

縮退4光波混合系における偏光状態の トポロジカルランダムネスと破局

NTT電気通信研究所 湯本潤司, 大塚建樹

非線形光学媒質中を互いに逆向きに伝搬する（コーリニアな）2つのビームの相互作用は、光混合、光散乱といった非線形光学現象をもたらすばかりでなく、レーザー物理においても重要な役割りを果たす。これらの現象は、物質内に誘起された分極が、光の場に対して非線形な応答を示すことに起因し、主に3次の非線形電気感受率 $\chi^{(3)}$ によって説明される。ところで、従来の非線形現象の解析では、暗黙のうちに $\chi^{(3)}$ をスカラー量として扱ってきた。しかし本来 $\chi^{(3)}$ はテンソル量であり、相互作用の大きさは、それぞれの光波の強さだけでなく、偏光状態にも依存する。

本報告では、非線形媒質中を伝搬するコーリニアな2つの光波が、 $\chi^{(3)}$ を介した相互作用（縮退4光波混合）によって偏光状態のランダムな空間パターン（トポロジカルランダムネス）を形成し、また非線形光学媒質の片端面に半透鏡を配置すると、入出力光の偏光状態がカタストロフ¹⁾な変化を示すことを明らかにする。

図1に系の構成を示す。立方晶系に属する非線形光学結晶中を、2つのコーリニアな光波 E_1 と E_2 が x 方向に逆向きに伝搬するものとする。 E_1, E_2 を

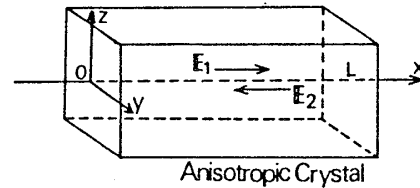


図1 系の構成

$$\begin{aligned}
 E_q = & E_{qy} \exp [i \{ (-1)^q kx - \phi_{qy} \}] \hat{y} \\
 & + E_{qz} \exp [i \{ (-1)^q kx - \phi_{qz} \}] \hat{z} \\
 i^2 = & -1, \quad q = 1, 2
 \end{aligned} \tag{1}$$

E_{qy}, E_{qz} : y, z 方向の振幅

k : 線形な伝搬定数

ϕ_{qy}, ϕ_{qz} : y, z 方向の非線形位相項

とおくと、結晶内での全電場 E は

$$E = E_y \hat{y} + E_z \hat{z} = \sum_q E_q$$

と表わされ、3次の非線形分極の y , z 成分は、

$$\begin{aligned} P_y^{\text{NL}} &= \epsilon_0 \{ \chi_{yyyy} E_y E_y E_y^* + 2 \chi_{yyzz} E_y E_z E_z^* + \chi_{yzzz} E_z E_z E_y^* \} \\ P_z^{\text{NL}} &= \epsilon_0 \{ \chi_{zzzz} E_z E_z E_z^* + 2 \chi_{zzzy} E_z E_y E_y^* + \chi_{zyyz} E_y E_y E_z^* \} \end{aligned} \quad (2)$$

となる²⁾ この表現は、立方晶系、正方晶系、六方晶系、斜方晶系に属する結晶にも有効で、拡張が容易である。そして定常状態での伝搬特性は、(2)式を非線形項として含む Maxwell の方程式で記述でき、ゆっくりとした波の近似を用いると E_{qy} , E_{qz} , $\phi_q = \phi_{qy} - \phi_{qz}$ に関する常微分方程式を得ることができ³⁾、また $\tan \theta_q = E_{qy}/E_{qz}$ とおくと θ_q , ϕ_q に関して

$$\begin{aligned} d\theta_q/dx &= -\frac{1}{2} \chi_2 E_{3-q}^2 \sin 2\theta_{3-q} \sin(\phi_1 + \phi_2) \\ &\quad - \frac{1}{4} \chi_3 E_q^2 \sin 2\theta_q \sin 2\phi_q \\ &\quad + (-1)^q \frac{1}{2} \chi_{3-q}^2 \sin 2\theta_{3-q} \sin(\phi_1 - \phi_2), \end{aligned} \quad (3.a)$$

$$\begin{aligned} d\phi_q/dx &= \frac{1}{2} \chi_1 \{ E_q^2 \cos 2\theta_q + 2 E_{3-q}^2 \cos 2\theta_{3-q} \} \\ &\quad - \chi_2 \{ E_q^2 \cos 2\theta_q + E_{3-q}^2 \cos 2\theta_{3-q} \\ &\quad - \frac{1}{2} E_{3-q}^2 (\tan \theta_q - \cot \theta_q) \sin 2\theta_{3-q} \cos(\phi_1 + \phi_2) \} \\ &\quad - \frac{1}{2} \chi_3 \{ E_q^2 \cos 2\theta_q \cos 2\phi_q \\ &\quad - E_{3-q}^2 (\tan \theta_q - \cot \theta_q) \sin 2\theta_{3-q} \cos(\phi_1 - \phi_2) \}, \end{aligned} \quad (3.b)$$

