

湖海の棚振動存立條件と Merian 週期の補正*

理學博士 野 滿 隆 治

1. 緒言：筆者は土生理學士と共に、昭和10年大阪に於ける日本數學物理學會年會の席上、海棚振動の存在すべきを指摘し、「從來説明し兼ねて居た我國沿岸各地の長週期セイシが夫れである」ことを主張した⁽¹⁾。其の可能なることは灣振動の可能なるのと全く同様で、灣では其の斷面が灣口から外側に水平的に急に廣がつて水の流動が自由なため灣口を節とする振動が起り得るし、海棚ではその斷面が棚の端縁から外洋に向け垂直的に急に深くなつて居るので水の流動自由となり棚の縁を節とする振動が起り得るのは別に説明を俟つまでもない。外海に於ける運動は無論灣の場合と海棚の場合とで異なるべきも、灣内又は海棚内の水の運動に至つては節に於ける境界條件を同一にするから全く同じものであることは明かである。尙是非に理論が欲しいならば、Proudman⁽²⁾の有限二段海に関する理論を變化すればよいことも附言したのであつた。それから間もなく妹澤⁽³⁾、日高兩博士が海棚振動を論ぜられ、棚振動の可能に就て支持を得た。

其の後私は海棚のみならず湖棚に於ても類似的振動が可能なることを豫想し、果して實在するや否やを琵琶湖で研究することとし、教室の諸君と共に棚の精密測深とセイシ觀測とを行ひ、其の結果は吾々に取つては満足すべき肯定の檢證を得たものと信じ、昭和11年10月岡山に於ける日本學術協會年會の席上に之を發表し、次で二三の雜誌に印刷した。⁽⁵⁾

*本文は昭和12年4月東京に於ける日本數學物理學會年會の席上で講演したものである。

(1) 其後次の雜誌に印刷した。

T. Nomitsu & K. Habu: Proper Oscillations of the Sea of Continental Shelf; 京大理學部紀要 A, 18 (1935), 247.

(2) Proudman: The Effects on the Sea of Changes in Atmospheric Pressure; M. N. R. A. S. Geoph. Suppl. 2 (1929), 205

(3) K. Sezawa: Proc. Imp. Acad., 11 (1935), 177; Bull. Earthq. Res. Inst., 13 (1935), 476.

(4) K. Hidaka: Seiches due to a submarine Bank. A Theory of Shelf Seiches; Mem. Imp. Mar. Obs. Kobe, 6 (1935), 1; 海と空 第15卷(昭和10年), 223頁。

(5) Nomitsu, Habu & Nakamiya: Proper Oscillations of Lake-shelves, Proc. Imp. Acad. Tokyo, 13 (1937), 6; Mem. Coll. Sci. Kyoto, 20 (1937), 3.

野滿, 土生, 中宮: 湖棚の固有振動, 日本學術協會報告, 第12卷(昭和12年), 349頁。

然るに昭和 12 年 1 月の「海と空」に日高博士の「棚振動に就て」⁽⁶⁾なる論文が発表せられ、棚振動の成立には

$$\rho \frac{b}{a} \rightarrow 0, \quad \text{但し } \rho \equiv \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

なる条件を満足することが必要だとの議論が現はれた。ここに (h_1, a) 及び (h_2, b) は二段湖海の棚及び主體の深さと幅である。若し之が本當であるならば、地球上の實際の海棚や湖棚では絶対に棚振動は起り得ない。何故なら、日本沿岸の太平洋海棚を例にとると、平均して約そ

$$a=20\text{ 杆}, \quad b=8000\text{ 杆}, \quad h_1=100\text{ 米}, \quad h_2=4000\text{ 米}$$

程度であるから、上の条件項は

$$\sqrt{h_1/h_2} \cdot (b/a) = 63.3 \gg 0$$

で、0 に近いどころか 63.3 といふ大きな値をとるのである。もし大洋の平均深度 4000 米に對し、上の条件を満足すべき棚の深さ h_1 を求めんか幾耗或は μ の程度でなくてはならぬ。かゝる紙や金箔のように薄い海棚は素より地球上にはない。湖棚でも $\sqrt{h_1/h_2} \cdot (b/a)$ は 3~10 くらいの場合が多い様で、零に近いものは一つもない。

