

長方形基礎の Dynamical Ground Compliance (その4)

——半無限粘弾性地盤の場合——

小堀 鐸二・南井良一郎・鈴木 有・日下部 馨

DYNAMICAL GROUND COMPLIANCE OF RECTANGULAR FOUNDATION ON A SEMI-INFINITE VISCO-ELASTIC MEDIUM

By *Takuji KOBORI, Ryoichiro MINAI, Tamotsu SUZUKI*
and *Kaoru KUSAKABE*

Synopsis

As an extensive study of Dynamical Ground Compliance which represents the dynamical properties of a foundation on the ground, we discuss on the compliance of the rectangular foundation on a semi-infinite visco-elastic solid of Voigt type in this paper. For the various combinations of viscous constants, excitation patterns and shape factors of a rectangular foundation, the numerical results of Dynamical Ground Compliance and the equivalent rigidity and viscous damping coefficients are shown in non-dimensional form. It is pointed out that when viscous constants in medium become larger, the equivalent rigidity coefficient becomes smaller, but the equivalent viscous damping coefficient becomes larger. And the equivalent viscous damping coefficient can be approximately estimated by the total amount of diffusive and dissipative damping.

1. ま え が き

前報(その1)¹⁾では等質等方な半無限弾性地盤に対する Dynamical Ground Compliance の理論解および数値解を求めてきた。そこでは Dynamical Ground Compliance は剛性 (Stiffness) の逆数の元をもち、入力振動数、基礎の形状と寸法、地盤の弾性常数(剛性率、Poisson 比)および密度の関数となること、また地盤の媒質には dissipative な減衰機構をもっていなくても、表面にある震源から波動が逸散していくエネルギー減衰により地盤はみかけ上の減衰作用を示すことがわかった。前報(その2)²⁾、(その3)³⁾では剛体基盤上に弾性層のある場合の Dynamical Ground Compliance を解析した。この場合、基盤を剛体としたため、表層の両境界面における波動の完全反射の現象に起因する振巾が無限大となるような共振現象が生じた。このような共振点近傍の現象をより現実に近いものとして把握するために、表層の媒質自身に dissipative な減衰機構を導入することにより、および基盤に有限な剛性を与え、基盤への波動の透過現象の効果を評価することによって振巾を有限にすることができる。ところが、現実の地盤には本来 dissipative な減衰機構が存在し、且つその機構は非常に複雑である。したがって、減衰機構を粘弾性からとらえる粘弾性地盤の動特性を明らかにすることが必要である。

本報では粘弾性地盤の動特性を理論的に明らかにする第一段階として、地盤を粘弾性モデルの最も基本的な半無限 Voigt Solid と想定して、前報と同様な方法を粘弾性地盤に適用して、特に半無限粘弾性地盤に

おける長方形基礎の Dynamical Ground Compliance を評価した。ここでは Voigt 型の減衰機構をもつ地盤が完全弾性地盤と比較して Dynamical Ground Compliance の面でどのように異なるか、そして波動の逸散による減衰と媒質自身のもつ dissipative な減衰機構がどのような形で Dynamical Ground Compliance の面に影響するか注目しながら解析を進めていく。

2. 基礎方程式と解の誘導

直交座標 x, y, z に関する等質等方な Voigt Solid の運動方程式は変位ベクトル $\{u, v, w\}$ に対して、

$$\left\{ (\lambda + \mu) + (\lambda' + \mu') \frac{\partial}{\partial t} \right\} \left\{ \frac{\partial \Delta}{\partial x}, \frac{\partial \Delta}{\partial y}, \frac{\partial \Delta}{\partial z} \right\} + \left(\mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla^2 \{u, v, w\} = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u, v, w\} \quad (2.1)$$

ここに、

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}; \text{dilatation,} \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \text{Laplace 演算子} \\ \lambda, \mu; \text{Lamé の常数,} \quad \lambda', \mu'; \text{Lamé の常数 } \lambda, \mu \text{ に対応する粘性常数} \quad \dots\dots (2.2) \\ \rho; \text{Voigt Solid の密度} \end{array} \right.$$

(2.1) 式を解くために、 x, y および t に関する三重フーリエ変換を導入し、前報(その1)¹⁾と同様の扱い方により、変位成分の解が次式として求められる。

$$\{u, v, w\} = \mathcal{F}^{-3} \left[\left\{ -i\beta, -i\gamma, \alpha_1 \right\} \frac{1 + i\omega d_1}{h^2} A e^{-\alpha_1 z} + \left\{ B, C, \frac{i}{\alpha_2} (\beta B + \gamma C) \right\} e^{-\alpha_2 z} \right] \quad (2.3)$$

ここに、

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}^3 [u, v, w] = \{\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}\} = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{u, v, w\} e^{-i(\beta x + \gamma y + \omega t)} dx dy dt \\ \quad ; \text{変位 } \{u, v, w\} \text{ の三重フーリエ変換} \\ \mathcal{F}^{-3} [\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}] = \{u, v, w\} = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}\} e^{i(\beta x + \gamma y + \omega t)} d\beta d\gamma d\omega \\ \quad ; \text{変位 } \{\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}\} \text{ の三重フーリエ逆変換} \\ \alpha_1^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \frac{h^2}{1 + i\omega d_1}, \quad h^2 = \frac{\omega^2}{c_1^2}, \quad \alpha_2^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \frac{\kappa^2}{1 + i\omega d_2}, \quad \kappa^2 = \frac{\omega^2}{c_2^2}, \quad i = \sqrt{-1} \\ c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}; \text{減衰がないときの固体内を伝播する疎密波および剪断波の速度} \\ d_1 = \frac{\lambda' + 2\mu'}{\lambda + 2\mu}, \quad d_2 = \frac{\mu'}{\mu}; \text{疎密波および剪断波に対応する粘性係数} \\ A, B, C; \text{境界条件から定まる未定常数} \dots\dots\dots \text{以上 (2.4)} \end{array} \right.$$

一方、応力成分の解は(2.3)式を用いると次式で表わされる。

$$\tau_{xx} = \left(\mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\mu \mathcal{F}^{-3} \left[(1 + i\omega d_2) \left\{ -\frac{2i\alpha_1\beta}{h^2} (1 + i\omega d_1) A e^{-\alpha_1 z} + \left(\frac{\beta^2 + \alpha_2^2}{\alpha_2} B + \frac{\beta\gamma}{\alpha_2} C \right) e^{-\alpha_2 z} \right\} \right] \quad (2.5)$$

$$\tau_{yz} = \left(\mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\mu \mathcal{F}^{-3} \left[(1 + i\omega d_2) \left\{ -\frac{2i\alpha_1\gamma}{h^2} (1 + i\omega d_1) A e^{-\alpha_1 z} + \left(\frac{\beta\gamma}{\alpha_2} B + \frac{\gamma^2 + \alpha_2^2}{\alpha_2} C \right) e^{-\alpha_2 z} \right\} \right] \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned}\sigma_z &= \left(\lambda + \lambda' \frac{\partial}{\partial t} \right) \Delta + 2 \left(\mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial w}{\partial z} \\ &= -\mu F^{-3} \left[(1+i\omega d_2) \left\{ \left(2\alpha_2^2 + \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2} \right) \frac{1+i\omega d_1}{h^2} A e^{-\alpha_1 z} + 2i(\beta B + \gamma C) e^{-\alpha_2 z} \right\} \right] \dots (2.7)\end{aligned}$$

$z=0$ 平面上での応力成分は次式で表わされる。

$$\tau_{xz}|_{z=0} = -\mu F^{-3} \left[(1+i\omega d_2) \left\{ -2i\alpha_1 \beta \frac{1+i\omega d_1}{h^2} A + \frac{\beta^2 + \alpha_2^2}{\alpha_2} B + \frac{\beta \gamma}{\alpha_2} C \right\} \right] \dots (2.8)$$

$$\tau_{yz}|_{z=0} = -\mu F^{-3} \left[(1+i\omega d_2) \left\{ -2i\alpha_1 \gamma \frac{1+i\omega d_1}{h^2} A + \frac{\beta \gamma}{\alpha_2} B + \frac{\gamma^2 + \alpha_2^2}{\alpha_2} C \right\} \right] \dots (2.9)$$

$$\sigma_z|_{z=0} = -\mu F^{-3} \left[(1+i\omega d_2) \left\{ \left(2\alpha_2^2 + \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2} \right) \frac{1+i\omega d_1}{h^2} A + 2i\beta B + 2i\gamma C \right\} \right] \dots (2.10)$$

3. Ground Compliance の解析的表現

3.1 境界条件の導入

半無限粘弾性地盤（ここでは Voigt Solid を想定）の表面上に Fig. 1 に示すような長方形基礎($2b \times 2c$)が載っているとす。ここでは前報(その1)¹⁾と同様に自重を無視し、基礎下の応力分布を適当に仮定することにより、それに対応する変位を求める。

解析の対象とする加振力の型に対応する地表面での境界条件を次のように仮定する。(Fig. 2)

(1) 垂直加振の場合 (z 方向)

$$\sigma_z = \begin{cases} 0 & (|x| > b, \text{ or } |y| > c), \\ -q_{0V} \cdot Q(t) & (|x| \leq b, |y| \leq c) \end{cases} \quad \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \dots (3.1)$$

(2) 水平加振の場合 (x 方向)

$$\tau_{xz} = \begin{cases} 0 & (|x| > b, \text{ or } |y| > c), \\ -q_{0H} \cdot Q(t) & (|x| \leq b, |y| \leq c) \end{cases} \quad \sigma_z = \tau_{yz} = 0 \dots (3.2)$$

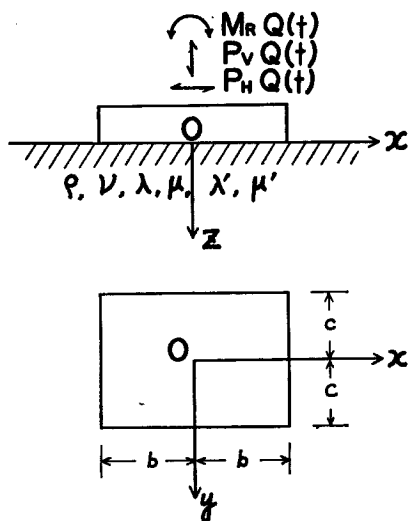


Fig. 1 Formulation of problem.

