

建物の基礎免震，中間層免震および同調型マスダンパによる制振の 統一的理解

Unified Understanding of Base Seismic Isolation, Interstory Seismic Isolation and Tuned Mass Damper for Buildings

池田芳樹

Yoshiki IKEDA

Synopsis

For a building with an interstory seismic isolation system, an inverse problem is formulated based on the pole allocation method in control theories. The structural system is simplified as a 3DOF lumped-mass shear model. The natural frequencies and the corresponding damping ratios in the three vibration modes are set as the initial control target. To achieve this target, the introduced solution provides the natural frequencies of the lower substructure, upper substructure, and the isolator with damper capacity. The closed-form expression clarifies how the isolator's natural frequency and damper's capacity are related to the dominant natural frequencies of both the substructures and to the target modal damping ratios. The mathematical expression explains the trade-off relationship between the damping ratios of the lower and upper substructures. The solution is also applied to a building with a base seismic isolation system or a tuned mass damper system.

キーワード：基礎免震，中間層免震，同調型マスダンパ，統一的理解，極配置

Keywords: base seismic isolation, interstory seismic isolation, tuned mass damper, unified understanding, pole allocation

1. はじめに

本論文は，3質点3自由度系せん断振動型モデルに制御工学で広く使われている極配置法を適用して，基礎免震，中間層免震および同調型マスダンパ（TMD：Tuned Mass Damper）による制振のいずれにおいても，全体系の3つの固有モードの間に同一の関係式が成立することを明らかにしている（池田，2021）．この関係式は，基礎免震とTMDによる制振を2質点2自由度系モデルで表現した場合にも確認できる．得られた2質点2自由度系の関係式を，TMD自体の固有振動数とダンパを最適化する定点理論（Den Hartog, 1956）に結び付けると，TMDの建物に対する質量比を，建物に与える減衰すなわち制御効果によって表すことができる．その結果，TMDの質量比を先に決めてから制御効果を調べ，効果が目標に達

しない場合には質量比を再設定するという，試行錯誤的な設計を改善することが可能となる．

1.1 中間層免震のこれまでの研究

大都市の再開発や既存建物の耐震改修に対する関心の高まりから，日本では中間層免震建物が徐々に増加している．中間層免震は，建築計画上の新たな要求に建築構造分野が柔軟に対応するために，基礎免震の概念を拡張したと理解できる．

中間層免震に関する研究開発は，1990年代後半から報告されている（小倉ら，1997；小林・佐々木，2009；村上ら，1999；Mele and Faiella, 2018；Murakami et al., 2000；Nakamizo and Koitabashi, 2018；Sueoka et al., 2004；Tsuneki et al., 2008）．初期の研究では，免震層の建物高さ方向の位置，免震装置とダンパに要求・推奨される性能，そして，それらが建物の地

震応答にどのように影響を与えるのかを主に調べている（小倉ら，1999；小林・洪，2002；小林・洪，2004；Kobayashi and Koh，2008）。

中間層免震は，基本的に中間免震層より上の構造物（以下，上部構造物という）を免震化する方法であるが，基礎免震に比較して複雑な振動性状を示すことが知られている．中間層免震に固有の振動特性として，上部構造物と中間免震層より下の構造物（以下，下部構造物という）のモード連成効果で上部構造物の応答が大きくなり，反対に下部構造物の応答が抑えられる現象が指摘されており，上部構造物のTMDとしての効果と言われている（小倉ら，1999；小林・洪，2002；小林・洪，2004；小林・洪，2005；山下ら，2005；Anajafi, H. and Medina, R.A., 2017；Kobayashi and Koh, 2008）．一般に構造設計では，建物内のある場所の地震応答の低減と別の場所の地震応答の増加がトレードオフ関係になることはよく起こり，これは一対の物理現象として本来把握すべきものである．中間層免震特有の現象を振動計測記録に基づいて分析するために，中間層免震モデルのシステム同定（Loh et al., 2013）や振動台実験を使った実時間のハイブリッド数値解析（Zhang et al., 2017）も実施されている．

過去の間層免震に関する研究は，大きく二つに分類できる．第一の方法は，基本特性を調べるために2質点2自由度系（以下，2DOFと略す）せん断振動型モデルを用いるものであり（小林・洪，2002；小林・洪，2005；村上ら，2001；Argenziano et al., 2019；金子，2015；廣谷・秦，2018），第二の方法は大次元の多自由度系（以下，MDOFと略す）モデルを用いて，パラメトリック解析により振動特性を明らかにするものである（Murakami et al., 2000；Nakamizo and Koitabashi, 2018；Sueoka et al., 2004；Tsuneki et al., 2008）．

2DOFモデルによる考察は，たとえモデルに線形の仮定をしても，3質点3自由度系（以下，3DOFと略す）モデルによる数理表現がやや複雑になることに関係している．下部構造物に対して上部構造物が十分硬ければ，中間層免震を2DOFモデルで考察することは可能である．2DOFモデルは，低層建物の基礎免震の基本特性を説明するために使われてきた（Kelly, 1997）．しかしながら，より詳細な中間層免震に関する研究は，明らかに3DOFモデルを要求している（Moriizumi and Kobayashi, 2012；Wang et al., 2011；Wang et al., 2013）．上部構造物と下部構造物の相互作用が，2DOFモデルでは表現できないからである．これは，本研究が中間層免震を3DOFモデルで扱う理由の一つである．

大次元のMDOFモデルを通じたパラメトリック解

析は，構造設計のように，ある特性の建物の振動特性を深く理解するためには必要である．ただし，パラメトリック解析や時刻歴応答解析といった数値解析から，一般性が高く，本質的な，言い換えると真に科学的な知見を引き出すためには限界がある．

この点を考慮して，簡易な3DOFモデルを使って閉じた表現で上下構造物間の相互作用を考察した研究として，Wang et al. (2011) とWang et al. (2013) によるものがある．これらの文献では，（1）建物全体系1次モードの固有振動数と減衰は，免震層のみの固有振動数と減衰にほぼ等しい，（2）主に中間層の減衰である全体系1次モードの減衰は，上下それぞれの構造物の重量と固有振動数の影響を大きく受ける，そして最後に（3）上部構造物と下部構造物の固有振動数比が，全体系2次モードに関係する領域，全体系3次モードに関係する領域，または上下構造物が互いに連成振動する領域に分類できる，の3点を明らかにしている．ただし，閉じた数理表現を導いているものの，現象の理解は数値解析に依存しており，設計者が設計の初期段階で使えるような表現を研究は結果的に志向していない．この点は，極配置法（たとえば，Meirovitch, 1990）により中間層免震の振動特性を閉じた表現で導いた理由である（Ikeda, 2021）．

1.2 同調型マスダンパの研究で残された課題

前節で述べたように，過去の研究で中間層免震にTMDと似た性質があることは指摘されている．TMDは古くから提案されているパッシブ振動制御の一つであり，機械分野ではパッシブ動吸振器と言われることが多い．その基本原理は，振動を抑えたい構造物に共振するように錘を設置し，その錘が揺れることで振動エネルギーを吸収している．

研究の初期から，錘を構造物に結ぶバネとそれに並列に設置されるダンパの最適パラメータを探すことに主眼が置かれていた．最も有名で古典的な最適化理論は，Den Hartogによる定点理論である．この理論は，構造物を調和加振した場合を想定し，加振力に対する構造物の応答変位の周波数伝達関数が定点で最大値になるように，バネとダンパを決定している．その後，構造物の応答を加速度や速度にする場合（Warburton, 1982）や入力を白色雑音にした場合（Crandall and Mark, 1963）の最適化の条件も報告されている．しかしながら，Den Hartogの提案を根本的に書き換えるような研究は未だ見られない．

TMDの過去の研究すべては，構造物に対する錘の質量比を仮定して，その質量比から最適な錘の固有振動数と最適なダンパ容量を求めている．本来，振動制御の目的は構造物をどの程度揺れ難くするかであり，これはTMDの場合には付加減衰効果をどの程

度にするかに対応する。しかしながら、これまでの提案は、付加減衰効果からマスダンパの最適値を決める流れになっておらず、結果的に、質量比を変更しては制御効果を調べ、効果が足りなければ質量比を再び変更するという、試行錯誤的な設計の流れになっている。

極配置法は制御目標を先に決めて、それに合う設計パラメータを探す方法である。TMDに極配置法の考え方を導入すれば、性能規定型設計に整合した装置の最適化を行える可能性がある。中間層免震の数式表現で上部構造物の剛性を無限大にしても、TMDを表現する式が得られる。そこで、中間層免震で得た式を同調型マスダンパの最適化に利用して、マスダンパの設計法に新たな道を拓くことも試みている（池田，2021；Ikeda，2021）。

1.3 本論文の構成

免震構造の基本的な振動特性は等価線形的に理解されることが多く、TMDは線形範囲内の振動を元来対象にしている。そのため、本論文に示す理論展開には線形という仮定がある。

はじめに第2章では、中間層免震に固有の基本特性の表現を最低限保障する3DOFせん断振動型モデルに極配置法を適用して、中間層免震の基本式を誘導する。続く第3章と第4章では、第2章で得た3つの固有モード間の関係式が、3DOFモデルで表現した基礎免震とTMDによる制振でも同様に成立することを証明する。さらに第5章では、基礎免震とTMDによる制振を2DOFモデルで表現した際にも、同じ関係式が成立することを証明する。これらの一連の証明により、3つの異なる振動制御法の基本特性が統一的に理解できることを明らかにしている。

第6章では、中間層免震の複雑な振動特性が、第2章で得た式で表現可能であることを数値例題により示しながら、中間層免震の性質を明らかにしている。第7章では、性能規定型設計に整合したTMDの設計式を、定点理論と第5章で誘導した2DOFモデルの基本式を結び付けることで新たに提案している。

2. 中間層免震における固有モード間の関係式

中間層免震層だけに減衰をもつ1本棒の3DOFせん断振動型建物モデルを考える（Fig.1）。一般に、免震層の減衰は、上下構造物の卓越モードの減衰に比較して極めて大きい。そのため、中間層免震層だけに減衰を与えることは、中間層免震全体系の基本特性を見失う仮定ではない。この仮定は、第3章以降で基礎免震やTMDの基本特性を調べる際にも採用できる。

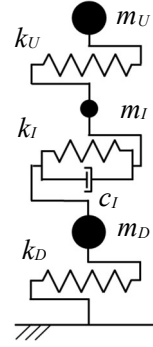


Fig.1 3DOF model for interstory seismic isolation

2.1 運動方程式と状態方程式

Fig.1に示すモデルが地震を受ける際の運動方程式を、下式で表現する。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_U & 0 & 0 \\ 0 & m_I & 0 \\ 0 & 0 & m_D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_U \\ \ddot{x}_I \\ \ddot{x}_D \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_I & -c_I \\ 0 & -c_I & c_I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_U \\ \dot{x}_I \\ \dot{x}_D \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} k_U & -k_U & 0 \\ -k_U & k_U + k_I & -k_I \\ 0 & -k_I & k_I + k_D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_U \\ x_I \\ x_D \end{Bmatrix} \\ & = - \begin{bmatrix} m_U & 0 & 0 \\ 0 & m_I & 0 \\ 0 & 0 & m_D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0 \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、

- m_U : 上部構造物を表す質点の質量
- m_I : 中間免震層直上の階を表す質点の質量
- m_D : 下部構造物を表す質点の質量
- k_U : 上部構造物のせん断剛性
- k_I : 中間免震層のせん断剛性
- k_D : 下部構造物のせん断剛性
- c_I : 中間免震層のダンパの減衰係数
- x_U : 上部構造物の質点の固定端からの変位
- x_I : 中間免震層直上の質点の固定端からの変位
- x_D : 下部構造物の質点の固定端からの変位
- $\ddot{y}_0$: 地動入力加速度

中間層免震を考察し易いように運動方程式(1)を書き直す目的で、以下のパラメータを導入する。

- ω_U : 上部構造物単体の固有円振動数
- ω_I : 上部構造物を剛体にした場合の免震層の固有円振動数（アイソレータの固有円振動数）
- ω_D : 下部構造物単体の固有円振動数
- h_I : 上部構造物を剛体にした場合の免震層の減衰比
- μ_U : 中間免震層直上の質点に対する上部質点の質量
- μ_D : 下部質点に対する他の質点の質量和の比

