

R-O型弾塑性建築架構の応答解析

小堀 鐸二・南井良一郎・藤原 悌三

RESPONSE ANALYSIS OF ELASTO-PLASTIC FRAME STRUCTURE WITH RAMBERG-OSGOOD CHARACTERISTICS

By *Takuji KOBORI, Ryoichiro MINAI and Teizo FUJIWARA*

Synopsis

In the aseismic design of middle or short height structures, we must take into consideration more than in that of high rise building, because of their frequency characteristics, such as structure-foundation interaction, strong plastic behavior, initial gravity effects, combined force interaction etc.

The detailed response analysis of complex structural models with bilinear hysteretic local joints neglecting structure-foundation interaction was studied considering the interaction between moment and axial force of these fixed local joints in our previous paper.

The object of this research is to establish a method of dynamic analysis of inelastic frame structures composed of the members with Ramberg-Osgood type hysteretic characteristics considering the above interaction effects. Three-story, single bay undamped frame structural models loaded at the midspan of each girder subjected to the S82°E component of the 1933, Vernon earthquake accelerogram are analyzed and some interesting results are obtained.

1. ま え が き

高層建築物の如く地震波応答スペクトルの小さくなる、固有周期の長い構造物については、今日までの地震応答計算結果から指摘されるように、将来、かなり強い地震が作用すると考えても、なお、弾性あるいは微小な塑性範囲に地震応答が収まるように構造物の設計を行なうことが可能であると一般に考えられているが、一方我国において最も需要の多い中高層乃至は低層の建築物、すなわち、その固有周波数が入力地震波の周波数特性のパワーの強い周波数領域に包含されるような通常の建物では、かなり強い塑性挙動を示すことが理論的にも明らかにされており、また、最近の地震被害情況もそれを裏付けている。勿論、そのような建物についても弾性域に収まるように設計することが不可能ではなく、例えば、原子炉施設の如きは充分な安全性を保たねばならないが、一般的には、建物の部分的な破壊は許容しても全体的な崩壊には至らしめないように設計することが経済的な観点からも、また、建築物の機能上の寿命と強震の再帰年数との関連の上でも妥当な設計法であると考えられる¹⁾。しかるに、これら高い固有振動数を持つ建築物はその建設地盤の周波数特性の影響を強く受けるとともに、入力自身の影響が微妙に地震応答に表われるため、一般性のある適正な耐震設計法を確立するに至っていないのが現状であり、本報ではこれら種々の重要な問題のうち主として上部構造物の弾塑性地震応答解析法について、所謂質点系モデルではなく局所的な耐震安全性の尺度に関連した、より直接的な構造物モデルを対象として論ずる。筆者らは1966年に建築架構を構成する各部材端部に bilinear な履歴特性をもつ有限巾のジョイント領域を想定した地震応答解析法を提案し²⁾、その後、軸方向力や二方向曲げモーメントが同時に作用する場合に発展させる^{3)~5)}とともに数値計算結果から種々の検討を加えてきた。一方、S.C. Goel は1967年に梁部材の任意断面に Ramberg-Osgood 型の曲げモーメントと曲率の関係を与え、一層間架構が逆対称変形をすると仮定して柱弾性の地震応答を求めている⁶⁾。最近

では, R.D. Hanson, R.S. Fan が部材断面に tri-linear な応力・歪関係を与え, プレースを含む高層架構を対象に step by step の数値積分を行なって複雑な架構の能率のよい計算法を模索している⁷⁾。この方法は材料の力学的性質が tri-linear で表現される場合には忠実に解析を行ない得るが動的応答を求めるにはかなり複雑であり, また材料が curvilinear な性質を有する鉄筋コンクリート構造物等の場合には適用できない。また, 鉛直荷重を考慮する場合には逆対称変形の仮定が成立しないし柱の安全性の検討が S.C. Goel の場合は不十分である。

本論文では, 対象とする建築架構の梁部材の任意断面に Ramberg-Osgood 型の曲げモーメントと曲率の関係を導入し, 梁中間に荷重が作用する場合も含めた非線形撓角法公式を増分形式で表現し, 柱部材については同様な関係式を軸方向力と曲げモーメントが同時に作用する場合に適用することにより, 非弾性部材から構成される架構の地震応答解析法を導くとともに, 梁材中央に集中荷重が作用する三層一開間架構に Vernon 型地震入力を想定したときの数値解析例を二, 三示し, その結果に若干の考察を加える。

2. 解析の方法

2.1 基礎方程式

質量が各層床位置に集中するプレースのない建築架構に水平地震が作用した場合の無次元基礎運動方程式は (1) 式の如く表示される。

$$\left([a] \frac{d^3}{d\tau^3} + [b] \frac{d}{d\tau} + [n_0] \right) \{\eta\} + [c] \{\beta_c\} = -[a] \{1\} \alpha \cdot \alpha(\tau) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに左辺は慣性項, 減衰項, 軸力による $P-\Delta$ の影響および架構の復元力をそれぞれ表わしており, 以下既報^{3), 5)} と重複する記号は略記に留めるが (1) 式の諸量は $\bar{M}$, $\bar{B}$, $\bar{L}$, $\bar{K}$, $\bar{\phi}_r$, $\bar{\theta}$ および E をそれぞれ質量, 曲げモーメント, 長さ, 剛度, 曲率, 回転角に関する基準量およびヤング係数として次の有次元諸量と対応する。

$$[a] = \frac{[A]}{\bar{M}}, \quad [b] = \frac{\bar{L}[B]}{(\bar{M}\bar{E}\bar{K})^{1/2}}, \quad [c] = [C]\bar{L}, \quad [n_0] = \frac{\bar{L}^3\bar{\phi}_r[N_0]}{\bar{B}}$$

$$\{\eta\} = \frac{\{X\}}{\bar{\phi}_r\bar{L}^2}, \quad \{\beta_c\} = \frac{\{M_c\}}{\bar{B}}, \quad \tau = \frac{1}{\bar{L}}\sqrt{\frac{\bar{E}\bar{K}}{\bar{M}}}T, \quad \alpha = \frac{A\bar{M}\bar{L}}{\bar{B}}$$

一方, 柱に作用する軸方向力は, 重力による軸力 $\{n_0\}$ と動的軸力の和で (2) 式の如く表現される。また梁および柱の部材回転角増分 $\{\dot{\phi}_b\}$, $\{\dot{\phi}_c\}$ は軸方向変形, 水平変位の増分に依じて (3), (4) 式のように与えられる。(5) 式は節点の曲げモーメントに関する釣合式である。

$$\{n\} = \{n_0\} + [h]\{\beta_b\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\{\dot{\phi}_b\} = [j]\{\dot{\delta}\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\{\dot{\phi}_c\} = [d]\{\dot{\eta}\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$[g_c]\{\dot{\beta}_c\} + [g_b]\{\dot{\beta}_b\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