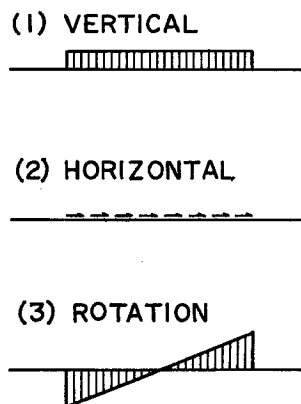


Fig. 2 Assumption of stress distribution.

(3) 回転加振の場合 (回転軸; y 軸)

$$\sigma_z = \begin{cases} 0 & (|x| > b, \text{ or } |y| > c), \\ -q_0 R \cdot \frac{x}{b} \cdot Q(t) & (|x| \leq b, \quad |y| \leq c) \end{cases} \quad \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \dots\dots\dots (3.3)$$

ここに、 q_0 [$I=V, H, R$] は正の常数である。すなわち、基礎下の応力分布について、垂直および水平加振の場合は加振方向の応力を一様分布と仮定し、回転加振では垂直応力を回転軸からの距離に比例する三角型の分布と仮定しているわけである。これらの境界条件 (3.1)~(3.3) 式の三重フーリエ変換は前報 (その1)¹⁾における (3.5)'~(3.7)' と同型になる。なお、各場合の加振力の振巾は次式で表わされる。

$$P_V = 4bcq_0 V, \quad P_H = 4bcq_0 H, \quad M_R = \frac{4}{3}b^2cq_0 R \dots\dots\dots (3.4)$$

3. 2 振動数方程式とその解

半無限地盤の表面 $z=0$ 上の応力 τ_{xz} , τ_{yz} , σ_z をすべて零とおき、表面上の応力成分の解 (2.8)~(2.10) 式における未定常数 A, B, C がともに零ではないという条件から、その係数のつくる行列式を零とおいて、

$$F(\beta, \gamma) = \left\{ 2(\beta^2 + \gamma^2) - \frac{\kappa^2}{1 + i\omega d_2} \right\}^2 - 4\alpha_1 \alpha_2 (\beta^2 + \gamma^2) = 0 \dots\dots\dots (3.5)$$

ここで、

$$\zeta^2 = \beta^2 + \gamma^2, \quad \zeta; \text{ wave number, } \xi = \frac{\zeta}{\kappa} = \frac{c_2 \zeta}{\omega} = \frac{c_2}{c_p}, \quad c_p = \frac{\omega}{\zeta}; \text{ phase velocity } \dots\dots\dots (3.6)$$

$$n^2 = \frac{h^2}{\kappa^2} = \frac{c_2^2}{c_1^2} = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}, \quad \nu; \text{ 減衰のないときの地盤の poisson 比 } \dots\dots\dots (3.7)$$

なる変数変換と無次元量を導入すれば、(3.5) 式は、

$$F(\xi) = \left(2\xi^2 - \frac{1}{1 + i\omega d_2} \right)^2 - 4\xi^2 \sqrt{\xi^2 - \frac{n^2}{1 + i\omega d_1}} \sqrt{\xi^2 - \frac{1}{1 + i\omega d_2}} = 0 \dots\dots\dots (3.8)$$

(3.5) 式または (3.8) 式はこの場合の振動数方程式で、 $F(\beta, \gamma)$ または $F(\xi)$ は半無限地盤の振動問題に現われる Rayleigh function と呼ばれるものである。(3.8) 式の解 ξ_0 (Rayleigh Pole) は完全弾性地盤の場合には実数部のみで、剪断波の速度に対する Rayleigh 波の速度の比の逆数を表わし、地盤の Poisson 比 ν のみの関数となったが、粘弾性地盤の場合には、一般に複素数

$$\xi_0 = \pm (\xi_1 - i\xi_2) \dots\dots\dots (3.9)$$

となり、地盤の Poisson 比のほか、粘性に関する係数 $\mu'/\mu, (\lambda' + 2\mu')/(\lambda + 2\mu)$ および振動数 ω の関数となり、その実数部は完全弾性地盤内の剪断波の伝播速度に対する Rayleigh 波の速度の比の逆数を表わし、その虚数部は attenuation constant $\alpha = \frac{\omega}{c_2} \xi_2$ を表わす。(3.8) 式の解 (3.9) の一例を Fig. 3 に示す。また、粘弾性地盤 (Voigt Solid) 内における Rayleigh 波、疎密波および剪断波の伝播速度 c および attenuation constant α を、横軸に $\omega\mu'/\mu$ をとって Figs. 4, 5 に示す。

この解析の範囲で、Figs. 4, 5 から、粘性に関する係数 μ'/μ と振動数 ω の積が大きくなると Rayleigh 波、疎密波および剪断波の伝播速度は速くなるが、しかし attenuation constant の方は $\omega\mu'/\mu$ のある値で maximum をもち、それ以上では再び減少していくことがわかる。この図の表現では、剪断波に対する伝播速度および attenuation constant は Lamé の常数 λ, μ に対応する粘性常数の比 λ'/μ' には無関係であるが、Rayleigh 波および疎密波に対しては λ'/μ' および ν にも関係している。そして λ'/μ' を大きくすると、Rayleigh 波および疎密波の伝播速度は速くなる。これは剪断波に対応する粘性係数 μ'/μ を一定として、疎密波に対応する粘性係数を大きくしたことに相当するからである。

3. 3 地盤の表面における変位成分の解

前報 (その1)¹⁾ と同様の取り扱いにより、各加振の場合に対する地盤の表面における変位成分の解は下記の如くなる。

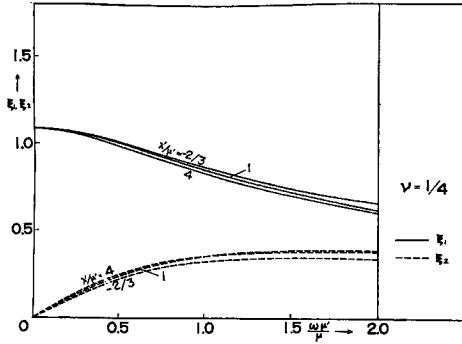
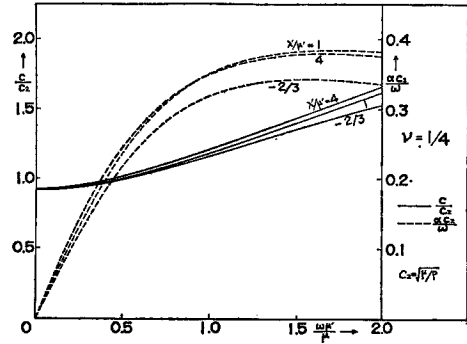
Fig. 3 Rayleigh Pole. $\xi_0 = \pm(\xi_1 - i\xi_2)$.

Fig. 4 Phase velocity and attenuation constant for Rayleigh wave.

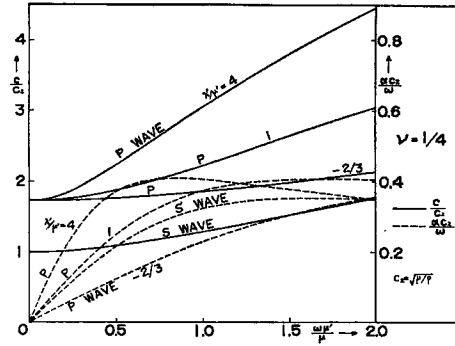


Fig. 5 Phase velocity and attenuation constant for dilatational wave and distortional wave.

(1) 垂直加振

$$u = \frac{P_V}{(1+i\omega d_2)\pi^2\mu} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\beta(2\alpha_2^2 + \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2} - 2\alpha_1\alpha_2)}{F(\beta, \gamma)} S(\beta, \gamma) \cdot \sin x\beta \cdot \cos y\gamma \cdot \tilde{Q}(\omega) e^{it\omega} d\beta d\gamma d\omega \quad (3.10)$$

$$v = \frac{P_V}{(1+i\omega d_2)\pi^2\mu} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\gamma(2\alpha_2^2 + \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2} - 2\alpha_1\alpha_2)}{F(\beta, \gamma)} S(\beta, \gamma) \cdot \cos x\beta \cdot \sin y\gamma \cdot \tilde{Q}(\omega) e^{it\omega} d\beta d\gamma d\omega \quad (3.11)$$

$$w = \frac{P_V}{(1+i\omega d_2)\pi^2\mu} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\alpha_1(2\alpha_2^2 + \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2} - 2\alpha_1\alpha_2)}{F(\beta, \gamma)} S(\beta, \gamma) \cdot \cos x\beta \cdot \cos y\gamma \cdot \tilde{Q}(\omega) e^{it\omega} d\beta d\gamma d\omega \quad (3.12)$$

ここに,

$$S(\beta, \gamma) = \frac{\sin\beta b \cdot \sin\gamma c}{(\beta b)(\gamma c)} \quad (3.13)$$

$$\tilde{Q}(\omega) = \mathcal{F}[Q(t)] = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^\infty Q(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.14)$$