導入したパラメータと式(1)で示すパラメータの関係は,

$$\omega_U^2 = \frac{k_U}{m_U}, \quad \omega_I^2 = \frac{k_I}{m_U + m_I}, \quad \omega_D^2 = \frac{k_D}{m_D} \quad (2)$$

$$2h_I\omega_I = \frac{c_I}{m_U + m_I} \quad (3)$$

$$\mu_U = \frac{m_U}{m_I}, \quad \mu_D = \frac{m_U + m_I}{m_D} \quad (4)$$

である. 新たに導入したパラメータで運動方程式(1)を書き直す.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_U \\ \ddot{x}_I \\ \ddot{x}_D \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2(1+\mu_U)h_I\omega_I & -2(1+\mu_U)h_I\omega_I \\ 0 & -2\mu_D h_I\omega_I & 2\mu_D h_I\omega_I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_U \\ \dot{x}_I \\ \dot{x}_D \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \omega_U^2 & -\omega_U^2 & 0 \\ -\mu_U\omega_U^2 & \mu_U\omega_U^2 + (1+\mu_U)\omega_I^2 & -(1+\mu_U)\omega_I^2 \\ 0 & -\mu_D\omega_I^2 & \omega_D^2 + \mu_D\omega_I^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_U \\ x_I \\ x_D \end{Bmatrix} \\ = - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0 \end{aligned} \quad (5)$$

上式に対応する状態方程式は下式となる.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_U \\ \ddot{x}_I \\ \ddot{x}_D \\ \dot{x}_U \\ \dot{x}_I \\ \dot{x}_D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2(1+\mu_U)h_I\omega_I & 2(1+\mu_U)h_I\omega_I \\ 0 & 2\mu_D h_I\omega_I & -2\mu_D h_I\omega_I \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_U \\ \dot{x}_I \\ \dot{x}_D \\ x_U \\ x_I \\ x_D \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} -\omega_U^2 & \omega_U^2 & 0 \\ \mu_U\omega_U^2 & -\mu_U\omega_U^2 - (1+\mu_U)\omega_I^2 & (1+\mu_U)\omega_I^2 \\ 0 & \mu_D\omega_I^2 & -\omega_D^2 - \mu_D\omega_I^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_U \\ x_I \\ x_D \\ x_U \\ x_I \\ x_D \end{Bmatrix} \\ - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0 \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 特性方程式

状態方程式(6)にあるシステム行列から, 対応する極 (記号 s) を求める特性方程式(7)が得られる.

$$\begin{vmatrix} -s & 0 & 0 \\ 0 & -2(1+\mu_U)h_I\omega_I - s & 2(1+\mu_U)h_I\omega_I \\ 0 & 2\mu_D h_I\omega_I & -2\mu_D h_I\omega_I - s \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -\omega_U^2 & \omega_U^2 & 0 \\ \mu_U\omega_U^2 & -\mu_U\omega_U^2 - (1+\mu_U)\omega_I^2 & (1+\mu_U)\omega_I^2 \\ 0 & \mu_D\omega_I^2 & -\omega_D^2 - \mu_D\omega_I^2 \\ -s & 0 & 0 \\ 0 & -s & 0 \\ 0 & 0 & -s \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

ここで, 式(8)のように6次正方行列を A とおき, それを4つの正方行列に分割すると, 行列式に関する公式(9)が利用できる.

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$|A| = |A_{22}| |A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}| \quad (9)$$

4つの分割行列を

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -s & 0 & 0 \\ 0 & -2(1+\mu_U)h_I\omega_I - s & 2(1+\mu_U)h_I\omega_I \\ 0 & 2\mu_D h_I\omega_I & -2\mu_D h_I\omega_I - s \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} -\omega_U^2 & \omega_U^2 & 0 \\ \mu_U\omega_U^2 & -\mu_U\omega_U^2 - (1+\mu_U)\omega_I^2 & (1+\mu_U)\omega_I^2 \\ 0 & \mu_D\omega_I^2 & -\omega_D^2 - \mu_D\omega_I^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -s & 0 & 0 \\ 0 & -s & 0 \\ 0 & 0 & -s \end{bmatrix} \quad (13)$$

とおくと, 式(7)は次のように整理できる.

$$\begin{aligned} & s^6 + 2(1+\mu_U + \mu_D)h_I\omega_I s^5 \\ & + [(1+\mu_U)\omega_U^2 + (1+\mu_U + \mu_D)\omega_I^2 + \omega_D^2] s^4 \\ & + 2h_I\omega_I [(1+\mu_U)(1+\mu_D)\omega_U^2 + (1+\mu_U)\omega_D^2] s^3 \\ & + [(1+\mu_U)(1+\mu_D)\omega_U^2\omega_I^2 + (1+\mu_U)(\omega_U^2 + \omega_I^2)\omega_D^2] s^2 \\ & + 2(1+\mu_U)h_I\omega_I\omega_U^2\omega_D^2 s + (1+\mu_U)\omega_U^2\omega_I^2\omega_D^2 = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

2.3 指定する極による特性方程式

Fig.1 に示す解析モデルは3つ振動モードをもつ. そこで, i 次モードの固有円振動数とモード減衰比を

それぞれ ω_i と h_i とおくと，対応する特性方程式は

$$\prod_{i=1}^3 (s^2 + 2h_i\omega_i s + \omega_i^2) = 0 \quad (15)$$

であり，整理すると s に関する 6 次式を得る．

$$\begin{aligned} & s^6 + 2(h_1\omega_1 + h_2\omega_2 + h_3\omega_3)s^5 \\ & + [4(h_1h_2\omega_1\omega_2 + h_2h_3\omega_2\omega_3 + h_3h_1\omega_3\omega_1) + \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2]s^4 \\ & + 2[h_1\omega_1(\omega_2^2 + \omega_3^2) + h_2\omega_2(\omega_3^2 + \omega_1^2) \\ & \quad + h_3\omega_3(\omega_1^2 + \omega_2^2) + 4h_1h_2h_3\omega_1\omega_2\omega_3]s^3 \\ & + [4\omega_1\omega_2\omega_3(h_1h_2\omega_3 + h_2h_3\omega_1 + h_3h_1\omega_2) \\ & \quad + \omega_1^2\omega_2^2 + \omega_2^2\omega_3^2 + \omega_3^2\omega_1^2]s^2 \\ & + 2\omega_1\omega_2\omega_3(h_1\omega_2\omega_3 + h_2\omega_3\omega_1 + h_3\omega_1\omega_2)s + \omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2 = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

2.4 極配置問題

系の特性方程式 (14) を目標とする特性方程式 (16) に一致させる条件は，

$$h_1\omega_1 + h_2\omega_2 + h_3\omega_3 = (1 + \mu_U + \mu_D)h_I\omega_I \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & 4(h_1h_2\omega_1\omega_2 + h_2h_3\omega_2\omega_3 + h_3h_1\omega_3\omega_1) + \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 \\ & = (1 + \mu_U)\omega_U^2 + (1 + \mu_U + \mu_D)\omega_I^2 + \omega_D^2 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & h_1\omega_1(\omega_2^2 + \omega_3^2) + h_2\omega_2(\omega_3^2 + \omega_1^2) + h_3\omega_3(\omega_1^2 + \omega_2^2) \\ & + 4h_1h_2h_3\omega_1\omega_2\omega_3 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & = h_I\omega_I[(1 + \mu_U)(1 + \mu_D)\omega_U^2 + (1 + \mu_U)\omega_D^2] \\ & 4\omega_1\omega_2\omega_3(h_1h_2\omega_3 + h_2h_3\omega_1 + h_3h_1\omega_2) \\ & + \omega_1^2\omega_2^2 + \omega_2^2\omega_3^2 + \omega_3^2\omega_1^2 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & = (1 + \mu_U)(1 + \mu_D)\omega_U^2\omega_I^2 + (1 + \mu_U)(\omega_U^2 + \omega_I^2)\omega_D^2 \\ & \omega_1\omega_2\omega_3(h_1\omega_2\omega_3 + h_2\omega_3\omega_1 + h_3\omega_1\omega_2) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & = (1 + \mu_U)h_I\omega_I\omega_U^2\omega_D^2 \\ & \omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2 = (1 + \mu_U)\omega_U^2\omega_I^2\omega_D^2 \end{aligned} \quad (22)$$

の 6 式である．未定パラメータは ω_U ， ω_I ， ω_D ， h_I ， μ_U および μ_D の 6 つであるから，それらを解くことができる．ただし，パラメータどうしの積や二乗があるため，解くためには工夫が必要である．

はじめに，式 (21) と式 (22) から以下の重要な関係式が得られる．この式を，本論文ではモード間のトレードオフ関係と呼ぶ．その意味は 6.2 節で述べる．

$$\frac{h_I}{\omega_I} = \frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} + \frac{h_3}{\omega_3} = \sum_{i=1}^3 \frac{h_i}{\omega_i} \quad (23)$$

$$h_I = \omega_I \left(\frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} + \frac{h_3}{\omega_3} \right) \quad (24)$$

式 (24) を式 (17) に代入してから， a_1 を式 (26) におくと，

$$h_1\omega_1 + h_2\omega_2 + h_3\omega_3 = (1 + \mu_U + \mu_D)\omega_I^2 \left(\frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} + \frac{h_3}{\omega_3} \right) \quad (25)$$

$$(1 + \mu_U + \mu_D)\omega_I^2 = \frac{h_1\omega_1 + h_2\omega_2 + h_3\omega_3}{\frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} + \frac{h_3}{\omega_3}} = a_1 \quad (26)$$

同様に，式 (24) を式 (19) に代入して，以下のように a_3 を導入する．

$$\begin{aligned} & (1 + \mu_U)(1 + \mu_D)\omega_U^2\omega_I^2 + (1 + \mu_U)\omega_D^2\omega_I^2 \\ & h_1\omega_1(\omega_2^2 + \omega_3^2) + h_2\omega_2(\omega_3^2 + \omega_1^2) \\ & + h_3\omega_3(\omega_1^2 + \omega_2^2) + 4h_1h_2h_3\omega_1\omega_2\omega_3 \\ & = \frac{h_1\omega_1 + h_2\omega_2 + h_3\omega_3}{\frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} + \frac{h_3}{\omega_3}} = a_3 \end{aligned} \quad (27)$$

一方，式 (18) と式 (20) は，そのまま a_2 と a_4 にそれぞれ置き換える．

$$\begin{aligned} & (1 + \mu_U)\omega_U^2 + (1 + \mu_U + \mu_D)\omega_I^2 + \omega_D^2 \\ & = 4(h_1h_2\omega_1\omega_2 + h_2h_3\omega_2\omega_3 + h_3h_1\omega_3\omega_1) \\ & + \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 = a_2 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & (1 + \mu_U)(1 + \mu_D)\omega_U^2\omega_I^2 + (1 + \mu_U)(\omega_U^2 + \omega_I^2)\omega_D^2 \\ & = 4\omega_1\omega_2\omega_3(h_1h_2\omega_3 + h_2h_3\omega_1 + h_3h_1\omega_2) \\ & + \omega_1^2\omega_2^2 + \omega_2^2\omega_3^2 + \omega_3^2\omega_1^2 = a_4 \end{aligned} \quad (29)$$

式 (24) を式 (21) に代入して， a_5 を導入する．

$$\begin{aligned} & (1 + \mu_U)\omega_I^2\omega_U^2\omega_D^2 \\ & = \frac{\omega_1\omega_2\omega_3(h_1\omega_2\omega_3 + h_2\omega_3\omega_1 + h_3\omega_1\omega_2)}{\frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} + \frac{h_3}{\omega_3}} = a_5 \end{aligned} \quad (30)$$