(5) 式の部材端部曲げモーメントの速度は撓角法と同様節点回転角 $\{\dot{\theta}\}$, 部材回転角 $\{\dot{\phi}_b\}$, $\{\dot{\phi}_c\}$, および荷重項 $\{p\}$ の速度で表現されるが, 断面力-変形の関係を次節以後に述べるように非線型な関係として導入するため, その係数 $[f]$ は変形の大いさの関数となる他, 軸力と曲げモーメントとの塑性域での interaction を考えることにより軸方向変形も含まれた形で表現され (6)~(8) 式のようになる。

$$\{\dot{\beta}_b\} = [f_{1b}]\{\dot{\theta}\} + [f_{2b}]\{\dot{\phi}_b\} + [f_{3b}]\{p\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\{\dot{\beta}_c\} = [f_{1c}]\{\dot{\theta}\} + [f_{2c}]\{\dot{\phi}_c\} + [f_{3c}]\{\dot{\delta}\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\{\dot{n}\} = [f_{1n}]\{\dot{\theta}\} + [f_{2n}]\{\dot{\phi}_c\} + [f_{3n}]\{\dot{\delta}\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに

$$\{n\} = \frac{\bar{L}\{N\}}{\bar{B}}, \quad \{\beta_b\} = \frac{\{M_b\}}{\bar{B}}, \quad \{\phi_b\} = \frac{\{\Psi_b\}}{\bar{\theta}}, \quad \{\phi_c\} = \frac{\{\Psi_c\}}{\bar{\theta}}$$

$$\{\delta\} = \frac{\{d\}}{2\theta L}, \quad \{\theta\} = -\frac{\{\theta\}}{\theta}, \quad \{p\} = \frac{\{P\}}{B}$$

はそれぞれ軸力，梁曲げモーメント，梁および柱部材角，柱軸方向変形，節点回転角および梁部材中間に作用する荷重による固定梁端部の曲げモーメントを無次元表示したものであり，その他は対応する架構の形状係数マトリックスである。

部材が弾性的場合には (2)～(8) 式を (1) 式に代入すれば直ちに運動方程式の解が得られるが，ここでは梁柱部材に Ramberg-Osgood 型の履歴曲線を仮定するため，(6)～(8) 式の係数マトリックスが応答量に応じて刻々変化するために step by step に線型解を求めて接続する解法をとる。(2)～(8) 式より梁部材角，柱軸力，節点回転角を消去すれば，各部材端モーメントは架構の運動変位 $\{\eta\}$ と鉛直荷重 $\{p\}$ の関数として与えられる。

2.2 非線形撓角法—I (部材中間に荷重の作用する場合)

本節では材の中間に荷重の作用する梁部材を解析の対象とし，軸方向力，振れモーメントは無視し，一軸の曲げモーメントについての非線形撓角法を増分型式で導く。材料の応力・歪関係が bilinear で表現し得るような鋼材で組立てられた部材では，そのウェブ断面の影響が比較的小さい H 型断面形状の部材に対しては曲げモーメントと曲率の関係を bilinear 型に近似することは解析を単純化する上で妥当な方法であるが，同じ鋼材でもウェブ断面積の無視できない断面形状の部材，あるいは，材料そのものに明瞭な降伏点の認められない鉄筋コンクリート部材などでは $M-\Phi$ 関係を曲線で表現するのがより現状に近い履歴特性を与えるものと考えられる。従って，ここでは部材の任意断面の $M-\Phi$ 関係に Ramberg-Osgood 型の履歴特性を次式の如く与える¹⁰⁾。

$$\frac{\Phi}{\Phi_Y} = \frac{1}{1+\alpha} \left\{ \frac{M}{M_Y} + \alpha \left(\frac{M}{M_Y} \right)^{2r+1} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\Phi - \Phi_0}{2\Phi_Y} = \frac{1}{1+\alpha} \left\{ \frac{M - M_0}{2M_Y} + \alpha \left(\frac{M - M_0}{2M_Y} \right)^{2r+1} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

上式のうち (9) 式は処女曲線，(10) 式は任意分枝上の $M-\Phi$ 関係を示し， M_Y , Φ_Y は断面の降伏モーメントと対応する降伏曲率であり， α , r は材料および断面形状によって定まる定数である。(9)，(10) 式の関係は $\alpha=0.1$ の場合について図示すると Fig. 1 のようになり， $r=0$ で線型， $r=\infty$ で完全弾塑性の性質を示す。

一方，梁の任意断面における曲げモーメントは部材端部曲げモーメント m_{ij} , m_{ji} および部材中間に作用する

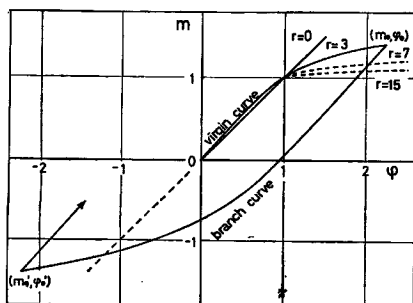


Fig. 1 Moment-curvature relation of Ramberg-Osgood girder.

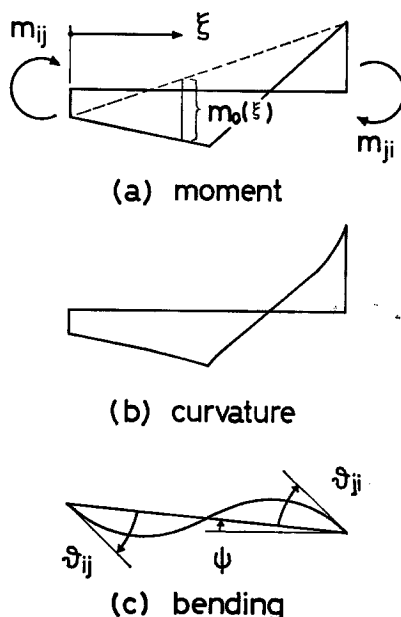


Fig. 2 Distribution diagrams of a girder.

荷重による曲げモーメント分布 $m_0(\xi)$ で次式のように無次元表示され、集中荷重が中央にある場合の曲げモーメント、曲率、変形の分布は **Fig. 2** のようになる。

$$m_\xi = m_{ij} - \xi(m_{ij} + m_{ji}) + m_0(\xi) \quad \dots\dots\dots (11)$$

上式を (9) または (10) 式に代入すれば任意断面における曲率が得られ、それを部材長に互って積分すれば部材端部の回転角と材端曲げモーメントの関係が求められる。

$$\vartheta_{ji} - \dot{\varphi} = -\frac{2}{1+\alpha} \int_0^1 \{1 + \alpha(2r+1)m_\xi^{2r}\} \dot{m}_\xi \cdot \xi \cdot d\xi \quad (\text{処女曲線}) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\vartheta_{ji} - \dot{\varphi} = -\frac{2}{1+\alpha} \int_0^1 \{1 + \alpha(2r+1)\left(\frac{m_\xi - m_{\xi 0}}{2}\right)^{2r}\} \dot{m}_\xi \cdot \xi \cdot d\xi \quad (\text{分岐曲線}) \quad \dots\dots\dots (13)$$

(11) 式およびその増分の関係式を上式に代入すると最終的には (14), (15) 式の如く表現される。

$$\vartheta_{ji} - \dot{\varphi} = AB \dot{m}_{ij} + AA \dot{m}_{ji} + AC \dot{p} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\vartheta_{ij} - \dot{\varphi} = BB \dot{m}_{ij} + BA \dot{m}_{ji} - BC \dot{p} \quad \dots\dots\dots (15)$$

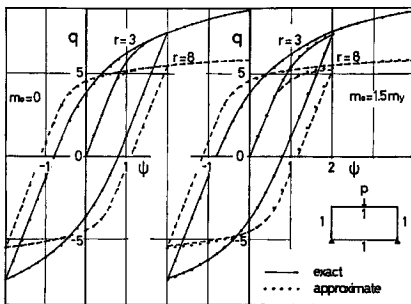


Fig. 3 Comparison of restoring force characteristics with and without loading.