(2) 水平加振

$$u = \frac{P_H}{(1+i\omega d_2)\pi^2\mu} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\gamma^2 F(\beta, \gamma) - \frac{\kappa^2 \alpha_2^2 \beta^2}{1+i\omega d_2}}{(\beta^2 + \gamma^2) \alpha_2 F(\beta, \gamma)} S(\beta, \gamma) \cdot \cos x\beta \cdot \cos y\gamma \\ \cdot \tilde{Q}(\omega) e^{i\omega t} d\beta d\gamma d\omega \dots\dots\dots (3.15)$$

$$v = -\frac{P_H}{(1+i\omega d_2)\pi^2\mu} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\beta\gamma \left\{ F(\beta, \gamma) - \frac{\kappa^2 \alpha_2^2}{1+i\omega d_2} \right\}}{(\beta^2 + \gamma^2) \alpha_2 F(\beta, \gamma)} S(\beta, \gamma) \cdot \sin x\beta \cdot \sin y\gamma \\ \cdot \tilde{Q}(\omega) e^{i\omega t} d\beta d\gamma d\omega \dots\dots\dots (3.16)$$

$$w = -\frac{P_H}{(1+i\omega d_2)\pi^2\mu} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\beta \left\{ F(\beta, \gamma) + \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2} \left(2\alpha_2^2 + \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2} \right) \right\}}{2(\beta^2 + \gamma^2) \alpha_2 F(\beta, \gamma)} \\ \cdot S(\beta, \gamma) \cdot \sin x\beta \cdot \cos y\gamma \cdot \tilde{Q}(\omega) e^{i\omega t} d\beta d\gamma d\omega \dots\dots\dots (3.17)$$

(3) 回転加振

$$u = \frac{3M_R}{(1+i\omega d_2)\pi^2\mu b} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\beta(2\alpha_2^2 + \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2} - 2\alpha_1\alpha_2)}{F(\beta, \gamma)} \frac{S(\beta, \gamma)}{\sin \beta b} \\ \cdot N(\beta b) \cdot \cos x\beta \cdot \cos y\gamma \cdot \tilde{Q}(\omega) e^{i\omega t} d\beta d\gamma d\omega \dots\dots\dots (3.18)$$

$$v = -\frac{3M_R}{(1+i\omega d_2)\pi^2\mu b} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\gamma(2\alpha_2^2 + \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2} - 2\alpha_1\alpha_2)}{F(\beta, \gamma)} \frac{S(\beta, \gamma)}{\sin \beta b} \\ \cdot N(\beta b) \cdot \sin x\beta \cdot \sin y\gamma \cdot \tilde{Q}(\omega) e^{i\omega t} d\beta d\gamma d\omega \dots\dots\dots (3.19)$$

$$w = -\frac{3M_R}{(1+i\omega d_2)\pi^2\mu b} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\alpha_1 \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2}}{F(\beta, \gamma)} \frac{S(\beta, \gamma)}{\sin \beta b} N(\beta b) \cdot \sin x\beta \cdot \cos y\gamma \\ \cdot \tilde{Q}(\omega) e^{i\omega t} d\beta d\gamma d\omega \dots\dots\dots (3.20)$$

ここに,

$$N(\beta b) = \frac{\sin \beta b}{\beta b} - \cos \beta b \dots\dots\dots (3.21)$$

3. 4 Dynamical Ground Compliance の解析的表現

加振方向の基礎の変位として次に示す載荷面の地盤の変位を代表的に採用する。

$$\begin{cases} (1) \text{ 垂直加振 } w_0 = w |_{x=y=z=0} \\ (2) \text{ 水平加振 } u_0 = u |_{x=y=z=0} \\ (3) \text{ 回転加振 } \phi_0 = w |_{x=b, y=z=0/b} \end{cases} \dots\dots\dots (3.22)$$

ここで, time factor $Q(t) = e^{i\omega t}$ とすると, (3.22) 式に対する Dynamical Ground Compliance の解析的表現は次のようになる。

(1) 垂直加振

$$\frac{w_0}{P_V e^{i\omega t}} = \frac{-1}{(1+i\omega d_2)\pi^2\mu} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\alpha_1 \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2}}{F(\beta, \gamma)} S(\beta, \gamma) d\beta d\gamma \dots\dots\dots (3.23)$$

(2) 水平加振

$$\frac{u_0}{P_H e^{i\omega t}} = \frac{1}{(1+i\omega d_2)\pi^2\mu} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\gamma^2 F(\beta, \gamma) - \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2} \alpha_2^2 \beta^2}{(\beta^2 + \gamma^2) \alpha_2 F(\beta, \gamma)} S(\beta, \gamma) d\beta d\gamma \dots\dots\dots (3.24)$$

(3) 回転加振

$$\frac{\phi_0}{M_R e^{i\omega t}} = \frac{-3}{(1+i\omega d_2)\pi^2\mu b^2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\alpha_1 \frac{\kappa^2}{1+i\omega d_2}}{F(\beta, \gamma)} N(\beta b) S(\beta, \gamma) d\beta d\gamma \dots\dots\dots (3.25)$$

ここに、 $F(\beta, \gamma)$ は (3.5) 式を参照。

(3.23)~(3.25) 式は前報 (その1)¹⁾ の (3.48)~(3.50) 式において、 μ の代りに $\mu + i\omega\mu'$ と、 λ の代りに $\lambda' + i\omega\lambda'$ と置き換えた形となっている。

以上の表現には二重無限積分が含まれているが、

$$\beta = \zeta \cos \theta, \quad \gamma = \zeta \sin \theta, \quad \beta^2 + \gamma^2 = \zeta^2 \dots \dots \dots (3.26)$$

なる変数変換によって一方の無限積分を有限積分になおし、さらに、解析に便利のように次の変数変換、

$$\xi = \zeta / \kappa \dots \dots \dots (3.27)$$

を導入し、式全体の無次元化を行なうと、解析的表現は次の様になる。

(1) 垂直加振

$$\frac{w_0}{P_V e^{i\omega t}} \cdot b\mu = \frac{-a_0}{(1+i\eta a_0)^2 \pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{\xi \sqrt{\xi^2 - n^2 / (1+i\eta_1 a_0)}}{F(\xi)} S(a_0 \xi, \theta) d\xi d\theta \dots \dots \dots (3.28)$$

(2) 水平加振

$$\frac{u_0}{P_H e^{i\omega t}} \cdot b\mu = \frac{a_0}{(1+i\eta a_0)^2 \pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \left[\frac{(1+i\eta a_0) \xi \sin^2 \theta}{\sqrt{\xi^2 - 1 / (1+i\eta a_0)}} - \frac{\xi \sqrt{\xi^2 - 1 / (1+i\eta a_0)}}{F(\xi)} \cos^2 \theta \right] S(a_0 \xi, \theta) d\xi d\theta \dots \dots \dots (3.29)$$

(3) 回転加振

$$\frac{\phi_0}{M_R e^{i\omega t}} \cdot \frac{b^3 \mu}{3} = \frac{-a_0}{(1+i\eta a_0)^2 \pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{\xi \sqrt{\xi^2 - n^2 / (1+i\eta_1 a_0)}}{F(\xi)} N(a_0 \xi, \theta) S(a_0 \xi, \theta) d\xi d\theta \dots \dots \dots (3.30)$$

ここに、

$$\left\{ \begin{array}{l} S(a_0 \xi, \theta) = \frac{\sin(a_0 \xi \cos \theta)}{a_0 \xi \cos \theta} \frac{\sin\left(\frac{c}{b} a_0 \xi \sin \theta\right)}{\frac{c}{b} a_0 \xi \sin \theta}, \quad N(a_0 \xi, \theta) = \frac{\sin(a_0 \xi \cos \theta)}{a_0 \xi \cos \theta} - \cos(a_0 \xi \cos \theta) \\ a_0 = \kappa b = \frac{\omega}{c_2} b = \omega \sqrt{\rho / \mu} b; \text{振動数 } \omega \text{ に関する無次元量} \dots \dots \dots (3.31) \\ \eta = \frac{c_2}{b} \frac{\mu'}{\mu}; \text{剪断波に対応する粘性係数に関する無次元量} \\ \eta_1 = \frac{c_2}{b} \frac{\lambda' + 2\mu'}{\lambda + 2\mu} = n^2 \left(\frac{\lambda'}{\mu'} + 2 \right) \cdot \eta; \text{疎密波に対応する粘性係数に関する無次元量} \end{array} \right.$$

4. Ground Compliance の数値解とその特性

4.1 数値積分の方法

Dynamical Ground Compliance の解析的表現 (3.28)~(3.30) 式の積分を評価するために複素平面に拡張すると、完全弾性地盤(無減衰)の場合には前報 (その1)¹⁾ に示されるように2個の分岐点と2個の極が実軸上に存在したが、地盤の dissipative な減衰を考慮した場合には、実軸上の特異点はすべて第4象限に移行するから、(3.28)~(3.30) 式の積分は実軸に沿う特異点の存在しない積分路を採用すればよい。

数値計算の方法は次の様にする。まず変数 θ に関する積分はパラメータを変えた場合の繰返し計算に共通であるから、この計算をさきに行う。すなわち、

$$\frac{w_0}{P_V e^{i\omega t}} \cdot b\mu = - \int_0^{\infty} a_0 G_1(\xi) \cdot S_I(a_0 \xi) d\xi \dots \dots \dots (4.1)$$

$$\frac{u_0}{P_H e^{i\omega t}} \cdot b\mu = \int_0^{\infty} a_0 \{ G_2(\xi) \cdot S_{IS}(a_0 \xi) - G_3(\xi) \cdot S_{IO}(a_0 \xi) \} d\xi \dots \dots \dots (4.2)$$

$$\frac{\phi_0}{M_R e^{i\omega t}} \cdot \frac{b^3 \mu}{3} = - \int_0^{\infty} a_0 G_1(\xi) \cdot S_{IN}(a_0 \xi) d\xi \dots \dots \dots (4.3)$$

