(X)$ は可変精度ラフ集合モデルで次のように表現できる.

$$(a) \quad \underline{T}_A(X) = SP_A^0(X), \quad \overline{T}_A(X) = U - SN_A^0(X)$$

$$(b) \quad \underline{S}_A(X) = SP_A^0(X) \cup PB_A^0(X), \quad \overline{S}_A(X) = U - (SN_A^0(X) \cup NB_A^0(X))$$

例 3.1 表 2 のように情報表 $\mathcal{T} = \langle U, AT, V, F \rangle$ が与えられたとする. 対象は $U = \{x_0, x_1, \dots, x_9\}$ であり, 属性は $AT = \{a_0, a_1\}$ である. 対象集合 $X = \{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4\}$ について考える. 表 2 の最後の二列は X に対する区間ラフメンバシップ値を表している.

許容誤差を $\beta = 0$, つまり, 分類の誤りを全く許容しない場合, X の近似は $SP_{AT}^0(X) = \{x_0\}$, $SB_{AT}^0(X) = \{x_5\}$, $SN_{AT}^0(X) = \{x_8, x_9\}$, $PB_{AT}^0(X) = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, $NB_{AT}^0(X) = \{x_6, x_7\}$, $UN_{AT}^0(X) = \{\}$ となる.

$\beta = 0$ では、分類の誤りを許容しないため、確実性正領域や確実性負領域が小さくなる。そこで、許容誤差を $\beta = 0.25$ にすると、 X の近似は $SP_{AT}^{0.25}(X) = \{x_0, x_1, x_3\}$, $SB_{AT}^{0.25}(X) = \{x_5\}$, $SN_{AT}^{0.25}(X) = \{x_6, x_7, x_8, x_9\}$, $PB_{AT}^{0.25}(X) = \{x_4\}$, $NB_{AT}^{0.25}(X) = \{\}$, $UN_{AT}^{0.25}(X) = \{x_2\}$ となり、確実に分類できる対象の割合が大きくなる。

4 おわりに

本研究では、不確定値を含む情報表に対する可変精度ラフ集合モデルを提案した。このラフ集合は、完全な情報表に対する可変精度ラフ集合モデル [7]、不確定値を含む情報表に対する類似関係に基づくラフ集合モデル [1, 6] の一般化になっている。今後の課題として、提案したラフ集合モデルに基づく属性縮約、決定ルール抽出などのデータ解析手法の開発などがあげられる。

参考文献

- [1] Kryszkiewicz, M.: Rough set approach to incomplete information systems. Inf. Sci. Vol. 112, pp. 39–49, 1998
- [2] 楠木, 乾口: 欠損値を含む情報表に対する可変精度ラフ集合アプローチ, 第 25 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 2009
- [3] Nakata, M., Sakai, H.: Rough sets approximations in data tables containing missing values. IEEE International Conference on Fuzzy Systems, art. no. 4630442, pp. 673–680, 2008
- [4] Pawlak, Z.: Rough sets. Int. J. Inf. Comput. Sci. Vol. 11, No. 5, pp. 341–356, 1982
- [5] Sakai, H., Ishibashi, R., Nakata, M.: Lower and upper approximations of rules in non-deterministic information systems. C.-C. Chen et al. (Eds.) RSCTC 2008, LNAI 5306, Springer-Verlag, Heidelberg, pp. 299–309, 2008
- [6] Stefanowski, J. and Tsoukiàs: Incomplete information tables and rough classification. Comput. Intell. Vol. 17, No. 3, pp. 545–566, 2001
- [7] Ziarko, W.: Variable precision rough set model. J. Comput. Sys. Sci. Vol. 46, pp. 39–59, 1993