上式の係数 $AB, AA \dots$ 等の積分は部材両端の曲げモーメントの増分が各 step 毎に比例する場合にはモーメントの零になる点が固定し、分岐曲線の始点は各断面とも同時刻に与えられるから、例えば端部における $m-\varphi$ 関係のみを知れば係数は前 step の値を用いて確定するが、中間に荷重のある場合について動的な解析を行なうときには、分岐曲線が各断面毎に異なるため、一般的に係数の積分値を定めることは困難であり適当な近似が必要となる。ここでは、梁部材で特に曲げモーメントが大きくなると予想される左右の部材端部および鉛直荷重による影響が現われる中央部の三点で曲げモーメントあるいは曲率の符号変化の時刻を代表させ以後の解析を行なう。その近似の精度を検討

するため梁部材長を 50 分割した場合と上述の近似解法により、一層一層開門型架橋の水平変位と剪断力との関係を求めると **Fig. 3** の如くなる。**Fig. 3** の左の図は部材中間に荷重の作用しない逆対称変形の成立する場合を示し、右の図は中央集中荷重によって生ずる固定端モーメントが断面降伏モーメントの 3/4 となる場合である。荷重のない前者の場合の近似精度のよいのは当然であるが、後者の場合でも剪断力と変形の関係では近似解と厳密解とはほぼ一致していることが判る。ただ、局所的な曲率については厳密解の方が若干大きくなる。また、中間荷重の影響により処女載荷では同じ変形に対する剪断力は小さくなるが、正負の繰返し載荷によって履歴曲線は荷重のない場合に近づく傾向にあることを示している。

2.3 降伏条件と塑性流動則

前節では軸方向力等他の断面力に比し一方向の曲げモーメントが卓越する梁部材を対象とした非線形撓角公式を導いたが、柱部材あるいは筋違等では軸方向力を無視できず、部材の降伏条件に二方向曲げモーメントや軸力を考慮することにより、更に詳細な応答解析が可能となる。断面力間の *interaction* を応答解析に応用した研究には両端固定の柱材を対象とした N.C. Nigam の研究があり⁸⁾、筆者らはそれを弾塑性ジョイントをもつ架橋に適用して振れ地震応答解析を試みたが⁵⁾、本節では部材の任意断面毎にこのような降伏条件と塑性流動則を適用して断面力と変形の関係を導く¹⁰⁾。

いま、部材の任意断面に作用する断面力ベクトルを $\{f_i\}$ 、対応する変形ベクトルを $\{v_i\}$ とし、断面の降伏条件を (16) 式の如く各断面力の関数として表現する。

$$f = f(f_1, f_2, \dots, f_n) = \bar{f}(w^p) \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、(16) 式の $\bar{f}$ を複合断面力状態における無次元化された相当断面力と定義すると、それは塑性仕事

$$w^p = \int_0^{\tau} \langle f_i \cdot \dot{v}_i^p \rangle d\tau = \int_0^{\tau} \bar{f} \dot{\epsilon}^p d\tau \quad \dots\dots\dots (17)$$

の関数として与えられ、対応する相当塑性変形増分は

$$\epsilon^p = \frac{w^p}{\bar{f}} \quad \dots\dots\dots (18)$$

と定義される。いま、任意断面の曲率、伸び等の変形 $\{v_i\}$ を弾性変形 $\{v_i^e\}$ と塑性変形 $\{v_i^p\}$ の和として (19) 式の如く表わし、塑性変形増分が所謂塑性流動則 (20) 式に従うと仮定すれば⁵⁾、比例定数 λ は (16) 式の微分形より (21) 式の関係として、従って塑性変形増分は (22) 式で与えられる。

$$v_i = v_i^e + v_i^p \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\dot{v}_i^p = \frac{\partial f}{\partial f_i} \lambda \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\bar{f} = \left\langle \frac{\partial f}{\partial f_i} \cdot \dot{f}_i \right\rangle = w^p \frac{\partial \bar{f}}{\partial w^p} = \frac{1}{\bar{f}} \frac{\partial \bar{f}}{\partial \epsilon^p} \left\langle f_i \cdot \frac{\partial f}{\partial f_i} \right\rangle \lambda \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\dot{v}_i^p = \bar{f} \frac{d\epsilon^p}{d\bar{f}} \cdot \frac{\partial f}{\partial f_i} \cdot \frac{\left\langle \frac{\partial f}{\partial f_i} \cdot \dot{f}_i \right\rangle}{\left\langle f_i \cdot \frac{\partial f}{\partial f_i} \right\rangle} \quad \dots\dots\dots (22)$$

次に、定義された相当断面力と相当変形が Fig. 4 で示される Ramberg-Osgood 型の履歴特性に従い、また降伏条件が各断面力の 2 乗の平方根で与えられるものと仮定すると任意断面上の塑性変形増分は処女曲線、分岐曲線に対応しつつ最終的には (27) 式で与えられる¹⁰⁾。

処女曲線

$$\epsilon^p = \frac{\alpha}{1+\alpha} \bar{f}^{2r+1}$$

$$\bar{f} \frac{d\epsilon^p}{d\bar{f}} = \frac{\alpha}{1+\alpha} (2r+1) \bar{f}^{2r}$$

$$f = (f_x^2 + f_y^2 + f_z^2 + f_N^2)^{1/2}$$

$$\left\langle f_i \cdot \frac{\partial f}{\partial f_i} \right\rangle = f$$

$$\dot{v}_i^p = \frac{\alpha}{1+\alpha} (2r+1) \bar{f}^{2r} \frac{\partial f}{\partial f_i} \left\langle \frac{\partial f}{\partial f_i} \cdot \dot{f}_i \right\rangle$$

分岐曲線

$$\frac{\epsilon^p - \epsilon_0^p}{2} = -\frac{\alpha}{1+\alpha} \left(\frac{\bar{f} - \bar{f}_0}{2} \right)^{2r+1} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\frac{\bar{f} - \bar{f}_0}{2} \frac{d(\epsilon^p - \epsilon_0^p)}{d(\bar{f} - \bar{f}_0)} = -\frac{\alpha}{1+\alpha} (2r+1) \left(\frac{\bar{f} - \bar{f}_0}{2} \right)^{2r} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$f = \left\{ \sum_{i=X,Y,Z,N} \left(\frac{f_i - f_{i0}}{2} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\left\langle \left(\frac{f_i - f_{i0}}{2} \right) \cdot \frac{\partial f}{\partial (f_i - f_{i0})} \right\rangle = f \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$\dot{v}_i^p = \frac{\alpha}{1+\alpha} (2r+1) \left(\frac{\bar{f} - \bar{f}_0}{2} \right)^{2r} \frac{\partial f}{\partial (f_i - f_{i0})} \left\langle \frac{\partial f}{\partial (f_i - f_{i0})} \cdot \dot{f}_i \right\rangle \quad \dots\dots\dots (27)$$