ここに、

$$\begin{cases} S_I(a_0\xi) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} S(a_0\xi, \theta) d\theta, & S_{IS}(a_0\xi) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} S(a_0\xi, \theta) \sin^2 \theta d\theta \\ S_{IO}(a_0\xi) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} S(a_0\xi, \theta) \cos^2 \theta d\theta, & S_{IN}(a_0\xi) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} S(a_0\xi, \theta) N(a_0\xi, \theta) d\theta \end{cases} \dots\dots\dots (4.4)$$

$$\begin{cases} G_1(\xi) = \frac{\xi \sqrt{\xi^2 - n^2/(1+i\eta_1 a_0)}}{(1+i\eta a_0)^2 \pi^2 \cdot F(\xi)}, & G_2(\xi) = \frac{\xi}{(1+i\eta a_0) \pi^2 \sqrt{\xi^2 - 1/(1+i\eta a_0)}} \\ G_3(\xi) = \frac{\xi \sqrt{\xi^2 - 1/(1+i\eta a_0)}}{(1+i\eta a_0)^2 \pi^2 \cdot F(\xi)} \end{cases} \dots\dots\dots (4.5)$$

において、(4.4) 式の各量を $a_0\xi$ の適当な値（ここでは $c/b=0.5, 1.0$ に対しては $a_0\xi$ を 0.1 刻みに 0～50まで、 $c/b=2.0, 4.0$ に対しては $a_0\xi$ を 0.05 刻みに 0～50まで）に対して前以て計算しておく、この計算値の table をもとにして、中間の値は Stirling の補間公式で補間しながら ξ に関する積分計算を行なう。今回行なった (4.4) 式の数値計算の精度は有効数字 7 桁まで正確であり、Stirling の補間公式における相対誤差は $c/b=2.0$ の場合に対し、0.0005%以内であった。変数 ξ に関する無限積分は $a_0\xi=50$ で打ち切った。

$a_0\xi > 50$ の積分による誤差は次に述べる計算法により近似的に評価できる。

(4.5) 式は $\xi \rightarrow \infty$ で有限な値に収束するから、(4.5) 式の項を ξ に無関係な値、すなわち、 $\xi \rightarrow \infty$ における値と近似におくと、(4.1)～(4.3) 式は (4.4) 式の $a_0\xi=50 \sim \infty$ までの積分値と、(4.5) 式の $\xi \rightarrow \infty$ の値の積として評価できる。一方、(4.4) 式の $a_0\xi=0 \sim \infty$ までの定積分は積分公式により解析的に求まっており、 $a_0\xi=0 \sim 50$ までの積分は上で求めた (4.4) 式の値に対する table を用いて数値積分を行うことにより、(4.4) 式の $a_0\xi=50 \sim \infty$ までの積分を評価することができる。

しかしながら、全体の積分値に対する上の評価による誤差の占める割合は非常に小さく、垂直加振で $c/b=1.0$ のとき、絶対誤差は約 0.0001 であった。

なお、数値積分にはすべて Simpson 3/8 則を用い、計算誤差が θ に関する積分に対しては、相対誤差 0.00001%以内、 ξ に関する積分に対しては主要部分（積分値の大きくなるところ）では相対誤差 0.05%以内に収まるまで積分間隔を細分割していく方法によった。

4. 2 数値計算および結果

4.2.1 計 算 結 果

3. 4 で得られた解析的表現 (3.28)～(3.30) 式を 4. 1 で述べた計算方法に基づいて、digital 電子計算機により求めた結果の一部を、Table 1 (垂直加振)、Table 2 (水平加振) および Table 3 (回転加振) に示す。ここに、地盤の Poisson 比 $\nu=1/4$ ($n^2=1/3, \lambda=\mu$) と仮定し、基礎断面辺長比 c/b 、Lamé の常数 μ に対応する粘性常数に関する無次元量 $\eta \left(= \frac{c_2}{b} \cdot \frac{\mu'}{\mu} \right)$ 、Lamé の常数 λ, μ に対応する粘性常数の比 λ'/μ' および加振力の振動数に関する無次元量 $a_0 (= \omega \sqrt{\rho/\mu b})$ に対して、基礎巾 b を一定にし、 c を変えた場合が計算されている。結果は複素数で得られるから、その実数部を f_{1i} 、虚数部を f_{2i} [$i=V, H, R$] で表わしている。すなわち、

$$\frac{w_0}{P r e^{i\omega t}} \cdot b\mu = f_{1V} + i f_{2V}, \quad \frac{u_0}{P r e^{i\omega t}} \cdot b\mu = f_{1H} + i f_{2H}, \quad \frac{\phi_0}{M r e^{i\omega t}} \cdot \frac{b^3 \mu}{3} = f_{1R} + i f_{2R} \quad (4.6)$$

次に Figs. 6～8 (垂直加振)、Figs. 14～16 (水平加振) および Figs. 22～24 (回転加振) は、 $\nu, c/b, \lambda'/\mu'$ を一定とし、 η を変えた場合の解を振動数パラメータ a_0 を横軸にとって示したものであり、Fig. 9 (垂直加振)、Fig. 17 (水平加振) および Fig. 25 (回転加振) は、 $\nu, c/b, \eta$ を一定とし、 λ'/μ' を変えた場合の解を振動数パラメータ a_0 を横軸にとって示したものである。ここで、 $\nu=1/4$ かつ $\lambda'/\mu'=1$ は疎密波に対応する粘性係数と剪断波に対応する粘性係数が等しいことを、 $\nu=1/4$ かつ $\lambda'/\mu'=-2/3$ は bulk modulus $\left(\lambda + \frac{2}{3} \mu \right)$ に対応する粘性係数が零を、 $\nu=1/4$ かつ $\lambda'/\mu'=4$ は疎密波に対応する粘性係数が剪断

Table 1 Dynamical Ground Compliance for Vertical translation, $\nu=1/4$

η	a_0	$c/b=0.5$		$c/b=1.0$		$c/b=2.0$	
		f_{1V}	f_{2V}	f_{1V}	f_{2V}	f_{1V}	f_{2V}
0.1	0	0.2872	0	0.2104	0	0.1436	0
	0.2	0.2838	-0.0351	0.2066	-0.0335	0.1384	-0.0318
	0.4	0.2747	-0.0689	0.1958	-0.0651	0.1239	-0.0599
	0.6	0.2599	-0.1001	0.1788	-0.0932	0.1023	-0.0811
	0.8	0.2404	-0.1277	0.1566	-0.1162	0.0768	-0.0937
	1.0	0.2171	-0.1508	0.1311	-0.1333	0.0509	-0.0976
	1.2	0.1912	-0.1688	0.1036	-0.1440	0.0277	-0.0938
	1.4	0.1638	-0.1817	0.0760	-0.1485	0.0093	-0.0847
	1.6	0.1360	-0.1893	0.0499	-0.1471	-0.0036	-0.0725
	1.8	0.1090	-0.1922	0.0263	-0.1408	-0.0110	-0.0598
	2.0	0.0836	-0.1907	0.0062	-0.1306	-0.0140	-0.0483
0.2	0	0.2872	0	0.2104	0	0.1436	0
	0.2	0.2826	-0.0407	0.2055	-0.0375	0.1374	-0.0345
	0.4	0.2700	-0.0791	0.1916	-0.0721	0.1203	-0.0639
	0.6	0.2502	-0.1132	0.1702	-0.1012	0.0957	-0.0844
	0.8	0.2248	-0.1414	0.1436	-0.1232	0.0681	-0.0947
	1.0	0.1957	-0.1629	0.1142	-0.1372	0.0419	-0.0954
	1.2	0.1648	-0.1773	0.0846	-0.1433	0.0201	-0.0888
	1.4	0.1340	-0.1851	0.0569	-0.1426	0.0042	-0.0781
	1.6	0.1048	-0.1869	0.0325	-0.1364	-0.0059	-0.0659
	1.8	0.0782	-0.1838	0.0125	-0.1262	-0.0112	-0.0545
	2.0	0.0549	-0.1770	-0.0031	-0.1138	-0.0132	-0.0447
0.5	0	0.2872	0	0.2104	0	0.1436	0
	0.2	0.2777	-0.0570	0.2013	-0.0492	0.1338	-0.0420
	0.4	0.2521	-0.1063	0.1765	-0.0903	0.1083	-0.0736
	0.6	0.2155	-0.1430	0.1422	-0.1181	0.0761	-0.0897
	0.8	0.1743	-0.1653	0.1054	-0.1318	0.0457	-0.0917
	1.0	0.1340	-0.1748	0.0714	-0.1337	0.0220	-0.0846
	1.2	0.0982	-0.1744	0.0432	-0.1275	0.0059	-0.0735
	1.4	0.0683	-0.1675	0.0216	-0.1167	-0.0038	-0.0618
	1.6	0.0445	-0.1568	0.0060	-0.1042	-0.0091	-0.0513
	1.8	0.0261	-0.1445	-0.0047	-0.0916	-0.0115	-0.0426
	2.0	0.0123	-0.1318	-0.0117	-0.0799	-0.0124	-0.0356
1.0	0	0.2872	0	0.2104	0	0.1436	0
	0.2	0.2657	-0.0818	0.1915	-0.0668	0.1261	-0.0532
	0.4	0.2141	-0.1381	0.1469	-0.1100	0.0872	-0.0827
	0.6	0.1553	-0.1626	0.0983	-0.1252	0.0492	-0.0873
	0.8	0.1047	-0.1641	0.0588	-0.1216	0.0223	-0.0785
	1.0	0.0669	-0.1537	0.0312	-0.1096	0.0062	-0.0659
	1.2	0.0404	-0.1389	0.0133	-0.0956	-0.0026	-0.0541
	1.4	0.0224	-0.1235	0.0021	-0.0823	-0.0071	-0.0444
	1.6	0.0102	-0.1094	-0.0048	-0.0707	-0.0091	-0.0366
	1.8	0.0020	-0.0968	-0.0089	-0.0609	-0.0100	-0.0305
	2.0	-0.0035	-0.0860	-0.0113	-0.0527	-0.0101	-0.0258