ここまでの過程を， h_I を消去した式 (26) から式 (30) としてまとめる．

$$(1 + \mu_U + \mu_D)\omega_I^2 = a_1 \quad (31)$$

$$(1 + \mu_U)\omega_U^2 + (1 + \mu_U + \mu_D)\omega_I^2 + \omega_D^2 = a_2 \quad (32)$$

$$(1 + \mu_U)(1 + \mu_D)\omega_U^2\omega_I^2 + (1 + \mu_U)\omega_D^2\omega_I^2 = a_3 \quad (33)$$

$$(1 + \mu_U)(1 + \mu_D)\omega_U^2\omega_I^2 + (1 + \mu_U)(\omega_U^2 + \omega_I^2)\omega_D^2 = a_4 \quad (34)$$

$$(1 + \mu_U)\omega_I^2\omega_U^2\omega_D^2 = a_5 \quad (35)$$

はじめに ω_I を求める．式 (34) から式 (33) を辺々引くと

$$(1 + \mu_U)\omega_U^2\omega_D^2 = a_4 - a_3 \quad (36)$$

式 (35) に式 (36) を代入すると

$$\omega_I = \sqrt{\frac{a_5}{a_4 - a_3}} \quad (37)$$

が得られ、それを式(24)に代入して h_I が求められる。

次に ω_D を求める。式(31)を式(32)に代入して

$$(1 + \mu_U)\omega_U^2 + \omega_D^2 = a_2 - a_1 \quad (38)$$

$$(1 + \mu_U)\omega_U^2\omega_D^2 + \omega_D^4 = (a_2 - a_1)\omega_D^2 \quad (39)$$

式(36)を式(39)に代入して

$$\omega_D^4 + (a_1 - a_2)\omega_D^2 + (a_4 - a_3) = 0 \quad (40)$$

$$\omega_D^2 = \frac{a_2 - a_1 \pm \sqrt{(a_2 - a_1)^2 - 4(a_4 - a_3)}}{2} \quad (41)$$

を得る。この段階で未定係数のうち ω_I 、 ω_D および h_I の3つが求められたが、次のように考えられるため、実際はさらに $(1 + \mu_U)\omega_U^2$ も求められる。

式(36)と式(38)は、2次方程式の解と係数の関係から、 ω_D^2 と $(1 + \mu_U)\omega_U^2$ が2次方程式の解として考えられることを示している。したがって、

$$\omega_D^2 = \frac{a_2 - a_1 + \sqrt{(a_2 - a_1)^2 - 4(a_4 - a_3)}}{2} \quad (42)$$

$$(1 + \mu_U)\omega_U^2 = \frac{a_2 - a_1 - \sqrt{(a_2 - a_1)^2 - 4(a_4 - a_3)}}{2} \quad (43)$$

または、

$$(1 + \mu_U)\omega_U^2 = \frac{a_2 - a_1 + \sqrt{(a_2 - a_1)^2 - 4(a_4 - a_3)}}{2} \quad (44)$$

$$\omega_D^2 = \frac{a_2 - a_1 - \sqrt{(a_2 - a_1)^2 - 4(a_4 - a_3)}}{2} \quad (45)$$

上記の2つの解は、目標とする極配置が上部構造物と下部構造物のどちらの固有振動数を調整しても、実現できることを意味している。

式(31)を $1 + \mu_D$ に関して解くと、

$$1 + \mu_D = \frac{a_1}{\omega_I^2} - \mu_U \quad (46)$$

式(33)を変形して、

$$(1 + \mu_U)(1 + \mu_D)\omega_U^2 + (1 + \mu_U)\omega_D^2 = \frac{a_3}{\omega_I^2} \quad (47)$$

式(47)に式(46)を代入する。

$$\mu_U = \frac{\frac{a_3 - a_1(1 + \mu_U)\omega_U^2}{\omega_I^2} - \omega_D^2}{\omega_D^2 - (1 + \mu_U)\omega_U^2} \quad (48)$$

式(43)または式(44)を上式に代入すれば μ_U は求められる。上式を式(46)に代入すると μ_D も求められる。

$$\mu_D = \frac{a_1}{\omega_I^2} - \mu_U - 1 \quad (49)$$

以上により、6つの未定係数はすべて決定できる。

3. 基礎免震における固有モード間の関係式

同様に、基礎免震層だけに減衰をもつ1本棒の3DOFせん断振動型建物モデルを考える。

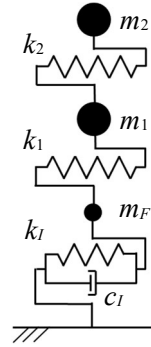


Fig.2 3DOF model for base seismic isolation

3.1 運動方程式と状態方程式

Fig.2に示すモデルが地震を受ける際の運動方程式を下式で表現する。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_F \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_1 & -k_1 \\ 0 & -k_1 & k_1 + k_I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_2 \\ x_1 \\ x_F \end{Bmatrix} \\ & = - \begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0 \end{aligned} \quad (50)$$

ここに、

- m_1 : 質点1 (中間質点) の質量
- m_2 : 質点2 (最上質点) の質量
- m_F : 基礎免震層直上の最下質点 F の質量
- k_1 : 第1層のせん断剛性
- k_2 : 第2層のせん断剛性
- k_I : 基礎免震層のせん断剛性
- c_I : 基礎免震層のダンパの減衰係数

- x_1 : 質点 1 の固定端からの変位
 x_2 : 質点 2 の固定端からの変位
 x_F : 免震層の変位

以下のパラメータを導入して、式 (50) を書き直す。

- ω_{S1} : 第 1 層単体の固有円振動数
 ω_{S2} : 第 2 層単体の固有円振動数
 ω_I : 上部構造物を剛体にした場合の免震層の固有円振動数 (アイソレータの固有円振動数)
 h_I : 上部構造物を剛体にした場合の免震層の減衰比
 μ_S : 質点 1 に対する質点 2 の質量比
 μ_1 : 質点 F に対する質点 1 の質量比
 μ_F : 質点 F に対する他の質点の質量和の比

導入したパラメータと式 (50) で利用したパラメータとの関係は、

$$\omega_{S1}^2 = \frac{k_1}{m_1}, \quad \omega_{S2}^2 = \frac{k_2}{m_2}, \quad \omega_I^2 = \frac{k_I}{m_2 + m_1 + m_F} \quad (51)$$

$$2h_I\omega_I = \frac{c_I}{m_2 + m_1 + m_F} \quad (52)$$

$$\mu_S = \frac{m_2}{m_1}, \quad \mu_1 = \frac{m_1}{m_F}, \quad \mu_F = \frac{m_2 + m_1}{m_F} \quad (53)$$

である。ここで注意すべき点は、この後の式展開の容易さ、具体的には特性方程式における分数の回避のために、 μ_1 を便宜上導入したことである。したがって、 μ_1 は以下のように μ_S と μ_F で表現できるので、独立したパラメータではない。

$$\mu_1 = \frac{\mu_F}{1 + \mu_S} \quad (54)$$

新たなパラメータで運動方程式を書き直す。

$$\begin{aligned}
 & \begin{Bmatrix} \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_F \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1 + \mu_F)h_I\omega_I \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_F \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{Bmatrix} \omega_{S2}^2 & -\omega_{S2}^2 \\ -\mu_S\omega_{S2}^2 & \mu_S\omega_{S2}^2 + \omega_{S1}^2 \\ 0 & \mu_S\mu_1\omega_{S2}^2 - \mu_1(\mu_S\omega_{S2}^2 + \omega_{S1}^2) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_2 \\ x_1 \\ x_F \end{Bmatrix} \\
 & = - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ -\mu_S\mu_1 - \mu_1 + 1 + \mu_F \end{Bmatrix} \ddot{y}_0
 \end{aligned} \quad (55)$$

対応する状態方程式は下式となる。

$$\begin{aligned}
 & \begin{Bmatrix} \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\omega_{S2}^2 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_S\omega_{S2}^2 \\ 0 & 0 & -2(1 + \mu_F)h_I\omega_I & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_F \end{Bmatrix} \\
 & \begin{Bmatrix} \omega_{S2}^2 & 0 \\ -\mu_S\omega_{S2}^2 - \omega_{S1}^2 & \omega_{S1}^2 \\ \mu_1\omega_{S1}^2 & -\mu_1\omega_{S1}^2 - (1 + \mu_F)\omega_I^2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_2 \\ x_1 \\ x_F \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0
 \end{aligned} \quad (56)$$

3.2 特性方程式

状態方程式 (56) のシステム行列から、対応する極を求める特性方程式は式 (57) となる。

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} -s & 0 & 0 & -\omega_{S2}^2 \\ 0 & -s & 0 & \mu_S\omega_{S2}^2 \\ 0 & 0 & -2(1 + \mu_F)h_I\omega_I - s & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -s \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\
 & \begin{vmatrix} \omega_{S2}^2 & 0 \\ -\mu_S\omega_{S2}^2 - \omega_{S1}^2 & \omega_{S1}^2 \\ \mu_1\omega_{S1}^2 & -\mu_1\omega_{S1}^2 - (1 + \mu_F)\omega_I^2 \\ 0 & 0 \\ -s & 0 \\ 0 & -s \end{vmatrix} = 0
 \end{aligned} \quad (57)$$

2.2 節と同様に分割行列による公式 (9) を利用すると、式 (57) は次のように整理できる。

$$\begin{aligned}
 & s^6 + 2(1 + \mu_F)h_I\omega_I s^5 \\
 & + [(1 + \mu_1)\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2 + (1 + \mu_F)\omega_I^2] s^4 \\
 & + 2(1 + \mu_F)h_I\omega_I [\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2] s^3 \\
 & + [(1 + \mu_F)\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 + (1 + \mu_F)\{\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2\}\omega_I^2] s^2 \\
 & + 2(1 + \mu_F)h_I\omega_I\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 s + (1 + \mu_F)\omega_I^2\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 = 0
 \end{aligned} \quad (58)$$

3.3 極配置問題

目標とする特性方程式は式 (16) と同じであるから、系の特性方程式 (58) を一致させる条件は、

$$h_1\omega_1 + h_2\omega_2 + h_3\omega_3 = (1 + \mu_F)h_I\omega_I \quad (59)$$

$$\begin{aligned}
 & 4(h_1h_2\omega_1\omega_2 + h_2h_3\omega_2\omega_3 + h_3h_1\omega_3\omega_1) + \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 \\
 & = (1 + \mu_1)\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2 + (1 + \mu_F)\omega_I^2
 \end{aligned} \quad (60)$$

$$h_1\omega_1(\omega_2^2 + \omega_3^2) + h_2\omega_2(\omega_3^2 + \omega_1^2) + h_3\omega_3(\omega_1^2 + \omega_2^2) + 4h_1h_2h_3\omega_1\omega_2\omega_3 = (1 + \mu_F)h_I\omega_I[\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2] \quad (61)$$

$$4\omega_1\omega_2\omega_3(h_1h_2\omega_3 + h_2h_3\omega_1 + h_3h_1\omega_2) + \omega_1^2\omega_2^2 + \omega_2^2\omega_3^2 + \omega_3^2\omega_1^2 \quad (62)$$

$$= (1 + \mu_F)\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 + (1 + \mu_F)[\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2]\omega_I^2 \quad (63)$$

$$\omega_1\omega_2\omega_3(h_1\omega_2\omega_3 + h_2\omega_3\omega_1 + h_3\omega_1\omega_2) = (1 + \mu_F)h_I\omega_I\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 \quad (64)$$

の 6 式である。これらの式からは、未定パラメータは ω_{S1} , ω_{S2} , ω_I , h_I , μ_S , μ_F および μ_1 の 7 つに見えるが、式(54)の関係があるため、実際の未知パラメータは μ_1 を除く 6 つである。式(63)と式(64)から、やはり式(23)と式(24)が得られる。

式(24)を式(59)に代入してから、 b_1 を式(65)におく。

$$(1 + \mu_F)\omega_I^2 = \frac{h_1\omega_1 + h_2\omega_2 + h_3\omega_3}{\frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} + \frac{h_3}{\omega_3}} = b_1 \quad (65)$$

同様に、式(24)を式(61)と式(63)に代入して、以下のように b_3 と b_5 を導入する。

$$(1 + \mu_F)\omega_I^2[\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2] + h_1\omega_1(\omega_2^2 + \omega_3^2) + h_2\omega_2(\omega_3^2 + \omega_1^2) + h_3\omega_3(\omega_1^2 + \omega_2^2) + 4h_1h_2h_3\omega_1\omega_2\omega_3 = b_3 \quad (66)$$

$$(1 + \mu_F)\omega_I^2\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 = \frac{\omega_1\omega_2\omega_3(h_1\omega_2\omega_3 + h_2\omega_3\omega_1 + h_3\omega_1\omega_2)}{\frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} + \frac{h_3}{\omega_3}} = b_5 \quad (67)$$