(27) 式を柱部材に適用すれば次節の如く軸力を含む非線形撓角法公式が得られる。

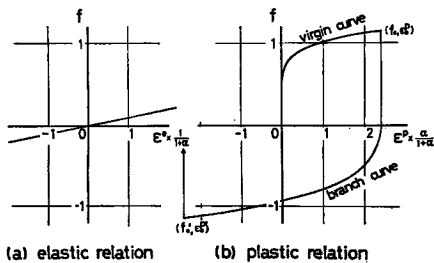
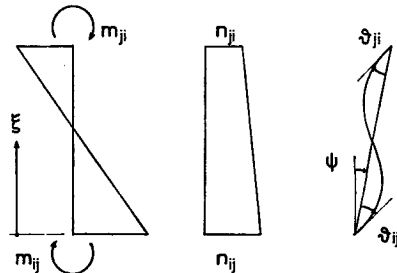


Fig. 4 Equivalent force-deformation relation of Ramberg-Osgood column.



(a) moment (b) axial force (c) bending

Fig. 5 Distribution diagrams of a column.

2.4 非線形撓角法 —II— (軸力と曲げモーメントの作用する場合)

本節では部材の弾塑性挙動に対して軸力の影響を無視できない柱部材あるいは端部の固定された筋違等軸力と曲げモーメントが同時に作用する部材の非線形撓角法を導く。いま、部材端に作用する曲げモーメントを m_{ij} , m_{ji} , 軸方向力を n_{ij} , n_{ji} とすると部材中間に荷重のない場合の断面力分布は Fig. 5 の如く与えられる。前節で定義された相当断面力と相当塑性変形の関係が処女曲線上にある場合および分岐曲線上にある場合の曲げモーメント, 軸方向力を (28) 式で置き換える。

処 女 曲 線 $\tilde{m}_{ij} = m_{ij}$ $\tilde{m}_{ji} = m_{ji}$ $\tilde{n}_{ij} = n_{ij}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$	分 岐 曲 線 $\tilde{m}_{ij} = \frac{m_{ij} - m_{ij0}}{2}$ $\tilde{m}_{ji} = \frac{m_{ji} - m_{ji0}}{2}$ $\tilde{n}_{ij} = \frac{n_{ij} - n_{ij0}}{2}$	$\dots\dots\dots (28)$
--	---	--	------------------------

ここに, m_{ij0} , m_{ji0} , n_{ij0} はそれぞれ相当断面力増分の符号が変化する点, すなわち, 分岐曲線の始点における曲げモーメント, 軸力を意味する。部材端から任意の無次元距離 ξ の断面に作用する曲げモーメントは (29) 式で与えられ, 軸力は部材中間で変化しないと仮定すれば (30) 式となる。

$$\tilde{m}_{\xi} = (1 - \xi) \tilde{m}_{ij} - \xi \tilde{m}_{ji} \dots\dots\dots (29)$$

$$\tilde{n}_{\xi} = \tilde{n}_{ij} = \tilde{n}_{ji} \dots\dots\dots (30)$$

一方, ξ 点における塑性曲率増分は前節 (27) 式を整理して (31) 式の如く表わされる。

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_{\xi}^p = & \frac{\alpha}{1+\alpha} (2r+1) \{ \tilde{m}_{\xi}^2 + \tilde{n}_{\xi}^2 \}^r \cdot \dot{\tilde{m}}_{\xi} - \frac{\alpha}{1+\alpha} (2r+1) \{ \tilde{m}_{\xi}^2 + \tilde{n}_{\xi}^2 \}^{r-1} \tilde{n}_{\xi}^2 \dot{\tilde{m}}_{\xi} \\ & + \frac{\alpha}{1+\alpha} (2r+1) \{ \tilde{m}_{\xi}^2 + \tilde{n}_{\xi}^2 \}^{r-1} \tilde{m}_{\xi} \cdot \dot{\tilde{n}}_{\xi} \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

(31) 式から任意断面の断面力増分が与えられればその点での曲率が計算される故 2.2 節で示した梁部材の場合と同様部材長に亘って積分すれば材端回転角と断面力との増分の関係が得られる。

$$\dot{\phi}_{ji} - \dot{\phi} = - \int_0^1 \dot{\phi}_{\xi} \xi d\xi = - \int_0^1 \dot{\phi}_{\xi} \xi d\xi - \frac{\alpha}{1+\alpha} (2r+1) \int_0^1 \int_{\xi}^1 \left[\frac{\tilde{m}_{\xi}^2}{f_{\xi}^2} \dot{\tilde{m}}_{\xi} + \frac{\tilde{m}_{\xi} \tilde{n}_{\xi}}{f_{\xi}^2} \dot{\tilde{n}}_{\xi} \right] \xi d\xi \dots\dots\dots (32)$$

(32) 式と同様な関係式が $\dot{\phi}_{ij}$ について得られ, また軸方向変形についても同様に考えると最終的には 1 step 前の断面力の値を係数に含む (33) ~ (35) 式のような非線形撓角法式が得られる。

$$\dot{\phi}_{ji} - \dot{\phi} = AB \dot{\tilde{m}}_{ij} + AA \dot{\tilde{m}}_{ji} + AN \dot{\tilde{n}} \dots\dots\dots (33)$$

$$\dot{\phi}_{ij} - \dot{\phi} = BB \dot{\tilde{m}}_{ij} + BA \dot{\tilde{m}}_{ji} + BN \dot{\tilde{n}} \dots\dots\dots (34)$$

$$\dot{\delta} = NB \dot{\tilde{m}}_{ij} + NA \dot{\tilde{m}}_{ji} + NN \dot{\tilde{n}} \dots\dots\dots (35)$$

なお, 上式の係数は各断面毎に相当断面力の分岐曲線の原点が 2.2 節の場合と同様に異なるが, 材端の相当断面力の符号が変化するときにその近傍の断面でも変化するという同じ仮定を用いるとこれらの係数が定まる。勿論代表点の数を増すとそれだけ精度がよくなる。

3. 解析モデルの設定と入出力の選定

本節までに論じてきた非線形撓角法を用いた局所的な履歴特性をもつ架構の地震応答解析法の妥当性を検証し, それら直接的な部材断面の地震応答, あるいは, 概括的な変位応答に対する鉛直荷重の影響等について検討するため前報までの一連の研究において採用したモデルと類似の Fig. 6 の如き 3 層 1 張間の質量分布一様かつ無減衰の門型架構を解析の対象とする。まず架構の形状係数として階高/張間=1/2, 柱部材成/梁部材成=1/1.2, 階高/柱部材成=10 と与え, 材料の性質としては降伏応力とヤング係数の比を 10^{-3} , Ramberg-Osgood 関係式の定数 α を 0.1, r は 0.3, 7 の三種類を採用するがこれらは弾性, 歪硬化の強い弾塑性および完全弾塑性に近い材料を考えたことに相当する。これらの仮定から $\bar{\phi}_Y \bar{L} = (\sigma_Y/E)(2\bar{L}/\bar{H}) = 10^{-3} \cdot 20$