Table 2 Dynamical Ground Compliance for Horizontal translation, $\nu=1/4$

η	a_0	$c/b=0.5$		$c/b=1.0$		$c/b=2.0$	
		f_{1H}	f_{2H}	f_{1H}	f_{2H}	f_{1H}	f_{2H}
0.1	0	0.3446	0	0.2455	0	0.1627	0
	0.2	0.3420	-0.0329	0.2425	-0.0309	0.1587	-0.0290
	0.4	0.3349	-0.0649	0.2342	-0.0604	0.1473	-0.0553
	0.6	0.3234	-0.0952	0.2208	-0.0875	0.1298	-0.0767
	0.8	0.3081	-0.1230	0.2031	-0.1111	0.1085	-0.0919
	1.0	0.2894	-0.1478	0.1823	-0.1306	0.0857	-0.1002
	1.2	0.2681	-0.1690	0.1591	-0.1454	0.0638	-0.1022
	1.4	0.2450	-0.1865	0.1350	-0.1554	0.0444	-0.0989
	1.6	0.2208	-0.2001	0.1109	-0.1608	0.0287	-0.0920
	1.8	0.1962	-0.2100	0.0878	-0.1619	0.0171	-0.0832
	2.0	0.1718	-0.2163	0.0665	-0.1594	0.0094	-0.0738
0.2	0	0.3446	0	0.2455	0	0.1627	0
	0.2	0.3408	-0.0396	0.2415	-0.0356	0.1578	-0.0320
	0.4	0.3303	-0.0776	0.2301	-0.0691	0.1438	-0.0603
	0.6	0.3136	-0.1124	0.2123	-0.0985	0.1232	-0.0821
	0.8	0.2919	-0.1428	0.1896	-0.1225	0.0990	-0.0958
	1.0	0.2664	-0.1679	0.1640	-0.1404	0.0746	-0.1016
	1.2	0.2385	-0.1875	0.1369	-0.1519	0.0525	-0.1007
	1.4	0.2095	-0.2016	0.1103	-0.1575	0.0343	-0.0951
	1.6	0.1808	-0.2104	0.0853	-0.1580	0.0205	-0.0869
	1.8	0.1531	-0.2146	0.0629	-0.1544	0.0108	-0.0778
	2.0	0.1273	-0.2148	0.0436	-0.1478	0.0045	-0.0691
0.5	0	0.3446	0	0.2455	0	0.1627	0
	0.2	0.3357	-0.0594	0.2372	-0.0495	0.1542	-0.0409
	0.4	0.3113	-0.1122	0.2146	-0.0921	0.1317	-0.0733
	0.6	0.2758	-0.1536	0.1824	-0.1234	0.1020	-0.0928
	0.8	0.2347	-0.1819	0.1466	-0.1420	0.0722	-0.0997
	1.0	0.1929	-0.1977	0.1118	-0.1494	0.0469	-0.0973
	1.2	0.1539	-0.2032	0.0812	-0.1483	0.0276	-0.0898
	1.4	0.1196	-0.2013	0.0559	-0.1418	0.0141	-0.0802
	1.6	0.0907	-0.1944	0.0359	-0.1322	0.0050	-0.0706
	1.8	0.0670	-0.1847	0.0207	-0.1214	-0.0008	-0.0619
	2.0	0.0478	-0.1735	0.0094	-0.1104	-0.0044	-0.0543
1.0	0	0.3446	0	0.2455	0	0.1627	0
	0.2	0.3224	-0.0899	0.2268	-0.0707	0.1464	-0.0542
	0.4	0.2683	-0.1544	0.1820	-0.1189	0.1088	-0.0870
	0.6	0.2046	-0.1861	0.1312	-0.1394	0.0699	-0.0960
	0.8	0.1478	-0.1928	0.0878	-0.1402	0.0401	-0.0907
	1.0	0.1032	-0.1852	0.0556	-0.1308	0.0204	-0.0801
	1.2	0.0704	-0.1715	0.0332	-0.1178	0.0083	-0.0688
	1.4	0.0470	-0.1560	0.0180	-0.1045	0.0010	-0.0587
	1.6	0.0303	-0.1410	0.0079	-0.0923	-0.0032	-0.0502
	1.8	0.0185	-0.1272	0.0011	-0.0816	-0.0057	-0.0432
	2.0	0.0100	-0.1149	-0.0034	-0.0724	-0.0071	-0.0375

Table 3 Dynamical Ground Compliance for Rotation, $\nu=1/4$

η	a_0	$c/b=0.5$		$c/b=1.0$		$c/b=2.0$	
		f_{1R}	f_{2R}	f_{1R}	f_{2R}	f_{1R}	f_{2R}
0.1	0	0.07842	0	0.04927	0	0.02788	0
	0.2	0.07939	-0.00180	0.05020	-0.00121	0.02864	-0.00077
	0.4	0.08216	-0.00489	0.05265	-0.00368	0.03051	-0.00273
	0.6	0.08569	-0.01022	0.05561	-0.00829	0.03240	-0.00654
	0.8	0.08866	-0.01811	0.05773	-0.01522	0.03302	-0.01206
	1.0	0.08974	-0.02818	0.05776	-0.02395	0.03140	-0.01837
	1.2	0.08797	-0.03946	0.05487	-0.03337	0.02727	-0.02419
	1.4	0.08296	-0.05066	0.04887	-0.04210	0.02112	-0.02826
	1.6	0.07493	-0.06048	0.04026	-0.04885	0.01403	-0.02984
	1.8	0.06465	-0.06788	0.03006	-0.05275	0.00724	-0.02888
	2.0	0.05319	-0.07231	0.01949	-0.05346	0.00176	-0.02592
0.2	0	0.07842	0	0.04927	0	0.02788	0
	0.2	0.07928	-0.00340	0.05012	-0.00223	0.02860	-0.00136
	0.4	0.08160	-0.00827	0.05223	-0.00587	0.03021	-0.00401
	0.6	0.08400	-0.01549	0.05427	-0.01172	0.03141	-0.00850
	0.8	0.08495	-0.02500	0.05474	-0.01958	0.03085	-0.01431
	1.0	0.08318	-0.03589	0.05251	-0.02843	0.02786	-0.02018
	1.2	0.07818	-0.04673	0.04727	-0.03679	0.02272	-0.02473
	1.4	0.07021	-0.05612	0.03952	-0.04330	0.01639	-0.02709
	1.6	0.06018	-0.06301	0.03034	-0.04712	0.01009	-0.02711
	1.8	0.04923	-0.06699	0.02094	-0.04806	0.00478	-0.02526
	2.0	0.03846	-0.06816	0.01240	-0.04650	0.00094	-0.02232
0.5	0	0.07842	0	0.04927	0	0.02788	0
	0.2	0.07858	-0.00815	0.04967	-0.00524	0.02832	-0.00309
	0.4	0.07836	-0.01776	0.04997	-0.01199	0.02873	-0.00754
	0.6	0.07584	-0.02877	0.04835	-0.02015	0.02744	-0.01311
	0.8	0.06993	-0.03956	0.04377	-0.02817	0.02377	-0.01825
	1.0	0.06102	-0.04828	0.03668	-0.03432	0.01847	-0.02155
	1.2	0.05050	-0.05387	0.02844	-0.03773	0.01284	-0.02264
	1.4	0.03985	-0.05628	0.02039	-0.03848	0.00790	-0.02194
	1.6	0.03012	-0.05612	0.01341	-0.03725	0.00408	-0.02020
	1.8	0.02183	-0.05420	0.00781	-0.03482	0.00138	-0.01803
	2.0	0.01510	-0.05124	0.00359	-0.03182	-0.00039	-0.01585
1.0	0	0.07842	0	0.04927	0	0.02788	0
	0.2	0.07622	-0.01562	0.04814	-0.00999	0.02742	-0.00580
	0.4	0.06921	-0.03013	0.04385	-0.01982	0.02496	-0.01195
	0.6	0.05791	-0.04085	0.03621	-0.02729	0.02004	-0.01661
	0.8	0.04513	-0.04632	0.02728	-0.03096	0.01428	-0.01857
	1.0	0.03341	-0.04739	0.01914	-0.03138	0.00923	-0.01836
	1.2	0.02389	-0.04575	0.01266	-0.02985	0.00544	-0.01698
	1.4	0.01661	-0.04278	0.00787	-0.02744	0.00281	-0.01519
	1.6	0.01121	-0.03934	0.00445	-0.02480	0.00105	-0.01340
	1.8	0.00724	-0.03591	0.00204	-0.02224	-0.00009	-0.01176
	2.0	0.00434	-0.03268	0.00037	-0.01991	-0.00083	-0.01033

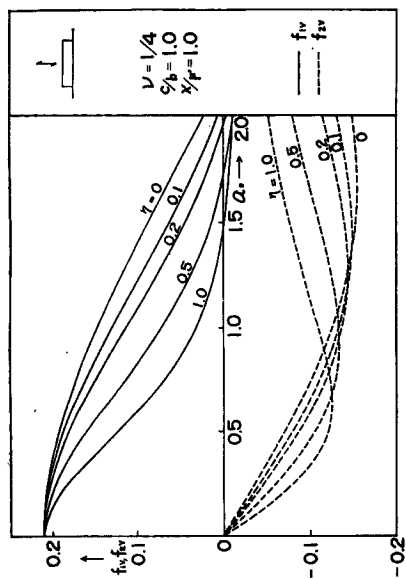


Fig. 6 Dynamical Ground Compliance, vertical translation, Voigt Solid.