一方、式(60)と式(62)は、そのまま b_2 と b_4 にそれぞれ置き換える。

$$(1 + \mu_1)\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2 + (1 + \mu_F)\omega_I^2 = 4(h_1h_2\omega_1\omega_2 + h_2h_3\omega_2\omega_3 + h_3h_1\omega_3\omega_1) + \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 = b_2 \quad (68)$$

$$(1 + \mu_F)\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 + (1 + \mu_F)[\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2]\omega_I^2 = 4\omega_1\omega_2\omega_3(h_1h_2\omega_3 + h_2h_3\omega_1 + h_3h_1\omega_2) + \omega_1^2\omega_2^2 + \omega_2^2\omega_3^2 + \omega_3^2\omega_1^2 = b_4 \quad (69)$$

ここで、 h_I を消去した式(65)から式(69)をまとめる。

$$(1 + \mu_F)\omega_I^2 = b_1 \quad (70)$$

$$(1 + \mu_1)\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2 + (1 + \mu_F)\omega_I^2 = b_2 \quad (71)$$

$$(1 + \mu_F)\omega_I^2[\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2] = b_3 \quad (72)$$

$$(1 + \mu_F)[\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 + \{\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2\}\omega_I^2] = b_4 \quad (73)$$

$$(1 + \mu_F)\omega_I^2\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 = b_5 \quad (74)$$

式(70)を式(71)、式(72)および式(74)に代入すると以下の 3 式を得る。

$$(1 + \mu_1)\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2 = b_2 - b_1 \quad (75)$$

$$\omega_{S1}^2 + (1 + \mu_S)\omega_{S2}^2 = \frac{b_3}{b_1} \quad (76)$$

$$\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 = \frac{b_5}{b_1} \quad (77)$$

式(76)と式(77)を式(73)に代入すると

$$\mu_F = \frac{b_1}{b_5}(b_4 - b_3) - 1 = \frac{b_1(b_4 - b_3) - b_5}{b_5} \quad (78)$$

が得られ、この式と式(70)から

$$\omega_I^2 = \frac{b_5}{b_4 - b_3} \quad (79)$$

であるから、 h_I は式(24)から得られる。

式(75)、式(76)および式(77)を、式(54)を考慮して ω_{S1} , ω_{S2} および μ_S に対して解くと下記となる。

$$\omega_{S1}^2 = \frac{b_3}{b_1} - \frac{b_1(b_4 - b_3) - b_5}{b_1(b_2 - b_1) - b_3} \quad (80)$$

$$\omega_{S2}^2 = \frac{b_5}{b_1 \left[\frac{b_3}{b_1} - \frac{b_1(b_4 - b_3) - b_5}{b_1(b_2 - b_1) - b_3} \right]} \quad (81)$$

$$\mu_S = \frac{b_1}{b_5} \frac{b_1(b_4 - b_3) - b_5}{b_1(b_2 - b_1) - b_3} \left[\frac{b_3}{b_1} - \frac{b_1(b_4 - b_3) - b_5}{b_1(b_2 - b_1) - b_3} \right] - 1 \quad (82)$$

4. 同調型マスダンパにおける固有モード間の関係式

2DOF建物の上にTMDを設置した場合も、第2章

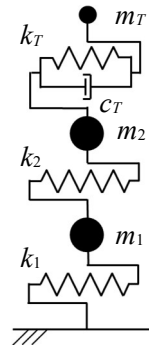


Fig.3 3DOF model for TMD

と第3章と同様に扱える。

4.1 運動方程式と状態方程式

地震時の運動方程式を下式で表現する。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_T \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_T & -c_T & 0 \\ -c_T & c_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_T \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_1 \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} k_T & -k_T & 0 \\ -k_T & k_T + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_T \\ x_2 \\ x_1 \end{Bmatrix} \\ & = - \begin{bmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0 \end{aligned} \quad (83)$$

ここに、

- m_1 : 質点 1 (最下質点) の質量
- m_2 : 質点 2 (中間質点) の質量
- m_T : TMD の質点 (最上質点) の質量
- k_1 : 第 1 層のせん断剛性
- k_2 : 第 2 層のせん断剛性
- k_T : TMD と建物の質点の間の水平バネ
- c_T : TMD のダンパの減衰係数
- x_1 : 質点 1 の固定端からの変位
- x_2 : 質点 2 の固定端からの変位
- x_T : TMD の建物固定端からの変位

以下のパラメータを導入して、式(83)を書き直す。

- ω_{S1} : 第 1 層単体の固有円振動数
- ω_{S2} : 第 2 層単体の固有円振動数
- ω_T : TMD 単体の固有円振動数
- h_T : TMD 単体の減衰比
- μ_T : TMD の建物の総質量に対する比
- μ_S : 質点 1 に対する質点 2 の質量比

導入したパラメータの式(83)で利用したパラメータとの関係は、以下となる。

$$\omega_{S1}^2 = \frac{k_1}{m_1}, \quad \omega_{S2}^2 = \frac{k_2}{m_2}, \quad \omega_T^2 = \frac{k_T}{m_T} \quad (84)$$

$$2h_T\omega_T = \frac{c_T}{m_T} \quad (85)$$

$$\mu_T = \frac{m_T}{m_2 + m_1}, \quad \mu_S = \frac{m_2}{m_1} \quad (86)$$

この新たなパラメータで運動方程式を書き直す。

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_T \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -2\frac{(1+\mu_S)\mu_T}{\mu_S}h_T\omega_T & 2\frac{(1+\mu_S)\mu_T}{\mu_S}h_T\omega_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_T \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\frac{(1+\mu_S)\mu_T}{\mu_S}h_T\omega_T & -2\frac{(1+\mu_S)\mu_T}{\mu_S}h_T\omega_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_T \\ x_2 \\ x_1 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0$$

$$\begin{aligned} & + \begin{bmatrix} \omega_T^2 & -\omega_T^2 & 0 \\ \frac{(1+\mu_S)\mu_T}{\mu_S}\omega_T^2 & \frac{(1+\mu_S)\mu_T}{\mu_S}\omega_T^2 + \omega_{S2}^2 & -\omega_{S2}^2 \\ 0 & -\mu_S\omega_{S2}^2 & \mu_S\omega_{S2}^2 + \omega_{S1}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_T \\ x_2 \\ x_1 \end{Bmatrix} \\ & = - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0 \end{aligned} \quad (87)$$

ここで、数式展開を容易にするために

$$\frac{(1+\mu_S)\mu_T}{\mu_S} = \frac{m_2 + m_1}{m_2} \frac{m_T}{m_2 + m_1} = \frac{m_T}{m_2} = \mu_2 \quad (88)$$

とおくと、状態方程式は下式となる。

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} \ddot{x}_T \\ \ddot{x}_2 \\ \dot{x}_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -2h_T\omega_T & 2h_T\omega_T & 0 \\ 2\mu_2h_T\omega_T & -2\mu_2h_T\omega_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_T \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_T^2 & \omega_T^2 & 0 \\ \mu_2\omega_T^2 & -\mu_2\omega_T^2 - \omega_{S2}^2 & \omega_{S2}^2 \\ 0 & \mu_S\omega_{S2}^2 & -\mu_S\omega_{S2}^2 - \omega_{S1}^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_T \\ x_2 \\ x_1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0 \end{aligned} \quad (89)$$

4.2 特性方程式

状態方程式(89)のシステム行列から、対応する極を求める特性方程式は式(90)となる。

$$\begin{vmatrix} -2h_T\omega_T - s & 2h_T\omega_T & 0 \\ 2\mu_2h_T\omega_T & -2\mu_2h_T\omega_T - s & 0 \\ 0 & 0 & -s \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\omega_T^2 & \omega_T^2 & 0 \\ \mu_2\omega_T^2 & -\mu_2\omega_T^2 - \omega_{S2}^2 & \omega_{S2}^2 \\ 0 & \mu_S\omega_{S2}^2 & -\mu_S\omega_{S2}^2 - \omega_{S1}^2 \\ -s & 0 & 0 \\ 0 & -s & 0 \\ 0 & 0 & -s \end{vmatrix} = 0 \quad (90)$$

$$\begin{aligned}
& s^6 + 2h_T\omega_T(1+\mu_2)s^5 \\
& + [(1+\mu_2)\omega_T^2 + \omega_{S1}^2 + (1+\mu_S)\omega_{S2}^2]s^4 \\
& + 2h_T\omega_T[(1+\mu_2)(\mu_S\omega_{S2}^2 + \omega_{S1}^2) + \omega_{S2}^2]s^3 \\
& + [(1+\mu_2)(\mu_S\omega_{S2}^2 + \omega_{S1}^2)\omega_T^2 + (\omega_T^2 + \omega_{S1}^2)\omega_{S2}^2]s^2 \\
& + 2h_T\omega_T\omega_{S2}^2\omega_{S1}^2s + \omega_{S1}^2\omega_T^2\omega_{S2}^2 = 0
\end{aligned} \quad (91)$$

4.3 極配置問題

目標とする特性方程式は式(16)と同じであるから、系の特性方程式(91)を一致させる条件は、

$$h_1\omega_1 + h_2\omega_2 + h_3\omega_3 = (1+\mu_2)h_T\omega_T \quad (92)$$

$$\begin{aligned}
& 4(h_1h_2\omega_1\omega_2 + h_2h_3\omega_2\omega_3 + h_3h_1\omega_3\omega_1) + \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 \\
& = (1+\mu_2)\omega_T^2 + \omega_{S1}^2 + (1+\mu_S)\omega_{S2}^2
\end{aligned} \quad (93)$$

$$\begin{aligned}
& h_1\omega_1(\omega_2^2 + \omega_3^2) + h_2\omega_2(\omega_3^2 + \omega_1^2) + h_3\omega_3(\omega_1^2 + \omega_2^2) \\
& + 4h_1h_2h_3\omega_1\omega_2\omega_3
\end{aligned} \quad (94)$$

$$\begin{aligned}
& = h_T\omega_T[(1+\mu_2)(\mu_S\omega_{S2}^2 + \omega_{S1}^2) + \omega_{S2}^2] \\
& 4\omega_1\omega_2\omega_3(h_1h_2\omega_3 + h_2h_3\omega_1 + h_3h_1\omega_2) \\
& + \omega_1^2\omega_2^2 + \omega_2^2\omega_3^2 + \omega_3^2\omega_1^2
\end{aligned} \quad (95)$$

$$\begin{aligned}
& = (1+\mu_2)(\mu_S\omega_{S2}^2 + \omega_{S1}^2)\omega_T^2 + (\omega_T^2 + \omega_{S1}^2)\omega_{S2}^2 \\
& \omega_1\omega_2\omega_3(h_1\omega_2\omega_3 + h_2\omega_3\omega_1 + h_3\omega_1\omega_2) = h_T\omega_T\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2
\end{aligned} \quad (96)$$

$$\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2 = \omega_T^2\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 \quad (97)$$

の6式である。未定パラメータは ω_{S1} 、 ω_{S2} 、 ω_T 、 h_T 、 μ_S および μ_2 の6つである。式(96)と式(97)から、やはり式(23)と式(24)が得られる。ただし、本章ではTMDを扱っているため、記号 ω_I を ω_T に、 h_I を h_T に置き換えることにする。

式(24)を式(92)に代入してから、 d_1 を式(98)におくと、

$$(1+\mu_2)\omega_T^2 = \frac{h_1\omega_1 + h_2\omega_2 + h_3\omega_3}{\frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} + \frac{h_3}{\omega_3}} = d_1 \quad (98)$$

式(24)を式(94)に代入して、以下のように d_3 を導入する。

$$\begin{aligned}
& \omega_T^2[(1+\mu_2)(\mu_S\omega_{S2}^2 + \omega_{S1}^2) + \omega_{S2}^2] \\
& h_1\omega_1(\omega_2^2 + \omega_3^2) + h_2\omega_2(\omega_3^2 + \omega_1^2) \\
& + h_3\omega_3(\omega_1^2 + \omega_2^2) + 4h_1h_2h_3\omega_1\omega_2\omega_3 \\
& = \frac{\frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} + \frac{h_3}{\omega_3}}{\omega_1\omega_2\omega_3} = d_3
\end{aligned} \quad (99)$$