$=50^{-1}$ となる。

更に、柱、梁部材の強度については、長期応力の影響を除去し地震時のみの耐力について高さ方向に1, 7/9, 5/9の分布が各層の靱性率を比較的均一にする分布であるが⁹⁾、ここでは便宜上各層の全抵抗モーメントについて上述の分布を与えることにする。また各節点の柱頭、柱脚抵抗モーメントの和の6割、 $\beta=0.6$ として梁の抵抗モーメントを定める。各部材の強度 $\kappa\delta$ が定まると部材長 l 、部材成 h より各部材の剛比は $k=h\cdot\kappa\delta/l$ で与えられる。なお、一般的には2.4節の方法を適用すれば柱弾塑性の解析を行なうことが可能ではあるが本報告では簡単のため柱は弾性として解析を行なう。次に柱の軸方向変形を考慮するため柱の断面2次モーメントと断面積の関係を $I/AH^2=1/4$ と想定する⁵⁾。また、重力によって生ずる柱の無次元軸力は(36)式の如く base shear 係数 s で表現され、また、梁部材に作用する鉛直荷重によって生ずる、部材端部を固定としたときの無次元モーメントは(37)式で与えられる。

$$n_{0i} = \frac{N_{0i}}{B/L} = \frac{4-i}{3} \cdot 2\beta \frac{1}{s} \quad (36)$$

$$p = \frac{P}{B} = \frac{1}{8} \cdot 2n_{03}\gamma l = \frac{1}{6} \frac{\beta l \gamma}{s} \quad (37)$$

ここに p は各層重量の γ 倍が梁中央に集中すると考えたときの曲げモーメントであり、ここでは $\beta=0.6$ 、 $l=2$ 、 $\gamma=3/8$ 、 $s=0.24$ を採用する。基礎運動方程式(1)式に表われる $P-D$ の影響を含む係数マトリックス $[n_0]$ は(36)式の n_{0i} を用いて(38)の式の如く表現される。

$$[n_0] = \Phi_Y \bar{L} \begin{bmatrix} -n_{01}-n_{02} & n_{02} & 0 \\ n_{02} & -n_{02}-n_{03} & n_{03} \\ 0 & n_{03} & -n_{03} \end{bmatrix} \quad (38)$$

一方、地震外乱の想定は地盤や構造物の動特性と関連して、特に高い固有周波数をもつ架構の地震応答を求める場合には困難であるが、主として初期条件の影響等局所的な応答の比較を行なうため、外乱と構造物との周波数特性の相関を等しくして、外乱強度パラメーター、周波数パラメーターを次式の如く定める。

$$\alpha = \frac{A\bar{M}\bar{L}}{B} = \frac{A/g \cdot 4\beta}{\sum m_i s} = 1.0 \quad (39)$$

$$\phi = \frac{T}{T_d} = \frac{\tau}{\tau_d} = \frac{1}{30} \quad (40)$$

上式において $\alpha=1.0$ とは base shear 係数 $s=0.24$ で設計された建物に対し地動最大加速度振巾が300galの地震を考えたことに相当し、また、ここで採用した Vernon S82°E 地震波形に対し一次周期が0.3secの建物と考えたことになり、この周期は入力波形の周波数特性の強いパワーをもつ周波数領域に属している。

一方これら入力に対して構造物の耐震安全性の上で最も重要な応答結果を求めねばならないが、まず概括的な安全性の尺度に関連した出力としては各層の運動変位、相対変位および層剪断力が重要でありそれらは有次元量と次式の対応をなす。

$$\{\eta_m\} = \frac{\{X_m\}}{\Phi_Y \bar{L}^2}, \quad \{\eta_{ri}\} = \frac{\{X_r\}}{\Phi_Y \bar{L}^2}, \quad \{q\} = \frac{\{Q\}}{B/\bar{L}} \quad (41)$$

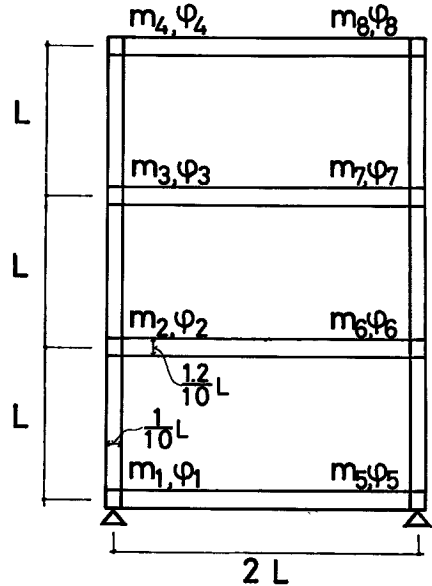


Fig. 6 Three-story, single bay structural model.

また、各部材端および中央曲げモーメントと対応する曲率（靱性率）、軸方向力と軸方向変形あるいは節点の回転角等は局所的な応答尺度と考えられ次式の関係で表現される。

$$\begin{aligned}\{\beta\} &= \frac{\{M\}}{B} = [\kappa\delta] \{m\}, \quad \{\varphi\} = \frac{\{\Phi\}}{\phi_r} \\ \{n\} &= \frac{\{N\}}{B/L}, \quad \{\delta\} = \frac{\{d\}}{2\theta L} \dots\dots\dots (42) \\ \{\vartheta\} &= \frac{\{\Theta\}}{\theta}\end{aligned}$$

なお、以上の変位系統の尺度に加えて履歴の繰返し頻度も建物、特に部材の疲労破壊に関連する重要な尺度ではあるが、本論文では割愛する。なお、解析は地震波加速度記録を 0.02 秒間隔で sampling し、更に 4 分割の線型補間を行なった後 4 次の Runge-Kutta 法を用いて行なっているが、応答の最大値は 300 step、換言すると 0.3 秒の建物に対して約 1.5 秒までに生ずるため計算時間の都合上 400 step で演算を打切っている。

4. 解析結果の考察

本論文では、構造物モデルの差別に、鉛直荷重を含む軸方向力の応答に及ぼす影響についての検討を中心的に行なうため、各種モデル自身の差が比較的顕著に表われるように入力の影響を除去することが望ましい。従って、解析結果を検討する前に、まず、ここで採用した構造物モデルの振動特性についての比較を行なう。Table 1 には各モデルの固有振動数を示すが、軸力の影響を全て無視した case 1 を基準とすると、動的な軸力によって生ずる軸方向変形のみを考慮した case 2 では、基本固有振動数の伸び率は約 0.5% と小さく、高次振動数に対する影響は更に少なくなる。これは中低層建物を念頭において構造物定数を設定しているため、かなり base shear 係数の大きい構造物モデルを想定したことに起因しており、base shear 係数を小さくした場合あるいは建物巾に比し高さの大きい建物の場合には、軸方向変形の影響はかなり大きくな

Table 1 Values of nondimensional natural frequency of model structures.