$$E_q^2 = E_{qy}^2 + E_{qz}^2, \quad \phi_q = \phi_{qy} - \phi_{qz}$$

$$\chi_1 = \frac{k_0^2}{k} \chi_{yyyy} = \frac{k_0^2}{k} \chi_{zzzz}$$

$$\chi_2 = \frac{k_0^2}{k} \chi_{yyzz} = \frac{k_0^2}{k} \chi_{zzyy}$$

$$\chi_3 = \frac{k_0^2}{k} \chi_{yzzz} = \frac{k_0^2}{k} \chi_{zyyz}$$

が得られる。ここでは非線形光学媒質として $\text{KTa}_{0.65}\text{Nb}_{0.35}\text{O}_3$ 結晶 ($\chi_1 = 0.452 \times 10^{-22}$, $\chi_2 = 0.081 \times 10^{-22}$, $\chi_3 = 0.489 \times 10^{-22} \text{ V}^2/\text{m}^2$)⁴⁾ を想定し, $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ の偏光状態 (θ_q, ϕ_q) の空間変化について数値解析を行った。

まず $\mathbf{E}_1$ のみが伝搬する場合 ($\mathbf{E}_2 = 0$) を考え, $\mathbf{E}_1$ の伝搬特性を相平面 (θ_1, ϕ_1) 上の軌跡として図 2 に示す。その結果, 相平面上には渦心点 C と鞍点 S が生じ, S を通る軌跡はセパトリクスとなることがわかる。これは (θ_1, ϕ_1) は周期的な変化を示し, また振り子の運動と類似して説明できることを示している。尚, 等方性結晶の場合 $\chi_1 = 2\chi_2 + \chi_3$ が成り立ちセパトリクスは存在しない。³⁾

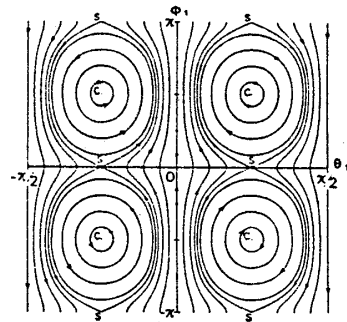


図 2 相平面 (θ_1, ϕ_1) 上での軌跡。

次にコーリニアな 2 つのビームが存在する場合

について考える。この場合, 2 つの光波は非線形分極を介して互いに干渉し合い, 偏光状態はランダムな空間変化を示す。これは, 保存力学系の非可積分領域での運動で, 断面を $\phi_2 = 2n\pi$ (n は整数) としたポアンカレ写像から空間的ランダム性を調べ, その結果を図 3 に示す。 $E_1 = E_2$ の場合 (図 3(a), (b)), ポアンカレ写像は閉曲線となり, 長距離での規則性を有している事が判る。また $x=0$ での θ_1 を θ_2 に近づけると閉曲線は縮小し, $\theta_1 = \theta_2$ の場合, 不動点 (周期解) となる。一方, $E_1 \neq E_2$ の場合 (図 3(c)), 閉曲線は帯状になり, ランダム性が増す事が判る。また $E_1/E_2 = 5/3$, $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta_2 = 40^\circ$ の場合 (図 3(d)) では, 3 つの不動点が存在し, 6 周期解⁵⁾ となる。

以上, 単独の状態では偏光状態が周期的な空間変化を示す光波が衝突すると, 縮退 4 光波混合によって偏光状態のランダムな空間パターンが形成されることが判った。そして, 長距離の規則性を有し, さらに初期条件に対し多重周期解の窓を有する構造をもつことを見出した。これらの結果は, 空間的カオスの存在を示唆しているとともに, 非線形分極の空間的に無秩序な

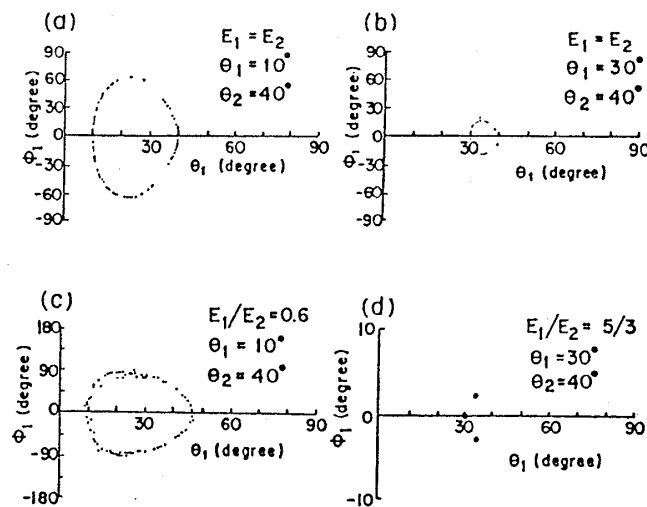


図3 断面を $\phi_2 = 2n\pi$ (n は整数) としたポアンカレ写像 ($\phi_1(0) = \phi_2(0) = 0^\circ$)