一方、式(93)、式(95)および式(97)は消去したい h_T を含まないので、そのまま d_2 、 d_4 および d_5 にそれ

ぞれ置き換える。

$$\begin{aligned}
& (1+\mu_2)\omega_T^2 + \omega_{S1}^2 + (1+\mu_S)\omega_{S2}^2 \\
& = 4(h_1h_2\omega_1\omega_2 + h_2h_3\omega_2\omega_3 + h_3h_1\omega_3\omega_1)
\end{aligned} \quad (100)$$

$$\begin{aligned}
& + \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 = d_2 \\
& (1+\mu_2)(\mu_S\omega_{S2}^2 + \omega_{S1}^2)\omega_T^2 + (\omega_T^2 + \omega_{S1}^2)\omega_{S2}^2 \\
& = 4\omega_1\omega_2\omega_3(h_1h_2\omega_3 + h_2h_3\omega_1 + h_3h_1\omega_2)
\end{aligned} \quad (101)$$

$$\begin{aligned}
& + \omega_1^2\omega_2^2 + \omega_2^2\omega_3^2 + \omega_3^2\omega_1^2 = d_4 \\
& \omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2 = \omega_T^2\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 = d_5
\end{aligned} \quad (102)$$

ここで、 h_I を含まない式(98)から式(102)をまとめる。

$$(1+\mu_2)\omega_T^2 = d_1 \quad (103)$$

$$(1+\mu_2)\omega_T^2 + \omega_{S1}^2 + (1+\mu_S)\omega_{S2}^2 = d_2 \quad (104)$$

$$\omega_T^2[(1+\mu_2)(\mu_S\omega_{S2}^2 + \omega_{S1}^2) + \omega_{S2}^2] = d_3 \quad (105)$$

$$(1+\mu_2)(\mu_S\omega_{S2}^2 + \omega_{S1}^2)\omega_T^2 + (\omega_T^2 + \omega_{S1}^2)\omega_{S2}^2 = d_4 \quad (106)$$

$$\omega_T^2\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 = d_5 \quad (107)$$

式(103)と式(104)から式(108)を、式(103)と式(105)から式(109)を、式(103)と式(106)から式(110)を、式(103)と式(107)から式(111)を導く。

$$\omega_{S1}^2 + (1+\mu_S)\omega_{S2}^2 = d_2 - d_1 \quad (108)$$

$$\omega_{S1}^2 + (\mu_S + \frac{1}{1+\mu_2})\omega_{S2}^2 = \frac{d_3}{d_1} \quad (109)$$

$$d_1\omega_{S1}^2 + d_1(\mu_S + \frac{1}{1+\mu_2})\omega_{S2}^2 + \omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 = d_4 \quad (110)$$

$$\frac{\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2}{1+\mu_2} = \frac{d_5}{d_1} \quad (111)$$

式(109)と式(110)から

$$\omega_{S1}^2\omega_{S2}^2 = d_4 - d_3 \quad (112)$$

が得られ、この式と式(111)から

$$\mu_2 = (d_4 - d_3)\frac{d_1}{d_5} - 1 \quad (113)$$

が得られ、この時点で解くべきパラメータは、 ω_{S1} 、 ω_{S2} および μ_S の3つに絞られる。式(108)と式(109)から ω_{S1} を消去すれば、 ω_{S2} が得られる。

$$\omega_{S2}^2 = \frac{d_1(d_4 - d_3)(d_1d_2 - d_1^2 - d_3)}{d_1d_4 - d_1d_3 - d_5} \quad (114)$$

上式と式(112)から ω_{S1} が得られる。

$$\omega_{S1}^2 = \frac{d_4 - d_3}{\omega_{S2}^2} = \frac{d_1 d_4 - d_1 d_3 - d_5}{d_1(d_1 d_2 - d_1^2 - d_3)} \quad (115)$$

式(103)と式(113)からは ω_T が得られる.

$$\omega_T^2 = \frac{d_1}{1 + \mu_2} = \frac{d_1}{1 + (d_4 - d_3) \frac{d_1}{d_5} - 1} = \frac{d_5}{d_4 - d_3} \quad (116)$$

式(108)に式(114)と式(115)を代入すれば,

$$\begin{aligned} \mu_S &= \frac{d_2 - d_1 - \omega_{S1}^2}{\omega_{S2}^2} - 1 \\ &= \frac{d_2 - d_1 - \frac{d_1 d_4 - d_1 d_3 - d_5}{d_1(d_1 d_2 - d_1^2 - d_3)} - \frac{d_1(d_4 - d_3)(d_1 d_2 - d_1^2 - d_3)}{d_1 d_4 - d_1 d_3 - d_5}}{\frac{d_1(d_4 - d_3)(d_1 d_2 - d_1^2 - d_3)}{d_1 d_4 - d_1 d_3 - d_5}} \end{aligned} \quad (117)$$

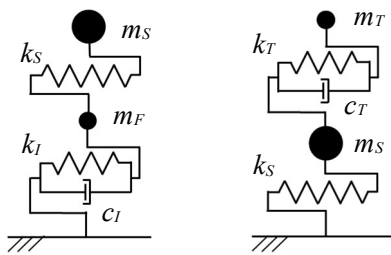
となる.

5. 2自由度系における固有モード間の関係式

本章では, Fig.4 に示す 2DOF モデルで表現した基礎免震と TMD による制振でも, 3DOF で得られた式(23)と同じトレードオフ関係があることを示す. これは, 式(23)で 3 次モードの固有振動数を無限にすれば式(118)または式(119)として得られることではあるが, それを改めて 2DOF モデルの極配置で示す.

$$\text{基礎免震} \quad \frac{h_I}{\omega_I} = \frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} \quad (118)$$

$$\text{TMD} \quad \frac{h_T}{\omega_T} = \frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} \quad (119)$$



(a) Base isolation

(b) TMD

Fig.4 2DOF models for base isolation and TMD

5.1 基礎免震

Fig.4 (a) に示す 1 自由度系非減衰建物を基礎免震した 1 本棒 2 自由度系モデルを考える. その地震時の運動方程式を下式で表現する.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m_S & 0 \\ 0 & m_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_S \\ \ddot{x}_F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c_I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_S \\ \dot{x}_F \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} k_S & -k_S \\ -k_S & k_S + k_I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_S \\ x_F \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_S & 0 \\ 0 & m_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0 \end{aligned} \quad (120)$$

ここに,

- m_S : 上部建物の質点の質量
- m_F : 基礎免震層直上の質点 F の質量
- k_S : 上部建物のせん断剛性
- k_I : 基礎免震層のせん断剛性
- c_I : 基礎免震層のダンパの減衰係数
- x_S : 上部建物の質点の固定端からの変位
- x_F : 免震層の変位

以下のパラメータを導入して, 式(120)を書き直す.

ω_S : 上部構造物単体の固有円振動数

ω_I : 上部構造物を剛体にした場合の免震層の固有円振動数 (アイソレータの固有円振動数)

h_I : 上部構造物を剛体にした場合の免震層の減衰比

μ : 下部質点に対する上部質点の質量比

導入したパラメータの式(120)で利用したパラメータとの関係は,

$$\omega_S^2 = \frac{k_S}{m_S}, \quad \omega_I^2 = \frac{k_I}{m_S + m_F} \quad (121)$$

$$2h_I \omega_I = \frac{c_I}{m_S + m_F} \quad (122)$$

$$\mu = \frac{m_S}{m_F} \quad (123)$$

である. 新たに導入したパラメータで運動方程式(120)を書き直し, さらに状態方程式として表現する.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_S \\ \ddot{x}_F \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega_S^2 & \omega_S^2 \\ 0 & -2(1+\mu)h_I\omega_I & \mu\omega_S^2 & -\mu\omega_S^2 - (1+\mu)\omega_I^2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_S \\ \dot{x}_F \\ x_S \\ x_F \end{Bmatrix} \\ &\quad - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0 \end{aligned} \quad (124)$$

上記の状態方程式から, 対応する極を求める特性方程式は式(125)となる.

$$\begin{vmatrix} -s & 0 & -\omega_S^2 & \omega_S^2 \\ 0 & -2(1+\mu)h_I\omega_I - s & \mu\omega_S^2 & -\mu\omega_S^2 - (1+\mu)\omega_I^2 \\ 1 & 0 & -s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -s \end{vmatrix} = 0 \quad (125)$$

$$s^4 + 2(1+\mu)h_I\omega_I s^3 + (1+\mu)(\omega_S^2 + \omega_I^2)s^2 + 2(1+\mu)h_I\omega_I\omega_S^2 s + (1+\mu)\omega_S^2\omega_I^2 = 0 \quad (126)$$

解析モデルは 2 つ振動モードをもつから、対応する特性方程式は式(128)になる。

$$(s^2 + 2h_1\omega_1 s + \omega_1^2)(s^2 + 2h_2\omega_2 s + \omega_2^2) = 0 \quad (127)$$

$$s^4 + 2(h_1\omega_1 + 2h_2\omega_2)s^3 + (\omega_1^2 + 4h_1h_2\omega_1\omega_2 + \omega_2^2)s^2 + 2\omega_1\omega_2(h_2\omega_1 + h_1\omega_2)s + \omega_1^2\omega_2^2 = 0 \quad (128)$$

目標とする特性方程式(128)に系の特性方程式(125)を一致させる条件は、

$$h_1\omega_1 + h_2\omega_2 = (1+\mu)h_I\omega_I \quad (129)$$

$$\omega_1^2 + 4h_1h_2\omega_1\omega_2 + \omega_2^2 = (1+\mu)(\omega_S^2 + \omega_I^2) \quad (130)$$

$$\omega_1\omega_2(h_2\omega_1 + h_1\omega_2) = (1+\mu)h_I\omega_I\omega_S^2 \quad (131)$$

$$\omega_1^2\omega_2^2 = (1+\mu)\omega_S^2\omega_I^2 \quad (132)$$

式(131)と式(132)からは、トレードオフ関係式(118)を誘導できる。

これらを未定パラメータに関して解くと、以下の 4 式が得られる。

$$\omega_S^2 = \frac{h_1\omega_2^3 + h_2\omega_1^3}{(1+\mu)(h_1\omega_2 + h_2\omega_1)} + \frac{4h_1h_2\omega_1\omega_2}{1+\mu} \quad (133)$$

$$\omega_I^2 = \frac{\omega_1^2\omega_2^2}{\frac{h_1\omega_2^3 + h_2\omega_1^3}{h_1\omega_2 + h_2\omega_1} + 4h_1h_2\omega_1\omega_2} \quad (134)$$

$$h_I = \left(\frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2}\right) \sqrt{\frac{\omega_1^2\omega_2^2}{\frac{h_1\omega_2^3 + h_2\omega_1^3}{h_1\omega_2 + h_2\omega_1} + 4h_1h_2\omega_1\omega_2}} \quad (135)$$

$$\mu = \frac{(h_1\omega_1 + h_2\omega_2) \left(\frac{h_1\omega_2^3 + h_2\omega_1^3}{h_1\omega_2 + h_2\omega_1} + 4h_1h_2\omega_1\omega_2 \right)}{\omega_1\omega_2(h_1\omega_2 + h_2\omega_1)} - 1 \quad (136)$$

ここで、中間層免震の第 2 章で得た式との整合性を確認する。中間層免震で最下質点なくなると考えれば、 ω_D はゼロである。中間層免震より上の構造物単体の固有円振動数 ω_U は ω_S に置き換えられる。 μ_D は下部構造物の質点に対する他の 2 質点の質量和の比であったから、これは 2DOF ではゼロに置き換える。 μ_U は中間層免震層直上階に対する上部構造物の質量比であったから、これは 2DOF 系では μ に置き換えることができる。この置き換えを記号で整理すると、

$$\omega_D \rightarrow 0, \quad \omega_U \rightarrow \omega_S, \quad \mu_D \rightarrow 0, \quad \mu_U \rightarrow \mu \quad (137)$$

この置き換えを式(17)から式(20)の右辺に適用する。2DOF では 3 次モードは存在しないから、これらの式の左辺で ω_3 をゼロとくと、最初の 4 式は

$$h_1\omega_1 + h_2\omega_2 = (1+\mu_U + \mu_D)h_I\omega_I \quad (138)$$

$$\omega_1^2 + 4h_1h_2\omega_1\omega_2 + \omega_2^2 = (1+\mu_U)\omega_U^2 + (1+\mu_U + \mu_D)\omega_I^2 + \omega_D^2 \quad (139)$$

$$\omega_1\omega_2(h_2\omega_1 + h_1\omega_2) = h_I\omega_I[(1+\mu_U)(1+\mu_D)\omega_U^2 + (1+\mu_U)\omega_D^2] \quad (140)$$

$$\omega_1^2\omega_2^2 = (1+\mu_U)(1+\mu_D)\omega_U^2\omega_I^2 + (1+\mu_U)(\omega_U^2 + \omega_I^2)\omega_D^2 \quad (141)$$