case	(1)			(2)			(3)			(4)	
	0	3	7	0	3	7	0	3	7	3	7
${}_1\omega$	1.028	1.064	1.064	1.023	1.058	1.058	1.009	1.045	1.045	1.043	1.044
${}_2\omega$	3.113	3.188	3.188	3.107	3.182	3.182	3.081	3.156	3.156	3.146	3.154
${}_3\omega$	6.378	6.432	6.433	6.377	6.432	6.432	6.345	6.400	6.400	6.393	6.398

(1) No column axial force effects

(2) Column axial force effects on rotational stiffness

(3) Column axial force effects on rotational and lateral stiffness

(4) Column axial force effects on rotational and lateral stiffness considering initial condition

ることが予想される。次に横変位に伴う軸力の影響、所謂 $P-\Delta$ の影響も含めた case 3 では case 1 に比し 1.5~2.0% の固有周期の伸びが認められる。また、梁部材の中間に荷重が作用する case 4 の如く鉛直荷重のみで塑性領域近傍の応力状態にある極端なモデルに対しても、その固有振動数に与える影響は小さい。材料の性質としては次第に剛性が低下していくのが一般的傾向だとしても長期荷重のみで塑性域に入る如き設計は我国では適当ではなく、初期条件は建物の初期の固有振動数には全く影響を与えないと考えられる。また材料の歪硬化の度合を表わす指数 r も当然初期剛性に影響を与えない。

以下に解析結果の一部について説明を加える。まず、Fig. 7 は各層運動変位の時間履歴を示した図であり、以下の図で横軸の 60 step が架構の固有周期に相当する。Fig. 7 (a) 実線は $r = 3$ で軸力を無視した応

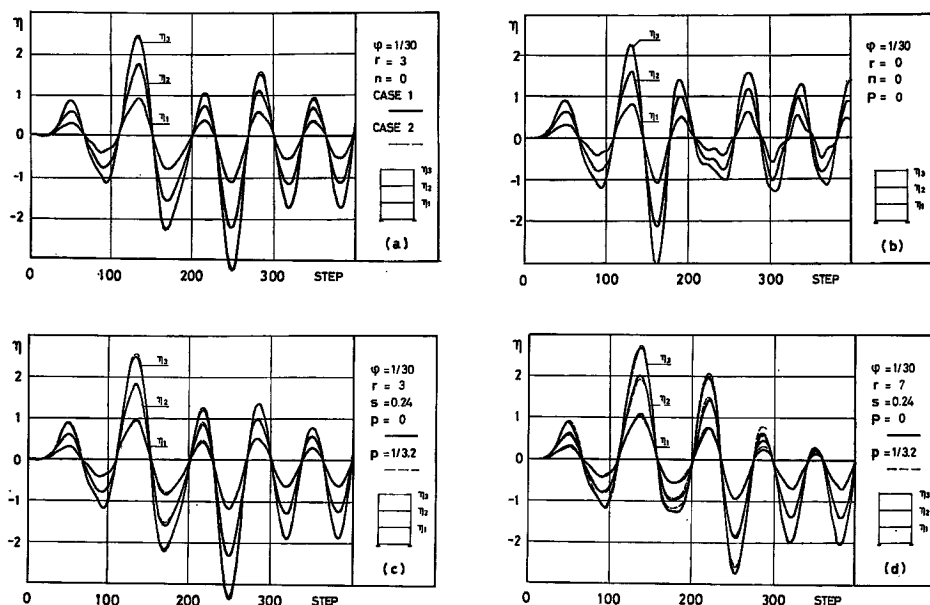


Fig. 7 Time history of nondimensional floor displacements.

答であり、各層とも 250 step 近傍で最大応答を示しており、そのとき層としての等価な靱性率は各層共 2~3 程度である。また 100 step までの弾性域応答では高次の振動モードが表われるが、その後は一次モードの卓越した応答波形となっている。また、軸方向変形の影響を図中破線で示すが、本解析では有次元の周期が各モデルとも等しくなるように周波数パラメータを設定しているため、実線と破線との差は軸方向抵抗力や軸力そのものの高さ方向の分布の差に起因しており、その結果応答にはいかに影響しか与えていない。これに対し Fig. 7 (b) には軸力の影響を考慮しない弾性応答の結果を示すが、先の応答とはかなり異なり、最大応答値は 160 step で生じ、波形には高次モードの影響が顕著に表われている。次に $P-I$ の影響については Fig. 7 (a) と (c) を比較すればわかるように応答は若干増加する傾向にあるが、初期条件を含む (c) 図破線では最初に強い塑性挙動を示す 150 step までは部材の一方の端部が早く塑性域に達するため応答値は増大するが、その後の応答にそれが影響して最大変位応答の表われる 250 step では逆に応答は減少している。この傾向は歪硬化度の少ない $r = 7$ の場合について顕著に表われているのが Fig. 7 (d) の結果から認められる。これは、先に入力エネルギーの一部が塑性履歴によって消費された結果その後には生ずる最大値そのものは逆に小さくなるという弾塑性振動の一般的な性質によると考えられる。以上のように概括的な耐震安全性の尺度に関連する変位応答に対しては軸力の影響により最大値は多少増減はするが全体的には影響は少ないと考えられる。しかし、更に局所的な耐震安全性の尺度に関連した応答量について検討を加えるとこれらの影響がかなり強く表われることがわかる。まず Fig. 8 には梁部材端部の曲げモーメントを部材の降伏モーメントで無次元化し、その時間履歴を示す。図中 (a)~(d) は歪硬化度の大きい $r = 3$, (e)~(h) は完全弾塑性に近い $r = 7$ と想定した構造物の最上層から地中梁までの曲げモーメント履歴であり、実線では鉛直荷重を考慮していないため左右端部のモーメントは一致する。また、破線は初期条件を考慮した場合であり、0 step の値が鉛直荷重のみによって生ずる無次元の曲げモーメントである。各層異なった強度の梁に対し、同一の荷重を想定しているため、上層ほど初期のモーメントは大きく地震時には塑性域に入り易い状態である。なお、地中梁には荷重は作用させていないため、左右の曲げモーメントはほぼ等しい値となっている。この図から最初左右の曲げモーメントが逆対称であっても、時間の経過とともに塑性領域の応答を繰返すこ