相つまりガラス状態の存在を想像させる。現在本物理系での分岐状態，ランダムー秩序転移およびフラストレーションの可能性について検討中である。

次に片端面に半透鏡（反射率 R ）を配置した非線形光学結晶（図4）に，強度が一定な光を $x = L$ から入射し，その偏光 (θ_{in}, ϕ_{in}) に対する出射光の偏光 $(\theta_{out}, \phi_{out})$ について考える。

$(\theta_{in}, \phi_{in}), (\theta_{out}, \phi_{out})$ は， E_1, E_2 を定数とし，境界条件

$$\theta_1(0) = \theta_{in}, \quad \phi_1(0) = \phi_{in}$$

$$\theta_1(L) = \theta_2(L) = \theta_{out},$$

$$\phi_1(L) = \phi_2(L) = \phi_{out}$$

$$E_2 = \sqrt{R} E_1$$

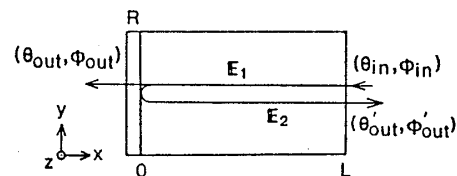


図4 片端面に半透鏡を有する非線形光学結晶

を満足する(3)式の解として与えられる。ここでは，いくつかの互いに素な定義域 $A_i \in (\theta_{out}, \phi_{out})$ を定め，各 A_i の $x = L$ への空間発展として与えられる値域 $B_i \in (\theta_{in}, \phi_{in})$ を求め， A_i と B_i の関係について考える。まず互いに素な A_i ($i = 1, 2, \dots, 9$) として

$$\theta_{in} = \frac{\pi}{18}, \frac{2\pi}{18}, \frac{3\pi}{18}, \frac{4\pi}{18}, \frac{1}{4}\pi, \frac{5}{18}\pi, \frac{6}{18}\pi, \frac{7}{18}\pi, \frac{8}{18}\pi$$

を任意に選び，各 θ_{in} に対して ϕ_{in} を

$$0 \leq \phi_{in} \leq \pi$$

とする。各 A_i に対する B_i を計算し、その結果を図5に示す。図中、いくつかの B_i は互いに交差し、それらは互いに素ではないことが判る。したがって A_i は B_i の多価関数となり、 $(\theta_{out}, \phi_{out})$ は (θ_{in}, ϕ_{in}) に対して双安定性を示すことが示唆される。

次に θ_{in} を固定し、 ϕ_{in} に対する $(\theta_{out}, \phi_{out})$ について考える。これは図5において、与えた θ_{in} を通り θ_{in} 軸に垂直な直線 [L] と各 B_i との交点で与えられる。ここでは入力光強度密度を 85 GW/cm^2 とし、 (θ_{in}, ϕ_{in}) に対する θ_{out} の変化を曲面 M として図6に示した。尚、図6(A), (B), (C) は曲面 M の $\theta_{in} = \frac{1}{9}\pi, \frac{13}{90}\pi, \frac{19}{90}\pi$ での M の断面である。図中領域 (Ⅱ), (Ⅳ) では M に折り返しができ、従来の "S" 型双安定性が存在することを示している。また領域 (Ⅰ) ではループが形成され、最上部が不安定面となるために、"off jump" のみを伴う "seesaw" 型双安定性 (図6(B)) を示す。