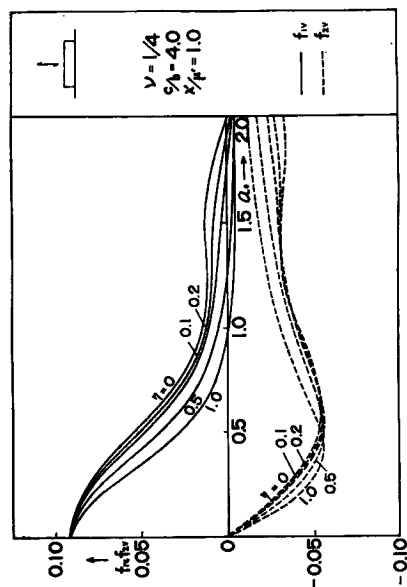


Fig. 8 Dynamical Ground Compliance, vertical translation, Voigt Solid.

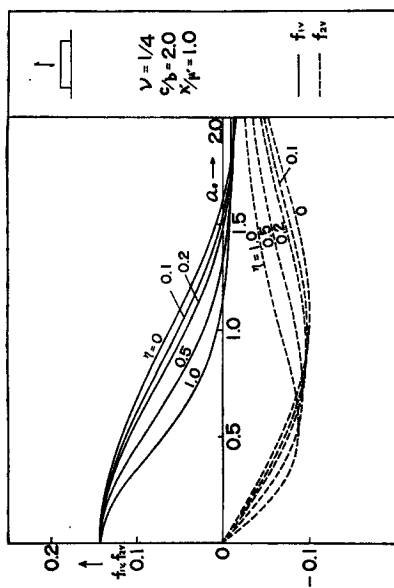


Fig. 7 Dynamical Ground Compliance, vertical translation, Voigt Solid.

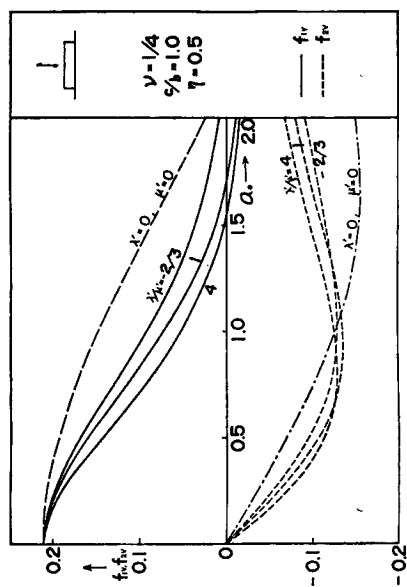


Fig. 9 Dynamical Ground Compliance, vertical translation, Voigt Solid.

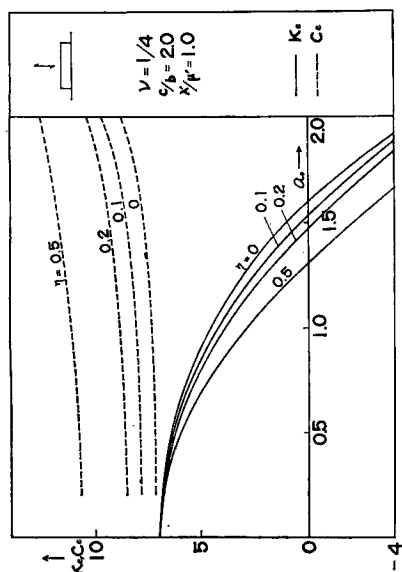


Fig. 11 Equivalent coefficients of spring and dash-pot system, vertical translation, Voigt Solid.

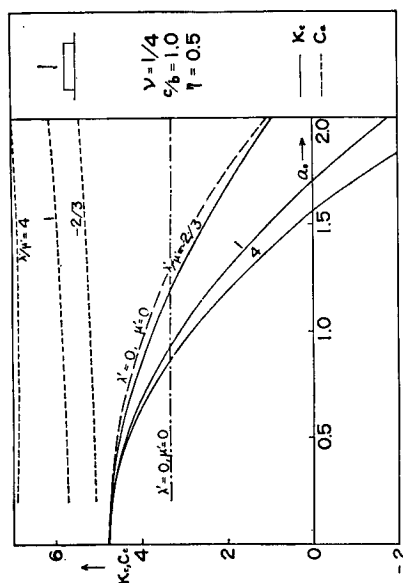


Fig. 13 Equivalent coefficients of spring and dash-pot system, vertical translation, Voigt Solid.

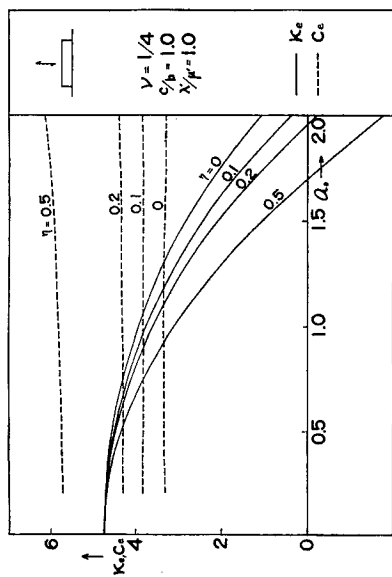


Fig. 10 Equivalent coefficients of spring and dash-pot system, vertical translation, Voigt Solid.

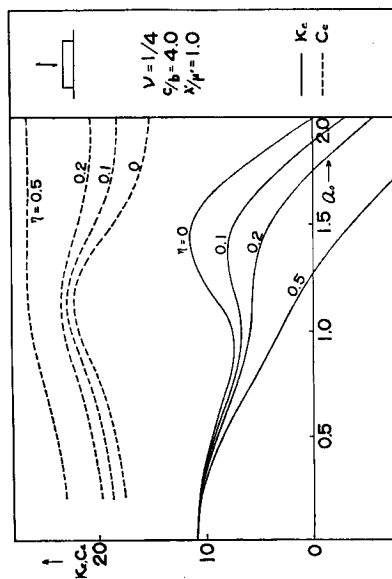


Fig. 12 Equivalent coefficients of spring and dash-pot system, vertical translation, Voigt Solid.

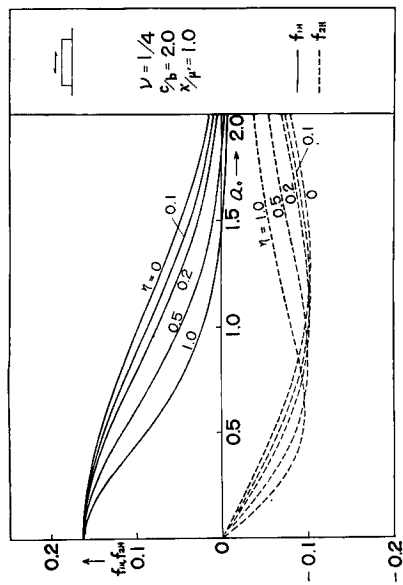


Fig. 15 Dynamical Ground Compliance, horizontal translation, Voigt Solid.

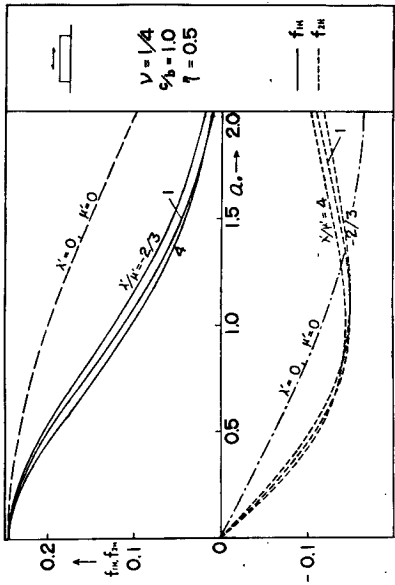


Fig. 17 Dynamical Ground Compliance, horizontal translation, Voigt Solid.

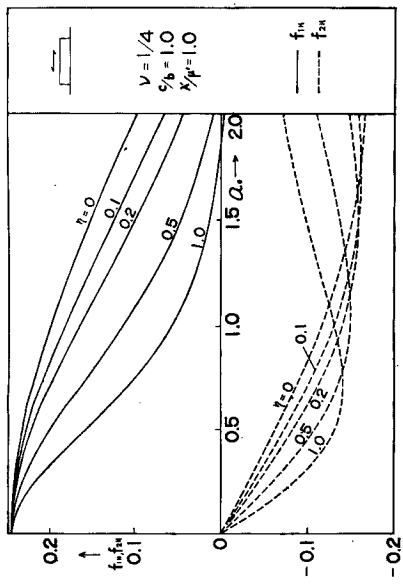


Fig. 14 Dynamical Ground Compliance, horizontal translation, Voigt Solid.