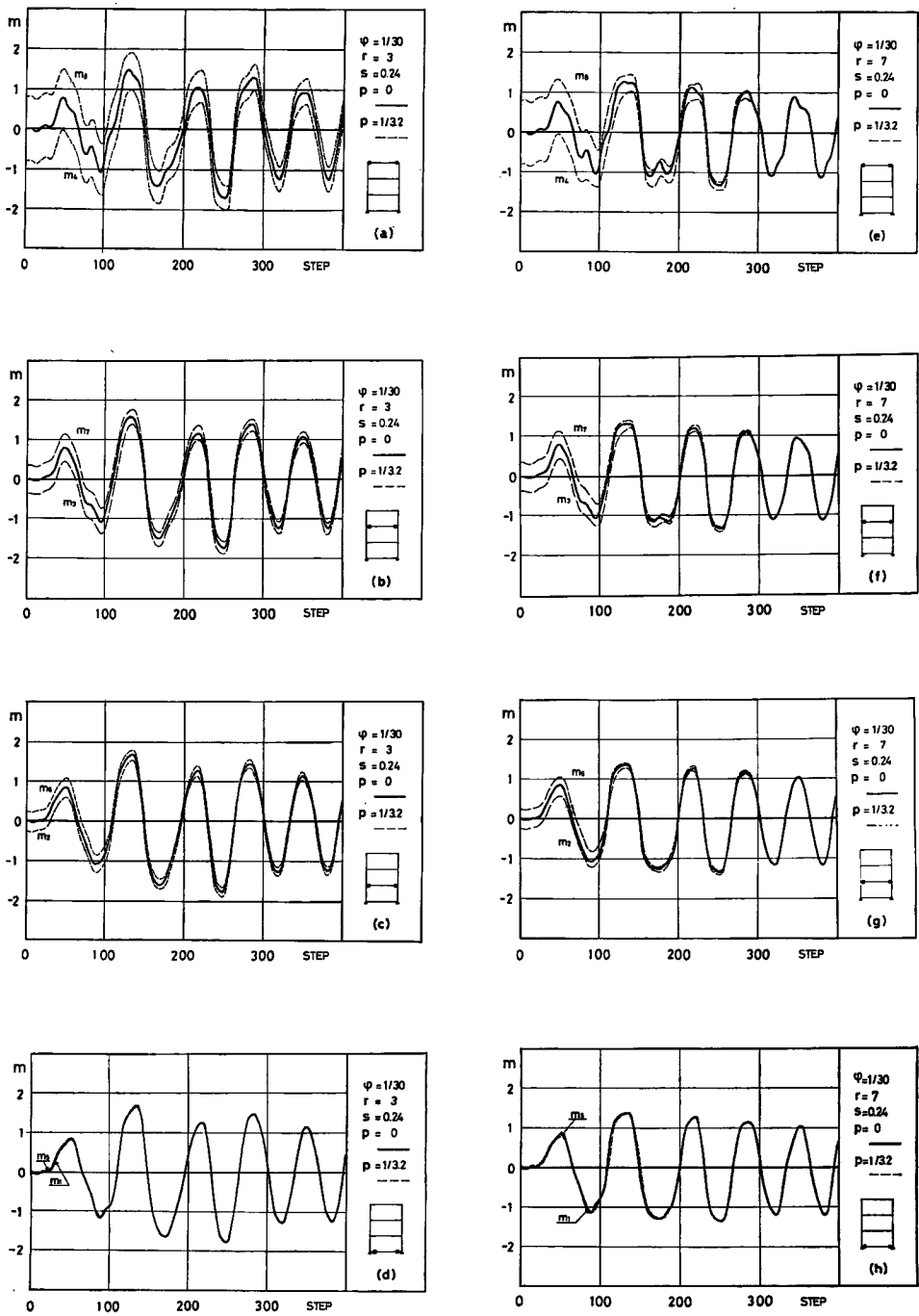


Fig. 8 Time history of nondimensional moments of the ends of girders.

Table 2 Peak values of end moment and corresponding curvature of
Ramberg-Osgood girders, $r=3$, $s=0.24$.

		$p = 0$				$p = 1/3.2$							
		1, 5*1	2, 6	3, 7	4, 8	1	2	3	4	5	6	7	8
moment	130*2	1.699	1.669	1.562	1.471	1.666	1.524	1.388	0.970	1.673	1.777	1.767	1.897
	170	-1.640	-1.601	-1.516	-1.422	-1.609	-1.712	-1.711	-1.873	-1.602	-1.459	-1.352	-1.062
	210	1.285	1.256	1.160	1.038	1.290	1.114	0.999	0.677	1.297	1.394	1.358	1.488
	250	-1.767	-1.775	-1.736	-1.706	-1.788	-1.888	-1.881	-2.008	-1.783	-1.670	-1.576	-1.404
curvature	130	5.264	4.796	3.487	2.693	4.753	3.124	2.162	0.955	4.856	6.708	6.487	9.760
	170	-4.341	-3.856	-3.030	-2.349	-3.963	-5.476	-5.459	-9.059	-3.861	-1.515	-0.419	4.246
	210	0.915	0.948	0.789	0.662	1.173	-0.861	-1.471	-5.743	1.220	3.262	3.567	7.560
	250	-6.497	-6.666	-5.889	-5.375	-6.929	-9.493	-9.286	-13.812	-6.837	-4.641	-3.169	0.693

* 1 This number indicates a position of girders, with reference to Fig. 6.

* 2 Each peak value exists in the neighborhood of this step number in time hystory.

とにより先に塑性化した端部の曲げモーメントが押えられて他方が増加するという性質を示し次第に初期条件を考えない応答に近づく傾向が見られる。従って、地震時あるいは強風時に弾塑性の繰返し挙動を予想した設計を行なう場合には、梁部材中央部に対して或る程度安全側に設計しておく必要がある。この傾向は歪硬化度の強い $r=3$ の場合よりも $r=7$ の場合に顕著であり 2~3 回の繰返しにより、初期条件によって生ずる左右端部曲げモーメントの差は極端に少なくなる。一方これらに対応する点の曲率を表示したのが Table 2 であり、時刻歴から各部材端毎の極値を拾い出し、対応する曲率を求めたが、局所的な安全性の尺度としての部材端靱性率は初期条件を無視した場合には 6 前後、考慮すると 6~14 程度の最大靱性率となり、部材にかなりの延性、靱性がある始めて初期条件を無視した設計で近似し得ることになる。更に初期条件を無視した場合には、履歴中心は原点からあまりずれないが、荷重を考慮すると相当量の残留変形の生ずることがわかる。Fig. 9 は最上層の等価な復元力特性を示したものであり、縦軸に 3 層の剪断力、横軸には対応する相対変位をとって履歴を描いた図である。Fig. 9 (a) は軸力を無視した弾性応答の場合で、通常の剪断型質点系において linear 或いは bilinear として与える復元力特性が、本解析の如く所謂曲げ剪断型では剛性マトリックスが全要素与えられて、弾性応答に対しても複雑な挙動を示し、ときには復元力が負の勾配をもつことになるが大略直線的である。一方 Fig. 9 (b) の如く梁材が塑性域に入る場合には (a) 図の性質を含み乍ら、全体としては部材に与えた履歴特性の影響が表われ繰返しとともにエネルギーが消費される。

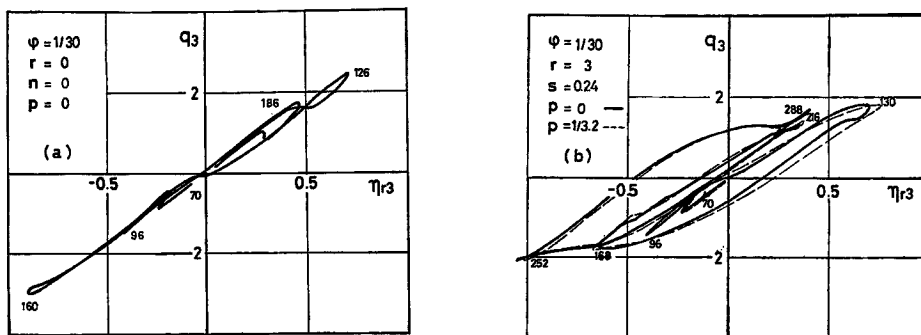


Fig. 9. Restoring force hysteresis of the 3rd story.