上記の 4 式に式(137)の置き換えを行うと、中間層免震で得た式から、式(129)から式(132)までを誘導できる。

5.2 同調型マスダンパ

前節と同様に、Fig.4 (b) に示す 1 自由度系非減衰建物に TMD を設置した 1 本棒 2 自由度系モデルを考える。その地震時の運動方程式を下式で表現する。

$$\begin{bmatrix} m_T & 0 \\ 0 & m_S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_T \\ \ddot{x}_S \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_T & -c_T \\ -c_T & c_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_T \\ \dot{x}_S \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_T & -k_T \\ -k_T & k_T + k_S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_T \\ x_S \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_T & 0 \\ 0 & m_S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0 \quad (142)$$

ここに、

m_S : 建物の質点の質量

m_T : TMD の質点の質量

k_S : 建物せん断剛性

k_T : TMD と建物の質点の間の水平バネ

c_T : TMD のダンパの減衰係数

x_S : 建物の質点の固定端からの変位

x_T : TMD の建物固定端からの変位

以下のパラメータを導入して、式(142)を書き直す。

ω_S : 建物単体の固有円振動数

ω_T : TMD 単体の固有円振動数

h_T : TMD 単体の減衰比

μ : TMD の建物に対する質量比

導入したパラメータの式(142)で利用したパラメータとの関係は、

$$\omega_S^2 = \frac{k_S}{m_S}, \quad \omega_T^2 = \frac{k_T}{m_T} \quad (143)$$

$$2h_T\omega_T = \frac{c_T}{m_T} \quad (144)$$

$$\mu = \frac{m_T}{m_S} \quad (145)$$

である．新たに導入したパラメータで運動方程式 (142) を書き直し，さらに状態方程式として表現する．

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_T \\ \ddot{x}_S \\ \dot{x}_T \\ \dot{x}_S \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -2h_T\omega_T & 2h_T\omega_T & -\omega_T^2 & \omega_T^2 \\ 2\mu h_T\omega_T & -2\mu h_T\omega_T & \mu\omega_T^2 & -\mu\omega_T^2 - \omega_S^2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_T \\ \dot{x}_S \\ x_T \\ x_S \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{y}_0 \quad (146)$$

上記の状態方程式から，対応する極を求める特性方程式は式(147)となる．

$$\begin{vmatrix} -2h_T\omega_T - s & 2h_T\omega_T & -\omega_T^2 & \omega_T^2 \\ 2\mu h_T\omega_T & -2\mu h_T\omega_T - s & \mu\omega_T^2 & -\mu\omega_T^2 - \omega_S^2 \\ 1 & 0 & -s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -s \end{vmatrix} = 0 \quad (147)$$

$$s^4 + 2h_T\omega_T(1+\mu)s^3 + [(1+\mu)\omega_T^2 + \omega_S^2]s^2 + 2h_T\omega_T\omega_S^2 + \omega_T^2\omega_S^2 = 0 \quad (148)$$

目標とする特性方程式 (128) に系の特性方程式 (148) を一致させる条件は，

$$h_1\omega_1 + h_2\omega_2 = (1+\mu)h_T\omega_T \quad (149)$$

$$\omega_1^2 + 4h_1h_2\omega_1\omega_2 + \omega_2^2 = (1+\mu)\omega_T^2 + \omega_S^2 \quad (150)$$

$$\omega_1\omega_2(h_2\omega_1 + h_1\omega_2) = h_T\omega_T\omega_S^2 \quad (151)$$

$$\omega_1^2\omega_2^2 = \omega_T^2\omega_S^2 \quad (152)$$

式(151)と式(152)からは，トレードオフ関係式(119)を誘導できる．

これらを未定パラメータに関して解くと，以下の4式が得られる．

$$\omega_s = \sqrt{\frac{h_1\omega_2^3 + h_2\omega_1^3}{h_1\omega_2 + h_2\omega_1} + 4h_1h_2\omega_1\omega_2} \quad (153)$$

$$\omega_T = \sqrt{\frac{\omega_1^2\omega_2^2}{\frac{h_1\omega_2^3 + h_2\omega_1^3}{h_1\omega_2 + h_2\omega_1} + 4h_1h_2\omega_1\omega_2}} \quad (154)$$

$$h_T = \left(\frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2}\right) \sqrt{\frac{\omega_1^2\omega_2^2}{\frac{h_1\omega_2^3 + h_2\omega_1^3}{h_1\omega_2 + h_2\omega_1} + 4h_1h_2\omega_1\omega_2}} \quad (155)$$

$$\mu = \frac{(h_1\omega_1 + h_2\omega_2) \left(\frac{h_1\omega_2^3 + h_2\omega_1^3}{h_1\omega_2 + h_2\omega_1} + 4h_1h_2\omega_1\omega_2 \right)}{\omega_1\omega_2(h_1\omega_2 + h_2\omega_1)} - 1 \quad (156)$$

前節と同じ方法で中間層免震の第2章で得た式との整合性を確認する． ω_I と h_I は TMD の記号として，それぞれ ω_T と h_T に置き換えることができる．中間層免震では， μ_U は中間層免震層直上階に対する上部

構造物の質量比であったから，中間層免震直上階の質量を TMD の質量と考えれば，ゼロに置き換えることができる． μ_D は下部構造物の質点に対する他の2質点の質量和の比であったから，これは 2DOF 系では建物に対する TMD の質量比 μ に置き換える．中間層免震より下の構造物単体の固有円振動数 ω_D は ω_S に置き換えられ，中間層免震モデルの最上質点はないので ω_U はゼロである．この置き換えを記号で整理すると

$$\begin{aligned} \omega_I &\rightarrow \omega_T, & h_I &\rightarrow h_T, & \mu_U &\rightarrow 0, & \mu_D &\rightarrow \mu, \\ \omega_D &\rightarrow \omega_S, & \omega_U &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad (157)$$

この置き換えを式(138)から式(141)に適用すると4式は，中間層免震で得た式に基づいて式(149)から式(152)までを誘導できる．

6. 中間層免震によるモード間のトレードオフ関係の考察

第2章から第5章では，基礎免震，中間層免震および TMD による制振で，モデルが 3DOF か 2DOF に関係なく，共通のモード間のトレードオフ関係があることを示した．本章では，振動特性が複雑な中間層免震を取り上げ，その関係式を数値解析により具体的に説明する．

6.1 検証に用いる10自由度系モデル

Fig.5に，トレードオフ関係式(23)の検証に用いる10質点10自由度系（以下，10DOFと略す）せん断振動型建物モデルを示す．このモデルは，中間免震層の上下に5質点5自由度系の2つの部分構造物を持ち，中間免震層にはアイソレータとダンパが設置されている．このモデルは，中間層免震固有の特性として，上部構造物と下部構造物のモード連成効果があることを指摘した文献(小林・洪, 2004; Kobayashi and Koh, 2008) が示しているモデルに準じている．

Table 1は，10DOFモデルのパラメータを示す．パラメータ各質点の質量は $1.0 \times 10^6 \text{kg}$ で固定する． k_6 と c_6 はそれぞれアイソレータのせん断剛性とダンパの減衰係数で， $12,337 \text{kN/m}$ と $3,142 \text{kNs/m}$ に固定する．その結果，上部構造物を剛体とした際の中間免震層の固有振動数は 0.25Hz ，ダンパの減衰比は 20% となる．構造物の他のすべてのパラメータは層ごとのせん断剛性と減衰係数であり，下部構造物に関する値は固定する．

k_1 から k_5 は下部構造物のせん断剛性で，下部構造物単体の1次固有振動数が 2.0Hz になるように設定されている．下部構造物の減衰係数 c_1 から c_5 は，下部構造

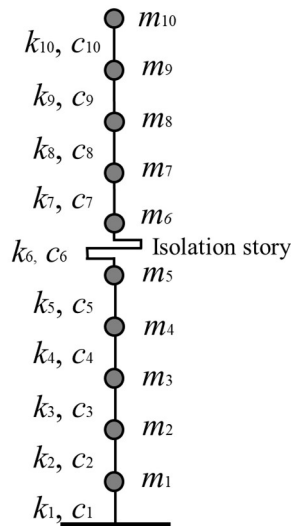


Fig.5 10DOF model to verify Equation (23)

Story	Stiffness k_i (kN/m)			Damping ratio
	Model A	Model B	Model C	
10	310,870	388,340	907,120	2% in 2nd local mode
9	318,720	397,170	914,960	
8	328,520	406,980	921,830	
7	338,330	416,780	931,630	
6	12,337 (Isolator)			20% at 0.25Hz
5	1,814,200			2% in 1st local mode
4	1,853,460			
3	1,902,490			
2	1,961,330			
1	2,010,360			

物単体の1次固有モード（固有振動数2.0Hz）に対して2%を与える内部粘性型（剛性比例型）とする。

上部構造物には、固有振動数が異なる3種類のモデルを想定する。上部構造物単体の2次固有振動数は、モデルAでは1.8Hz、モデルBでは2.0Hz、モデルCでは3.0Hzとする。なお、上部構造物単体の1次モードは免震層が変形する卓越モードである。したがって、免震層を除く上部構造物の下部構造物に対する卓越固有振動数比は、モデルAで0.9（1.8Hz/2.0Hz）、モデルBで1.0（2.0Hz/2.0Hz）、モデルCで1.5（3.0Hz/2.0Hz）となる。上部構造物の減衰も内部粘性型を仮定し、上部構造物の2次モードに対して2%を与える。

Fig.6に3次までのモード形を刺激関数として示し、Table 2に5次までの固有振動数とモード減衰比を示す。Kobayashi and Koh（2008）と同様に、モード形は質量と剛性の行列による固有値問題で得ている。

すべてのモデルの1次モードで、中間免震層の第6層の変形が大きい。モデルAでは3次モードが下部構造物の卓越モードであり、2次と3次のモードは互い

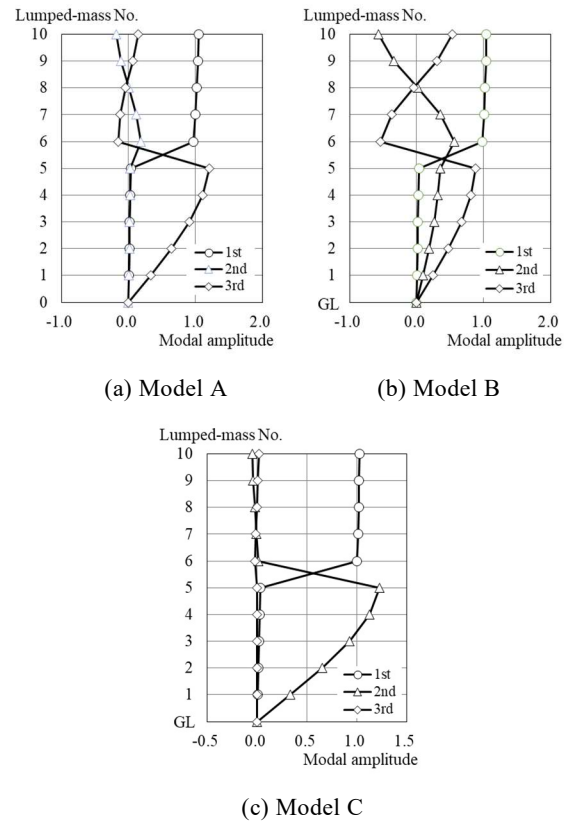


Fig.6 Modal shapes of three 10DOF models

Mode	Model A		Model B		Model C	
	Freq. (Hz)	Damp. (%)	Freq. (Hz)	Damp. (%)	Freq. (Hz)	Damp. (%)
1	0.242	17.9	0.243	18.2	0.245	18.7
2	1.830	5.2	1.985	2.0	2.033	6.4
3	1.997	8.0	2.043	10.7	2.992	5.1
4	3.371	5.7	3.756	5.5	5.686	4.5
5	4.636	5.9	5.167	5.9	5.754	7.6