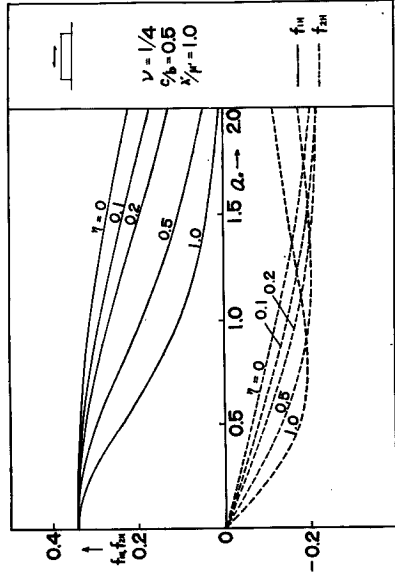


Fig. 16 Dynamical Ground Compliance, horizontal translation, Voigt Solid.

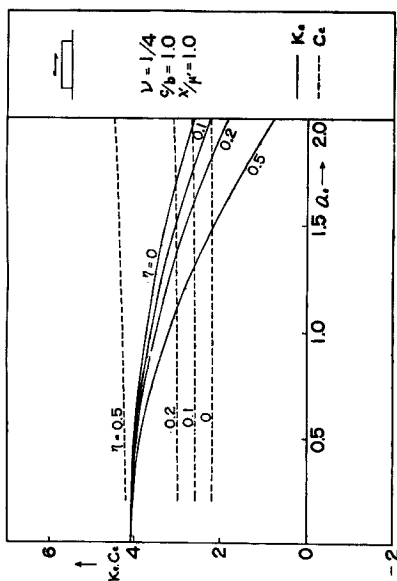


Fig. 18 Equivalent coefficients of spring and dash-pot system, horizontal translation, Voigt Solid,

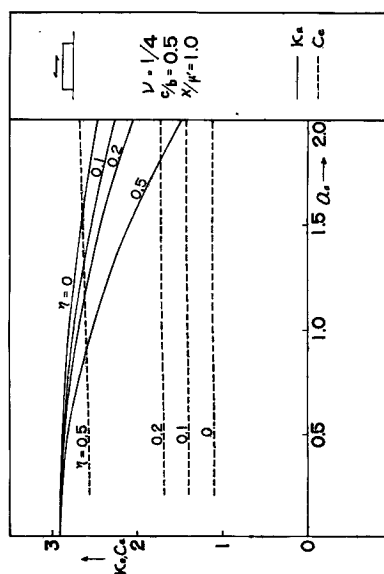


Fig. 20 Equivalent coefficients of spring and dash-pot system, horizontal translation, Voigt Solid.

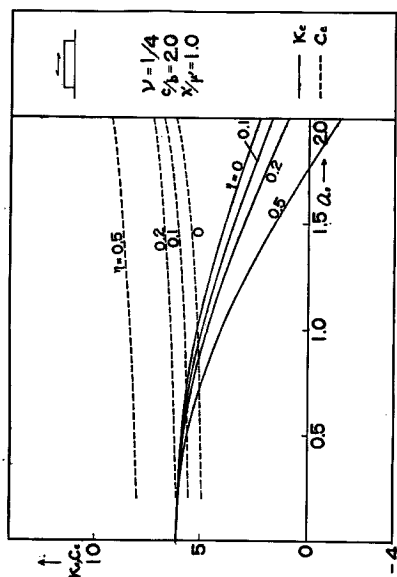


Fig. 19 Equivalent coefficients of spring and dash-pot system, horizontal translation, Voigt Solid.

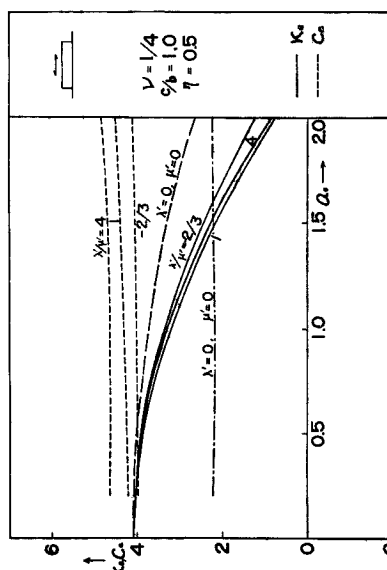


Fig. 21 Equivalent coefficients of spring and dash-pot system, horizontal translation, Voigt Solid.

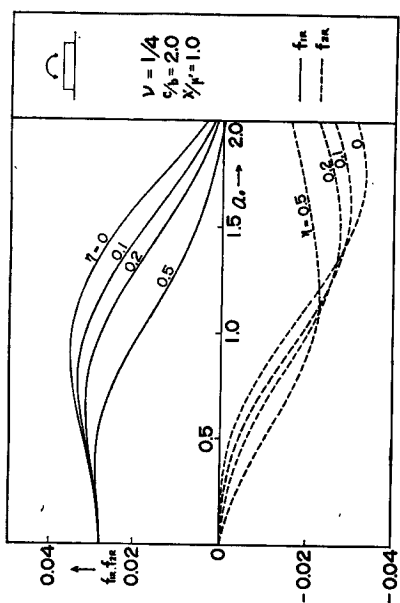


Fig. 23 Dynamical Ground Compliance, rotation, Voigt Solid.

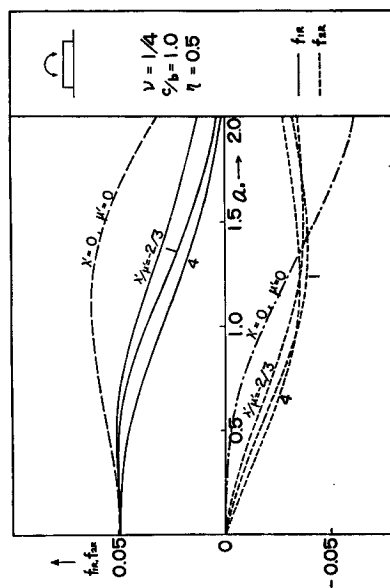


Fig. 25 Dynamical Ground Compliance, rotation, Voigt Solid.

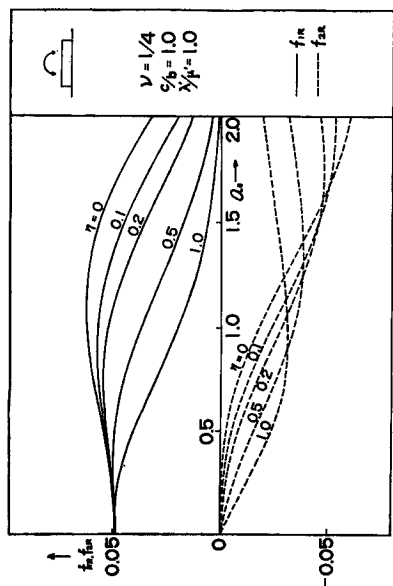


Fig. 22 Dynamical Ground Compliance, rotation, Voigt Solid.

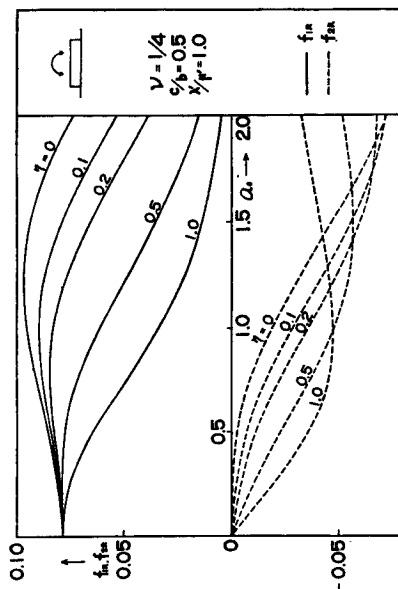


Fig. 24 Dynamical Ground Compliance, rotation, Voigt Solid.

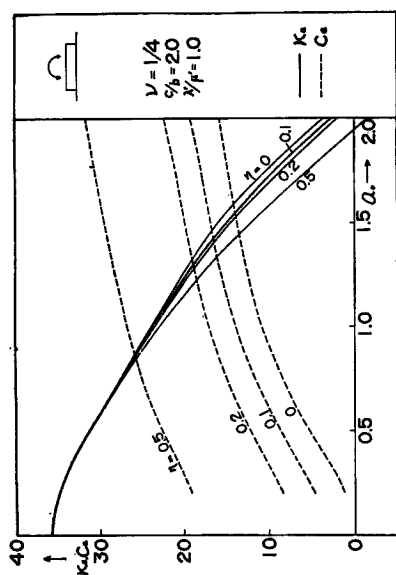


Fig. 27 Equivalent coefficients of spring and dash-pot system, rotation, Voigt Solid.

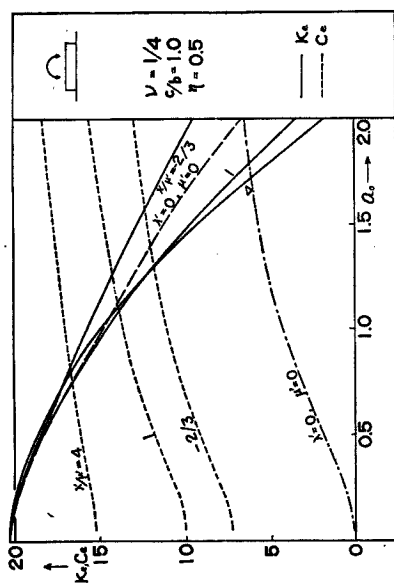


Fig. 29 Equivalent coefficients of spring and dash-pot system, rotation, Voigt Solid.