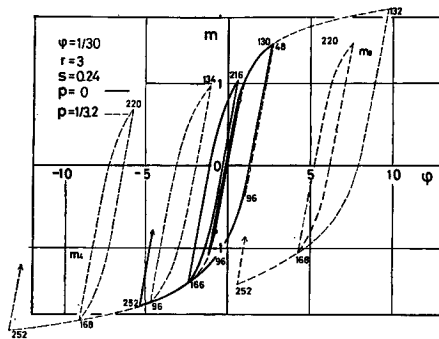


Fig. 10 Moment-curvature hysteresis of the ends of roof girder.

あり、図中○印は初期条件として加わる左右の端部モーメント、数字は時間の経過を表わす。実線は初期条件のない場合で部材左右端部の曲げモーメントは等しく、履歴は原点より出発する。Fig. 9の如く概括的な復元力特性は初期条件の影響を受けにくいがこの図のように局所的な復元力はかなり異なり最大靱性率は左端で 13、右端で 10 程度になり、相当な残留変形の生ずることが理解される故部材の変形能力の評価に重要な影響を及ぼすことになる。

5. む す び

強震時に強い塑性挙動の予想される中高層構造物の直接的なモデル化の一方法として、柱梁部材に Ramberg-Osgood 型の履歴特性を与え、鉛直荷重や軸力を含めた非線型撓角法公式を任意線形分枝上に導き、そのような履歴をもつ架構の応答解析法を展開するとともに、三層一張間の無減衰建築架構を対象に地震応答解析を試みた。一つの周波数特性をもつ構造物モデルと唯一の地震波を想定した柱弾性の地震応答結果から一般的な結論を述べることは差控えるが、外乱周波数特性の影響を周波数パラメーターを等しくすることで少なくした上で種々の構造物モデルの比較を行なっており、それらの結果を要約すると次のようになる。

1. 建物の固有周期は $P-D$ の影響により大きくなり、また軸方向の変形を考慮すれば若干伸びる傾向にある。これらは建物が高層になる程顕著になる性質をもつが他方初期条件、即ち鉛直荷重の影響は $\alpha=0.1$ 程度の履歴モデルに対しては殆んど影響しない。
2. 柱が弾性の場合には軸方向変形、 $P-D$ 等軸力の地震応答に及ぼす影響は僅かであり、それは部材あるいは部材軸力の高さ方向の分布のみに支配される。従って軸力を考慮して得られた固有周期をもつ架構について軸力を省略した応答解析を行なっても、結果に与える影響は少ないと思われる。しかし、柱が塑性挙動をする場合または固有モードが極端に異なる場合には注意が必要である。
3. 初期条件は概括的な変位応答にはあまり影響を与えないが、これは左右端部の挙動が、一方で大きくなっても他方で補うため層全体としては影響が生じにくいと考えられる。
4. 局所的な応答に対しては、例えば部材端部曲率に示されるように初期条件は大きく影響し、それらの部材に十分な靱性があるてはじめて初期条件を無視した解析で近似し得る故、部材等局所的な延性、靱性を実験により把握しておくことは耐震安全上重要である。
5. 初期荷重による梁両端の曲げモーメントは逆符号となるが、架構に水平地動が作用し、梁の一方が降伏すると他方の負担が大きくなり、左右の曲げモーメントは次第に近づく傾向をもつ。それは歪硬化度の小さい材料に著しく、塑性挙動を予想して設計する場合には部材端部で十分な靱性をもたせるとともに、部材中央には或る程度耐力に余裕をもたすことが必要であろう。
6. 梁降伏型の架構では各部材の靱性率は同程度となり耐震計画に望ましい。また鉄筋コンクリート構造物の如く剪断に対する靱性を保ち難い場合でも曲げ型の崩壊機構の予期される梁部材では十分な靱性を賦与し

いま架構が 1 次モードで変形すると考えると 3 層の降伏剪断力は無次元量で 1.34 となり Fig. 9 (b) より靱性限変位は 0.5 程度となる故層としての靱性率は 2 前後となる。これは例えば階高を 3 m とすると 3 cm の層間変位に相当する。更に、3 層復元力の勾配は初期条件の影響により、変形の増大とともに劣化していく傾向にあるが、先にも見た如く最大値は必ずしも大きくならない。なお、図には示さないが下層の復元力特性は 3 層複雑な挙動を示さずに安定した履歴となっている。最後に 3 層の履歴特性を代表するものとして最上層梁部材端部の曲げモーメント・曲率の関係を図示したのが Fig. 10 で

得るといわれており、構造物の実情に応じた耐震計画とその崩壊型に適合したモデルにより耐震解析を行なうべきであろう。

終りに、本論文の作成に御協力頂いた小堀、南井研究室の諸兄に感謝の意を表わします。

参 考 文 献

- 1) Kōbōri, T. and R. Minai: Aseismic Design Method of Elasto-Plastic Building Structures, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., of Kyoto Univ., Vol. 13, No. 68, March, 1964, pp. 1-64.
- 2) 小堀鐸二・南井良一郎・鈴木有：弾塑性ジョイントを含む架構の地震応答，京都大学防災研究所年報，第9号，昭41.3，pp. 165-192.
- 3) 小堀鐸二・南井良一郎・藤原悌三：弾塑性ジョイントをもつ架構の地震応答——軸力を考慮した場合——，日本地震工学シンポジウム講演集，昭41.10，pp. 215-220.
- 4) 小堀鐸二・南井良一郎・藤原悌三：弾塑性ジョイントを含む架構の地震応答——梁柱の強度分布と応答分布の関係——，京都大学防災研究所年報，第12号A，昭44.3，pp. 321-338.
- 5) 小堀鐸二・南井良一郎・藤原悌三：降伏曲面を考慮した構造物の振れ応答，京都大学防災研究所年報，第13号A，昭45.3，pp. 287-301.
- 6) Goel, S.C.: Inelastic Behavior of Multistorey Building Frames Subjected to Earthquake Motion, Ph. D. Thesis, Univ. of Michigan, Dec., 1967.
- 7) Hanson, R.D. and W.R.S. Fan: The Effect of Minimum Cross Bracing on the Inelastic Response of Multistorey Buildings, Proc. of the 4th W.C.E.E., Jan., 1969.
- 8) Nigam, N.C. and G.W. Housner: Elastic and Inelastic Response of Framed Structures during Earthquakes, Proc. of the 4th W.C.E.E., Jan., 1969.
- 9) 小堀鐸二・南井良一郎：多層弾塑性構造物の地震レスポンス，京都大学防災研究所年報，第7号，昭39.3，pp. 141-163.
- 10) 南井良一郎：構造物の非線形基礎地盤のモデル化について，第7回災害科学総合シンポジウム講演集，昭45.11，pp. 69-72.