に振幅方向が反転している。免震層より上で似たモード形が認められるが、中間免震層の変形は2次モードよりも3次モードが大きい。モデルBでも、モデルAと同様のモード形が認められる。しかしながら、2次と3次モードの上部構造物の振幅はモデルAよりもかなり大きい。モデルAと比較すると、2次モードで下部構造物の揺れが大きい。モデルCは最も単純なモード間の関係で、免震層、上部構造物および下部構造物の卓越モードが独立している。上部構造物は2次と3次のモードで刺激されていない。これらの現象は、すでに小林・洪（2004）とKobayashi and Koh（2008）の文献で示されている。

免震層の変形が小さい場合には、例えば大容量のダンパを取り付けても、層間速度に対して作用するダンパの効果は小さい。それは、Table 2でモデルBの2次モード減衰比の低さ2.0%として確認できる。これ

がいわゆる中間層免震で指摘されている上部構造物と下部構造物の動的相互作用問題である。

6.2 トレードオフ関係式の検証

f_I をアイソレータの固有振動数, f_i を i 次モードの固有振動数とおけば, 式(23)を固有円振動数ではなく固有振動数で書き直すことができる。

$$\frac{h_I}{f_I} = \frac{h_1}{f_1} + \frac{h_2}{f_2} + \frac{h_3}{f_3} \quad (158)$$

この式の妥当性をTable 2の値で確認する。

アイソレータの固有振動数 f_I と免震層のダンパの減衰比 h_I は, それぞれ0.25Hzと20%である。これらの値から式(158)の左辺は80.00 (=20/0.25, 単位: %/Hz) となる。次に, Table 2の3次までの振動モードの固有振動数とモード減衰比を用いて右辺を計算すると, モデルAでは80.99, モデルBでは81.04, モデルCでは81.07となる。右辺のこれらの数値は左辺とほぼ一致しており, 式(158)は高い精度で10DOFモデルの基本特性を表現している。そして, 1.1節で紹介したように, 建物全体系の1次固有振動数とモード減衰は, 免震層のみの固有振動数と減衰にほぼ等しい。実際, 3つのモデルの1次モードの固有振動数と減衰比は, 免震層の0.25Hzと20%に近い値になっている。

構造設計では, 免震装置(アイソレータとダンパ)を仮定しないと時刻歴応答解析を行うことができない。この仮定は, 式(23)または式(158)の左辺を先に決めることを意味する。総和が先に決まるので, 右辺の3つの項では総和をどのように分配するのかが問題となる。これが式(23)をモード間のトレードオフ関係と呼ぶ理由である。ある項の値を大きくすることは, 他の項の値を小さくすることである。現実には, 免震層の卓越振動モードとなる1次モードに関する項が右辺では支配的なため, 2次と3次のモード間でトレードオフ関係が成り立つ。Table 2では2次モードと3次モードの減衰比の和は10数%でほぼ一定であるが, モード減衰比は3つのモデルでかなり異なっている現象として現れている。

式(23)自体は, 中間層免震の設計で二つの設計のアプローチを示している。第一のアプローチは, 免震装置を先に決める, すなわち左辺を先に決める方法であり, 第二のアプローチは振動モード情報である右辺を先に決め, それを達成する免震装置を後から決める方法である。いずれの場合も先に仮定した値を見直す試行錯誤は必要である。しかしながら,

実際の設計では, 上部構造物と下部構造物の固有振動数を勝手に決めることは難しい場合が多い。

6.3 第2章で示した3DOFモデルの検証

Table 2 に示す3次までのモードの固有振動数と減衰を使って, 6つの未知パラメータ ω_U , ω_I , ω_D , h_I , μ_U および μ_D を求め, それに基づくモード形を描いた結果が Fig.7 である。図で縦軸に示す数字は, 1が下部質点, 2が中間質点, 3が上部質点を意味する。それに対応する質量比はTable 3に示す。

式(42)から式(45)に示す2つの解は, 目標とする極配置で2次と3次モードが上部構造物と下部構造物のどちらでも実現できることを意味していた。そこで, 3つのモデルで2つずつモード形を示す。

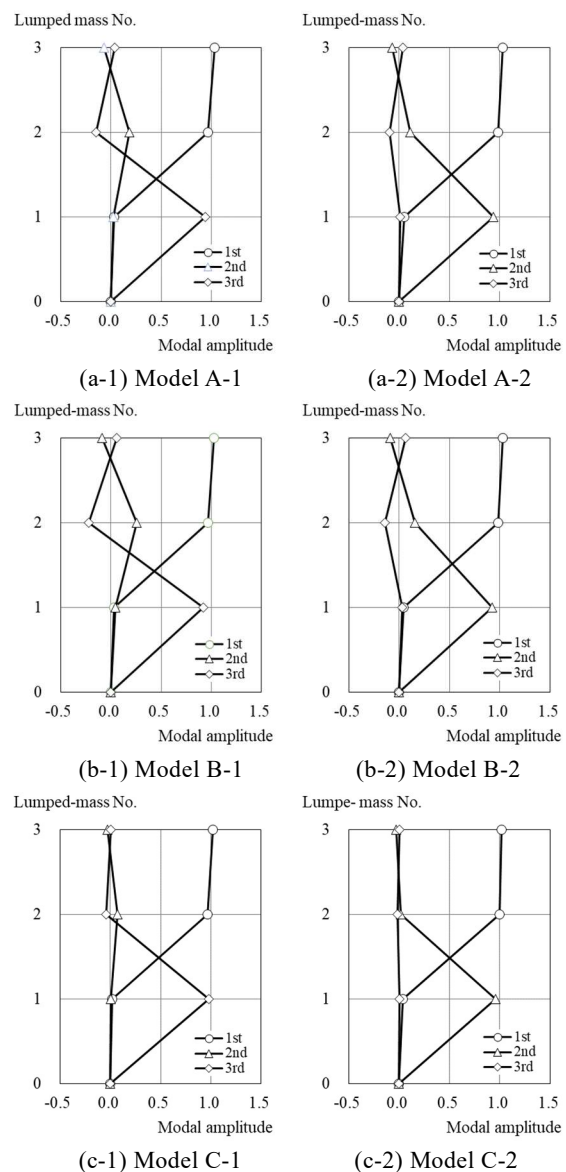


Fig.7 Modal shapes of three simplified 3DOF models

Table 3 Mass ratios corresponding to Fig.7

Mass	Model A		Model B		Model C	
	A-1	A-2	B-1	B-2	C-1	C-2
3:Upper	1.67	1.75	1.63	1.87	2.03	1.90
2:Middle	0.67	0.75	0.60	0.83	0.79	0.68
1:Lower			1.00			

Fig.7 (a-1)が示すモデルA-1では、2次モードは上部構造物の卓越モード、3次が下部構造物の卓越モードである。Fig.7 (a-2)が示すモデルA-2では、2次モードが下部構造物の卓越モード、3次が上部構造物の卓越モードである。2種類のモード形が存在するが、ともに同じ極（制御効果）を達成している。同様の組はモデルBとCでも見られる。しかしながら、同一種類のモデルでは、モデルA-1、モデルB-1およびモデルC-2が、対をなすモデルA-2、モデルB-2およびモデルC-2よりも10DOFモデルに対応している。

Table 3もFig.7に対応して、モデルの2種類の可能性を示している。質量比の計算には式(4)から誘導した

$$m_U : m_I : m_D = \frac{\mu_U \mu_D}{1 + \mu_U} : \frac{\mu_D}{1 + \mu_U} : 1 \quad (159)$$

を用いた。第2章では m_I を中間免震層直上の階を表す質点の質量と定義したが、一つの階という定義よりも値がかなり大きい。 m_I は中間層直上で上部構造物を表現する質点より下の質点の等価質量として考える方が適切である。

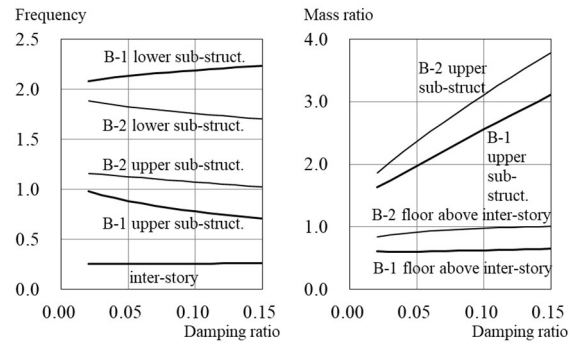
6.4 モデルBの低いモード減衰の改善

Table 2では、モデルBで2次モードの減衰比が2%で、この値は他と比較して著しく小さい。これは、中間層免震で上部構造物が下部構造物に共振することで生じている。入力地震動が2次モードを励起させる成分を相対的に多く含んでいると、中間免震層のダンパの働きが小さく、上部構造物は低い減衰の影響を受けることになる。本節では、この減衰の低い値を2次モードの目標減衰比を大きくすることで改善することを試みる。

Table 2に示される3つの固有振動数を0.243Hz、1.985Hzおよび2.043Hzに固定し、1次と3次のモードの減衰比18.2%と10.7%も固定して、2次モードの減衰比だけを増加させた結果をFig.8(a)に示す。横軸は2次モードの減衰比であり、他のパラメータがどのように変動するのかを調べている。

モデルB-1では、減衰の増加に伴い上部構造物単体の固有円振動数 ω_U が低下し、下部構造物単体の固有円振動数 ω_D が増加している。モデルB-2では、これら2つの固有円振動数は低下している。2つのモデル

でアイソレータの固有振動数は ω_I はほぼ一定である。



(a) Frequencies

(b) Mass ratios

Fig.8 Variations in natural frequencies and mass ratios with increase of damping ratio in the second mode of Model B

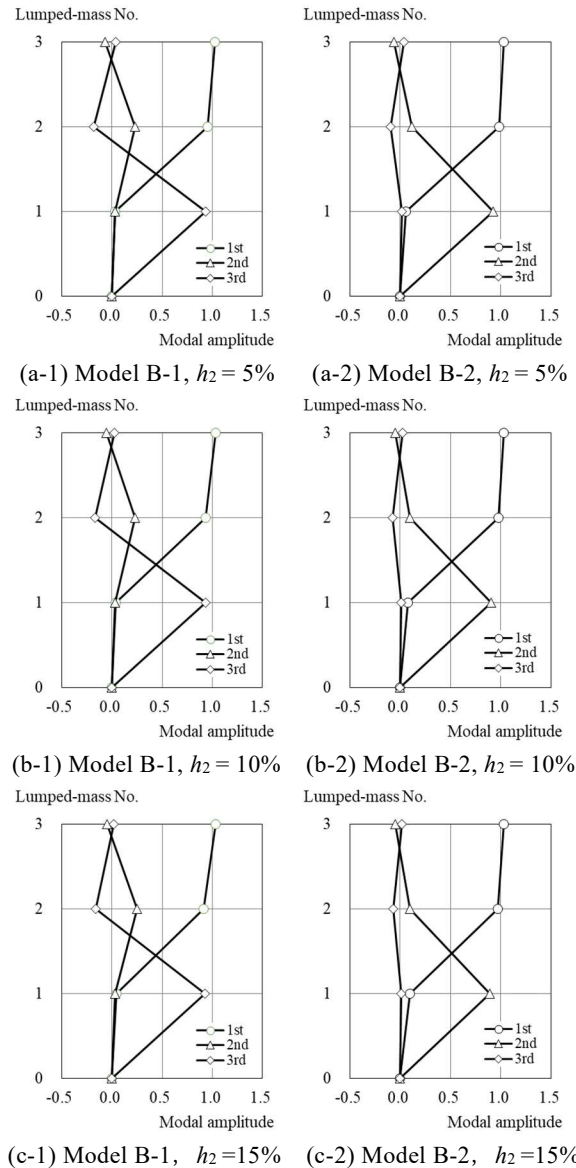
(c-1) Model B-1, $h_2=15\%$ (c-2) Model B-2, $h_2=15\%$

Fig.9 Modal shapes of three simplified 3DOF models

Fig.8(b)に示す質量比では、2つのモデルとも上部構造物の質量比が増加している。 ω_U が下がり上部構造物の下部構造物に対する質量比が増加することは、中間層免震の高さ方向の位置が徐々に下がることであり、基礎免震に近づくことを意味する。また、上部構造物を柔らかくして、2次モードに減衰を与えていると理解することもできる。式(158)の右辺は減衰を増加させる手段を暗示している。分母にある固有振動数を低くすれば、分子にある減衰比は見かけ上は増加する。これもトレードオフ関係から予測できる。