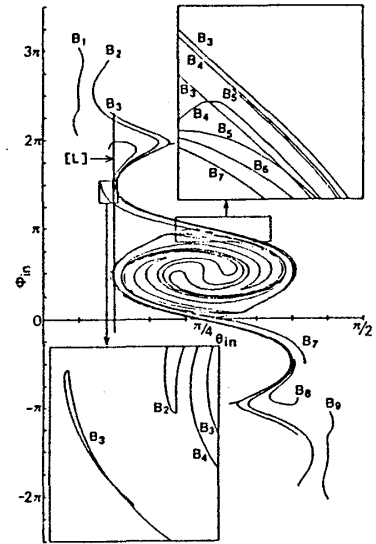


図5 定義域 A_i に対する値域 B_i

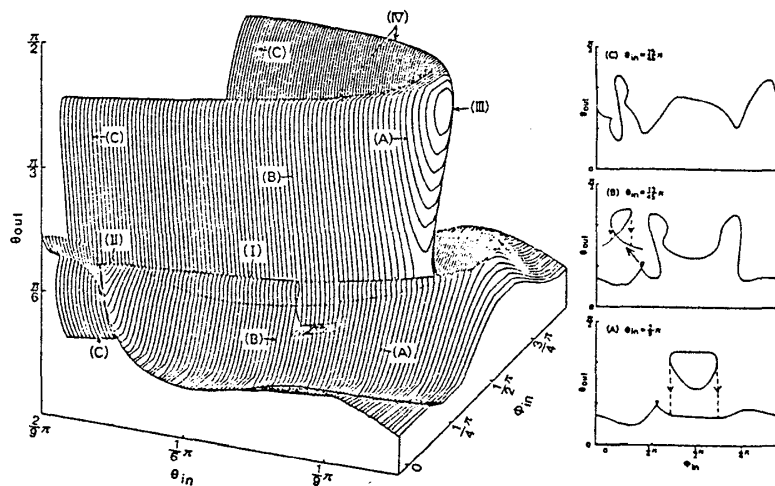


図6 (θ_{in}, ϕ_{in}) に対する θ_{out} の変化を示す曲面 M。

(A), (B), (C) は $\theta_{in} = \frac{1}{9}\pi, \frac{13}{90}\pi, \frac{19}{90}\pi$ での M の断面。

さらに領域 (Ⅲ) では、 θ_{in} 方向に凸となり、M は 2 つの領域に分離し (図6(A))、"off jump" だけが伴い、さらにヒステリシスのない "isola" 型双安定性⁶⁾ を示す。

次に各双安定の相空間内での転移を考える為に曲面 M の分岐曲線を求め、図7に示す。その

その結果、分岐曲線は点 $(\frac{n}{2}\pi, \frac{n}{4}\pi)$ (n は整数) に対して対称で、 θ_{in} を変数としてみると “S” $\leftrightarrow$ “seesaw”, 2つの “S” $\leftrightarrow$ “isola” の転移が相空間内で周期的に生じることが判る。また、いずれの双安定性もカスプカタストロフィー¹⁾に属し、大きく湾曲したカスプ分岐線が互いに向い合せに結合していることが本力学系の特徴である。

以上、非線形光学媒質中でのコーリニアな縮退4光波混合によって生じる偏光状態のランダムな空間パターン形成および入出力光の偏光双安定性について述べてきた。これらの現象は、

$\chi^{(3)}$ をテンソルとして扱うことによって初めて明らかになった現象であり、保存力学系の非可積分領域でのカオスといった問題のみならず、従来の光強度のみに着目していた光双安定性、不安定性の分野に偏光の概念を導入したという点で興味深いものである。分岐現象の解明、時間発展を含めた解析が今後の課題である。

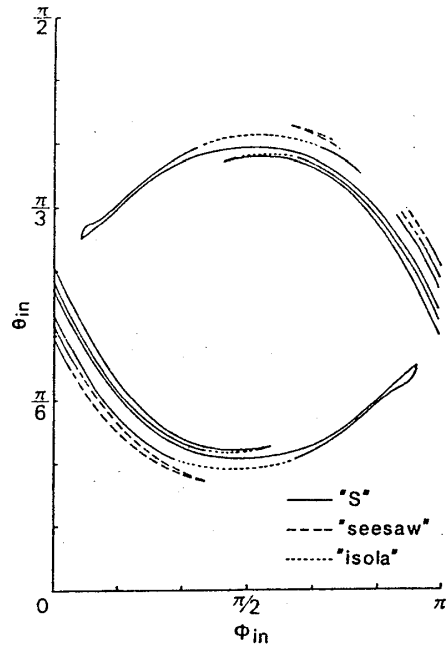


図7 曲線Mの分岐曲線

参考文献

- 1) E. C. Zeeman, *Scientific Amer.* **234**, 65 (1976).
- 2) M. D. Levenson and J. J. Song, in *Coherent Nonlinear Optics, Topics in Currents Physics* Vol. 21 (Springer-Verlag, New York, 1980).
- 3) J. Yumoto and K. Otsuka, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1806 (1985).
- 4) J. E. Geusic, S. K. Kurtz, L. G. Van Uitert and S. H. Wemple, *Appl. Phys. Lett.* **4**, 141 (1964).
- 5) K. Otsuka and J. Yumoto, *Optical Instabilities*, 346 (Cambridge Univ. Press, 1986).
- 6) A. E. Kaplan and C. T. Law, *IEEE J. Quant. Electro.* **EQ-21**, 1529 (1985).