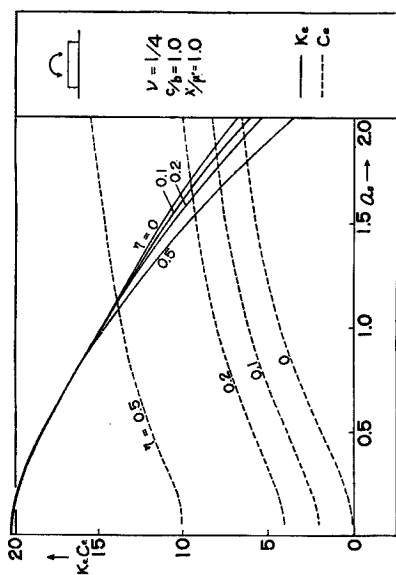


Fig. 26 Equivalent coefficients of spring and dash-pot system, rotation, Voigt Solid.

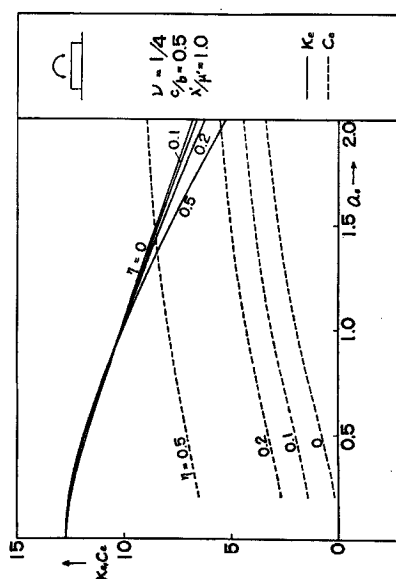


Fig. 28 Equivalent coefficients of spring and dash-pot system, rotation, Voigt Solid.

波に対応する粘性係数の2倍に等しいことを、夫々意味している。

Dynamical Ground Compliance はそのままの形では物理的な特性を把握しにくいので、ここでも前報^{1),2),3)}と同様に spring と dash-pot から成る系の特性におきかえて、その等価バネ剛性 κ_e および等価粘性減衰係数 c_e を振動数の関数、すなわち、

$$\text{Dynamical Ground Compliance} = f_{1i} + f_{2i} = \frac{1}{\kappa_e + i a_0 c_e} \dots \dots \dots (4.7)$$

$$\kappa_e = \frac{f_{1i}}{f_{1i}^2 + f_{2i}^2}, \quad c_e = \frac{-f_{2i}}{a_0(f_{1i}^2 + f_{2i}^2)} \dots \dots \dots (4.8)$$

として求めてみる。Figs. 10~13 (垂直加振), Figs. 18~21 (水平加振) および Figs. 26~29 (回転加振) は横軸に振動数パラメータ a_0 をとり、等価バネ剛性 κ_e および等価粘性減衰係数 c_e を図示したものである。

粘弾性地盤の Statical Ground Compliance は、明らかに完全弾性地盤のそれと一致するから、ここでは省略する [前報 (その1)¹⁾ 参照]。

4.2.2 解析結果の考察

1. 地盤の動特性の一つの表現である Dynamical Ground Compliance (線型伝達関数) は前報 (その1)¹⁾と同様に、本報で扱ったような媒質自身が Voigt 型の dissipative な減衰機構をもつ地盤についても、入力振動数、基礎の形状と寸法、地盤の弾性常数 (剛性率, Poisson 比) および地盤の密度の関数となるが、さらに減衰機構に関する2つの常数、すなわち Lamé の常数 μ に対応する Voigt 型の粘性常数パラメータ $\eta \left(= \frac{c_2}{b} \cdot \frac{\mu'}{\mu} \right)$ および λ, μ に対応する粘性常数の比 λ'/μ' の関数となる。そしてこの場合の解は粘性のない状態にもっていくと、当然ながら半無限弾性地盤の場合に求めた Cauchy の主値に留数項を付加した値に収束する。

2. 媒質自身の dissipative な粘性常数パラメータ η が増加すると、Dynamical Ground Compliance の曲線は左側 (低振動数域) に移行する。これは Dynamical Ground Compliance の実数部、虚数部がともに η の増加につれて、振動数パラメータ a_0 の影響を受け易い方に変ることを示している。

3. η を一定とし、粘性常数比 λ'/μ' を変化させると、すなわち剪断波に対応する粘性係数を一定として、その上で疎密波に対応する粘性係数を変化させると、水平加振よりも垂直および回転加振の場合の方が変化は著しい。これは水平加振では剪断波を、また垂直および回転加振では疎密波を誘発しやすい加振型となっているためである。

4. λ'/μ' および a_0 を一定とし、 η を変化させたときの等価バネ剛性 κ_e の変化をみると、垂直および水平加振に関しては、ここで解析した a_0 の領域で η が増加するにつれ κ_e は小さくなっている。しかし回転加振に関しては a_0 の大きい領域では上のような関係はあるが、 a_0 の小さい領域では η による κ_e の変動は少なく、 η が増加すると κ_e が大きくなることもある。

また一方、同条件のもとに等価粘性減衰係数 c_e の変化をみると、すべての加振型に対して、粘性常数パラメータ η が増加するにつれ、 c_e の値は増加している。しかも等価粘性減衰係数 c_e の増加の割合は、みかけ上媒質に dissipative な粘性減衰を考慮しなかったときの c_e の値、すなわち完全弾性地盤の場合の波動の逸散により生じた等価粘性減衰係数の値に、 η にほぼ比例する値を加えた形となっている。

5. λ'/μ' および η を一定として a_0 を変化させたときの等価バネ剛性 κ_e の変化をみると、すべての加振型に対して基礎断面辺長比 $c/b = 0.5, 1.0, 2.0$ に対しては a_0 の増加 ($a_0 \leq 2.0$) に伴ない κ_e は小さくなるが、 $c/b = 4.0$ に対しては a_0 がある値を越えると a_0 の増加により κ_e の値が増加することがある。しかし η が大きくなるにつれ、この傾向は少なくなる。

また一方、同条件のもとに等価粘性減衰係数 c_e の変化をみると、垂直および水平加振に関して a_0 が小さいときには一定の η に対し、 a_0 に無関係にほぼ一定値をもつが、 a_0 がある程度大きくなると a_0 によって変動する。回転加振に関する等価粘性減衰係数 c_e は a_0 の増加関数となっており、完全弾性地盤のときは

a_0 が零に近いとき, c_0 は殆んど零であったので, 低振動数域では波動の逸散によるエネルギー減衰の占める割合は非常に小さく, 媒質の dissipative な機構による減衰の与える効果が著しい。

5. ま と め

本報は地盤の動特性を表わす Dynamical Ground Compliance の一連の研究の一部として dissipative な減衰機構をもつ地盤を対象とし, 特に Voigt Solid と想定した半無限地盤に対する理論解を前報 (その1)~(その3)^{1),2),3)} と同様な手法を用いて誘導し, その数値解を計算して動特性の検討を行なった。

Voigt 型の半無限粘弾性地盤の Dynamical Ground Compliance の解析的表現は λ, μ を Lamé の常数, λ', μ' を λ, μ に対応する粘性常数, ω を振動数とすると, 完全弾性地盤の解析的表現において, μ の代りに $\mu + i\omega\mu'$ かつ λ の代りに $\lambda + i\omega\lambda'$ とおきかえることにより得られる形となっている。そして完全弾性地盤に対しては, Rayleigh Pole および分岐点が実軸上に現われ, Rayleigh Pole の留数項を評価しなければならなかったが, 粘弾性地盤では Rayleigh Pole は複素数になり, 第4象限および第2象限に移行するので, 実軸に沿う特異点の存在しない積分を評価できる。これは完全弾性地盤の場合の留数項を考慮したことになる。

本報における解析的表現から求めた数値解において, 波動逸散による diffusive な減衰と媒質自身のもつ減衰機構による dissipative な減衰を区別することはできないが, 結果的には, みかけ上完全弾性地盤のときに生じた波動の逸散による減衰に, 媒質自身による減衰を加えた形となっている。したがって, 回転加振のように, 完全弾性地盤の場合に diffusive な減衰が小さくなるようなところでは, dissipative な減衰が大部分を占めるので, このような系に対しては媒質自身のもつ減衰作用の効果が著しい。

なお数値計算には, 京都大学の digital 電子計算機 “KDC-II” を使用した。

最後に, 本稿の作成にあたり, 多大の協力を得た研究室の諸兄に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 小堀鐸二, 南井良一郎, 鈴木有, 日下部馨: 長方形基礎の Dynamical Ground Compliance (その1) —— 半無限弾性地盤の場合 ——, 京都大学防災研究所年報, 第10号A, 昭和42.3, pp.283—314
- 2) 小堀鐸二, 南井良一郎, 鈴木有: 長方形基礎の Dynamical Ground Compliance (その2) —— 基盤上に弾性層のある場合 ——, 京都大学防災研究所年報, 第10号A, 昭和42.3, pp.315—341.
- 3) 小堀鐸二, 南井良一郎, 鈴木有: 長方形基礎の Dynamical Ground Compliance (その3) —— 基盤上に弾性層のある場合(続) ——, 京都大学防災研究所年報, 第11号A, 昭和43.3, pp.331—347.
- 4) 森口繁一他: 数学公式 I, 岩波全書, 1956.
- 5) Kolsky, H.: Stress Waves in Solids, Clarendon Press, Oxford, 1953.
- 6) Ewing, W.M., Jardetsky, W.S. and Press, F.: Elastic Waves in Layered Media, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1957.
- 7) Thompson J.H.C.: On the Theory of Visco-Elasticity: a Thermodynamical Treatment of Visco-Elasticity, and Some Problems of the Vibrations of Visco-elastic Solids, Phil. Trans. Roy. Soc. (London), A, Vol. 231, 1933.