Fig.9は2次モード減衰比が5%、10%および15%の時をFig.8から選び、その時のモード形を描いている。Fig.7と同様に一对のモデルのモード形を示しているが、一对のモデルで大きな違いは見られない。

7. 同調型マスダンパの設計法の改善

定点理論に基づけば、TMDの最適同調振動数と最適減衰比はそれぞれ式(160)と式(161)である。なお、最適減衰比は、TMD単体の固有振動数で定義している。

$$\text{最適同調} \quad \frac{\omega_T}{\omega_S} = \frac{1}{1+\mu} \quad (160)$$

$$\text{最適減衰} \quad h_T = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} \quad (161)$$

Fig.10に、構造物を調和加振した際の構造物の静的変位に対する動変位の周波数伝達関数を示す。2つの定点は円振動数(162)で表現できる(Den Hartog, 1956)。図の縦軸方向の破線は、質量比0.01に対応する固有振動数を示している。

$$\omega_{1,2} = \omega_S \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{\frac{\mu}{2+\mu}}}{1+\mu}} \quad (162)$$

上記の円振動数に対応する固有モード形は、例えば質量比 μ が0.01の場合にはFig.11となり、2つの固有モードを、構造物の卓越モードとTMDの卓越モードに分けることはできない。

定点で伝達関数の高さが同じであるから、対応する2つのモードで減衰比 h (制御目標)を同じにする。

$$h = h_1 = h_2 \quad (163)$$

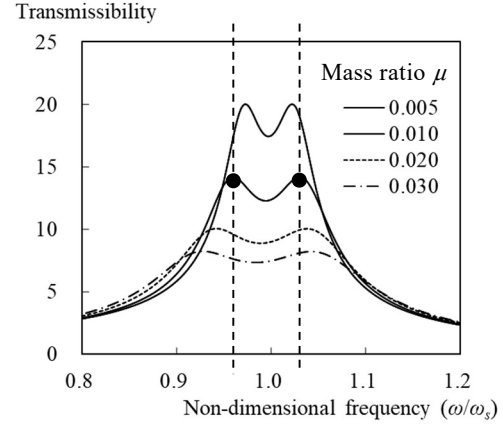


Fig.10 Frequency transmissibilities of dynamic displacement of structure to its static displacement

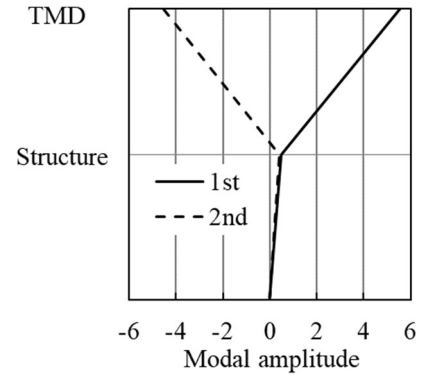


Fig.11 Modal shapes for 2DOF model ($\mu = 0.01$)

Damping ratio h (Control effect)

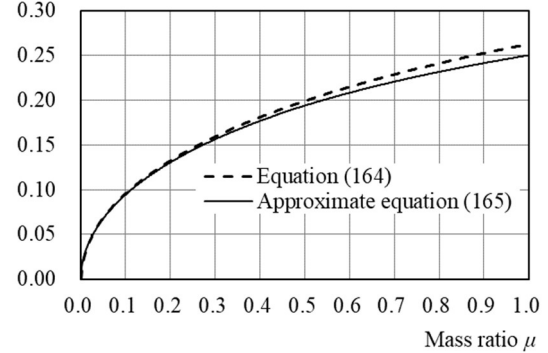


Fig.12 Approximation of Equation (165) in additional damping ratios with respect to TMD mass ratio

式(160)から式(163)までを式(119)に代入して、 h に対して解くと、

$$h = \frac{\sqrt{\frac{3\mu}{4(2+\mu)}}}{\sqrt{1 - \sqrt{\frac{\mu}{2+\mu}}} + \sqrt{1 + \sqrt{\frac{\mu}{2+\mu}}}} \quad (164)$$

が得られる。この式はやや複雑であるので Tayler 展開で 1 次の項までを考慮すると、以下の近似式が得られる (Ikeda, 2021)

$$h = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3\mu}{2+\mu}} \quad (165)$$

これを質量比に対して解くと、建物に与えたい減衰 h (制御目標) から TMD の質量比が得られる。

$$\mu = \frac{32h^2}{3-16h^2} \quad (166)$$

上式を使えば、質量比を先に決めて構造物の減衰を試行錯誤で得るという従来の設計が改善される。

8. まとめ

3DOFせん断振動型モデルに極配置法を適用して、基礎免震、中間層免震およびTMDによる制振のいずれにおいても、3つの固有モードの間に共通の関係式が成立することを明らかにした。同じ関係式は、基礎免震とTMDによる制振を2DOFモデルで表現した場合にも成立した。

免震層を挟んだ上部構造物と下部構造物のモード連成効果により、中間層免震が基礎免震に比較して複雑な動特性を示すことはすでに指摘されていた。誘導した閉じた数式表現は、免震装置の固有振動数とダンバが、どのような上下構造物の卓越固有振動数と制御目標に関係しているのかを説明しており、中間層免震固有の現象をよく表現していた。基礎免震やTMDによる制振でも成立する関係式は、制御効果におけるモード間のトレードオフ関係を統一的に理解する表現であった。

2DOFモデルのモード間の関係式を、TMDの最適な固有振動数と減衰を決定する定点理論に結び付けると、TMDの構造物に対する質量比を構造物に与える減衰で表すことができた。その結果、TMDの質量比を先に決めてから制御効果を調べ、効果が目標に達しない場合には質量比を再設定するという試行錯誤的な設計が改善された。

参考文献

池田芳樹 (2021) : 建物の基礎免震、中間層免震および同調型マスダンパによる制振の統一的な有効性評価, 令和2年度京都大学防災研究所研究発表講演会, 講演番号A301.

小倉桂治・高山正春・辻田修・木村雄一・和田章 (1999) : 中間層免震建物の地震応答, 日本建築学会構造系論文集, 第516号, pp.99-104.

小倉桂治・前沢澄夫・辻田修・小林淳・中田宣男 (1997) : 中間階および基礎における免震レトロフィット工事—構造設計, 日本建築学会技術報告集, 第5号, pp.37-41.

金子健作 (2015) : 下部構造の変位低減に着目した中間層免震構造の多目的地震応答制御, 日本建築学会構造系論文集, 第718号, pp.1869-1879.

小林正人・洪忠憲 (2002) : 中間層免震構造の地震応答予測と耐震性能, 日本建築学会構造系論文集, 第558号, pp.109-116.

小林正人・洪忠憲 (2004) : 固有値解析およびブランドム応答解析による中間層免震構造のモード連成作用効果の分析, 日本建築学会学術講演梗概集B-2構造II, pp.333-334.

小林正人・洪忠憲 (2005) : 中間層免震構造の地震応答予測と動的設計手法の合理化, 日本建築学会構造系論文集, 第592号, pp.51-57.

小林正人・佐々木大輔 (2009) : 中間層免震建物の設計事例のデータベース化と地震応答予測式に基づく構造特性評価, 日本建築学会技術報告集, 第29号, pp.65-70.

廣谷直也・秦一平 (2018) : 中間層免震を用いたBMDシステムに関する研究—応答性能設計図表を用いた設計手法—, 日本建築学会構造系論文集, 第753巻, pp.1573-1582.

村上勝英・北村春幸・小崎均・山梨知彦 (1999) : 中間階に免震層を持つ建物の設計, 日本建築学会技術報告集, 第7号, pp.51-56.

村上勝英・北村春幸・松島豊 (2001) : 2質点系中間層免震構造モデルの地震応答予測, 日本建築学会構造系論文集, 第549号, pp.51-58.

山下忠道・向井洋一・井上豊 (2005) : 中間階に免震装置を設置した建物における免震層の上部—下部構造の応答の連成と制御に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第591号, pp.35-42.

Anajafi, H. and Medina, R.A. (2017): Partial mass isolation system for seismic vibration control of buildings, *Struc. Cont. and Health Monitoring*, Vol.25, Issue 2, Article ID e2088, 16 pages.

Argenziano, M., Faiella, D., Fraldi, M. and Mele, E. (2019): Optimum tuning frequency and damping ratios in inter-story isolation systems (non-conventional TMDs): A closed form solution, *Atti del XVIII Convegno ANIDIS L'ingegneria Sismica in Italia 2019 (Ascoli Piceno)*, SS01, pp.190-197.

Crandall, S.E. and Mark, W.D. (1963): *Random*

- Vibration in Mechanical Systems (2nd Edition), Academic Press, pp.80-101.
- Den Hartog, J.P. (1956): Mechanical Vibrations (4th Edition), McGraw-Hill, pp.87-106.
- Ikeda, Y. (2021): Fundamental equation based on pole allocation for interstory seismic isolation of buildings, *Struct. Cont. and Health Monitoring*, Vol.28, Issue 3, 19 pages.
- Kelly, J.M. (1997): Earthquake-resistant Design with Rubber (2nd Edition), Springer-Verlag London, pp. 43-58.
- Kobayashi, M. and Koh, T. (2008): Modal coupling effects of mid-story isolated buildings, *Proc. of 14th World Conf. on Earthquake Eng. 2008 (Beijing, China)*, Article ID 05-01-0230, 8 pages.
- Loh, C.-H., Weng, J.-H., Chen, C.-H. and Lu, K.-C. (2013): System identification of mid-story isolation building using both ambient and earthquake response data, *Struct. Cont. and Health Monitoring*, Vol.20, Issue 2, pp.139-155.
- Meirovitch, L. (1990): Dynamics and Control of Structures, John Wiley & Sons, 1990. pp.183-185.
- Mele, E. and Faiella, D. (2018): Inter-story isolation systems (IIS) for tall buildings: Design consideration, *CTBUH Journal* 2018, Issue II, pp.34-41, 2018.
- Moriizumi, E. and Kobayashi, M. (2012): Study on earthquake response considered vibration characteristics of superstructure and substructure of seismically isolated buildings, *Proc. of 15th World Conf. on Earthquake Eng. 2012 (Lisbon, Portugal)*, Article ID 1792, 10 pages.
- Murakami, K., Kitamura, H., Ozaki, H. and Teramoto, T.(2000): Design and analysis of a building with the middle-story isolation structural system, *Proc. of 12th World Conf. on Earthquake Eng. 2000 (Auckland, New Zealand)*, Article ID 0857, 8 pages.
- Nakamizo, D. and Koitabashi, Y.(2018): Structural design of mid-story isolated high-rise building -Roppongi Grand Tower-, *Int. J. of High-rise Buildings*, Vol.7, No.3, pp.233-242.
- Sueoka, T. Torii, S. and Tsuneki, Y. (2004): The application of response control design using middle-story isolation system to high-rise building, *Proc. of 13th World Conf. on Earthquake Eng. 2004 (Vancouver, Canada)*, Article ID 3457, 15 pages.
- Tsuneki, Y., Torii, S., Murakami, K. and Sueoka, T. (2008): Middle-story isolated structural system of high-rise building, *Proc. of 14th World Conf. on Earthquake Eng. 2008 (Beijing, China)*, Article ID S05-01-0238, 8 pages.
- Wang, S.-J., Chang, K.-C., Hwang, J.-S. and Lee, B.-H. (2011): Simplified analysis of mid-story seismically isolated buildings, *Earthquake Eng. & Struct. Dyn.*, Vol.40, Issue 2, pp.119-133.
- Wang, S.-J., Hwang, J.-S., Chang, K.-C., Lin, M.-H. and Lee, B.-H. (2013): Analytical and experimental studies on midstory isolated buildings with modal coupling effect. *Earthquake Eng. & Struct. Dyn.*, Vol.42, Issue 2, pp.201-219.
- Warburton, G.B. (1982): Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters, *Earthquake Eng. & Struct. Dyn.*, Vol.10, Issue 3, pp.381-401.
- Zhang, R., Phillip, B.M., Taniguchi, S. Ikenaga, M. and Ikago, K. (2017): Shake table real-time hybrid simulation techniques for the performance evaluation of buildings with inter-story isolation, *Struct. Cont. and Health Monitoring*, Vol.24, Issue 10, Article ID e1971, 19 pages.

(論文受理日：2021年5月13日)