斯様な譯であるから、日高博士の条件が必要ならば、「棚振動は實在せぬ」と明言はしてないけれども、當然私共の海棚及び湖棚の研究調査を臺無しにする。のみならず日高博士自身の前論文「棚振動論」をも自ら抹殺せねばならない。同一の著者が僅か一年内外の間に訥鑿相容れぬ二文を發表されるならば、何れか一方は自ら撤回若くは訂正して欲しいものである。

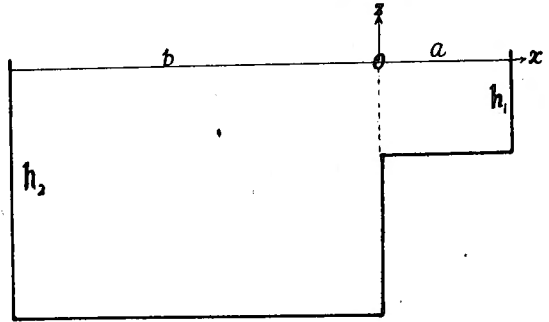
私の見る處では、日高博士の後の論文は一見して其の誤謬なることが分る。それで私は茲に其の誤謬の點を指摘し、判然たる二階段になつた湖海でさへあれば必ず棚振動の可能なる所以を明かにし、更に其の深さ h_1 が湖海主體の深さ h_2 に比して著しく浅い場合には棚振動の週期が全く灣の場合と同じく Merian 公式を以て算定し得べきこと、又 h_1 が h_2 に比して夫れ程浅くない場合には Merian 公式に何程の修正を施こせばよいか等の問題を、前に引用した Proudman 式によつて説明したいと思ふ。

(6) 日高孝次：棚振動に就て；「海と空」第 17 卷(昭和 12 年)，45 頁。

2. 柵振動の存立条件: Proud-

第1圖 二階段水盆

man によると, 第1圖に示すような二階段水盆に氣壓や風其他任意の外力が作用する場合の水の振動に關しては, 外力が定常状態に於て水面の上昇 ξ を起す様なものとして, ξ を分析し



$$\left. \begin{aligned} \xi &= \sum_{s=1}^{\infty} A_s \frac{\cos k_s(x-a)}{\cos k_s a} && \text{柵 } (a < x < 0) \text{ の間} \\ &= \sum A_s \frac{\cos k'_s(x+b)}{\cos k'_s b} && \text{主體 } (-b < x < 0) \text{ の間} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

となるものとする。但し

$$\left. \begin{aligned} k_s &= \frac{2\pi}{T_s \sqrt{gh_1}}, & k'_s &= \frac{2\pi}{T_s \sqrt{gh_2}}, & T_s &= s \text{ 次振動週期} \\ k_s/k'_s &= \sqrt{h_2/h_1} \equiv 1/\rho \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

然るときは, 柵の縁に於ける連続式から

$$\tan k_s a + \frac{k_s}{k'_s} \tan k'_s b = 0 \dots\dots\dots (3)$$

を要し, 此の条件を満足する限り(2)に應ずる T_s なる週期の振動が可能である。特に其の基本振動 $s=1$ に對しては

$$\tan k_1 a + \frac{k_1}{k'_1} \tan k'_1 b = 0 \dots\dots\dots (3')$$

を満足するものであればよい。Proudman は更に其の振幅の式をも作り, h_1/h_2 が甚だ小なる場合に, 外力の内に $\tan k_1 a = -\frac{\pi}{2}$ となる様な分力があると, 深さ h_1 の上段水面には非常に大なる振幅の振動が起り共振の現象を呈することを示してゐる。

以上が Proudman の所論の概要であるが, 日高博士は單に $s=1$ に應ずる振動のみを論じて略ぼ同様の方法により (3') を出し, 之を書きかへて (k の suffix 1 を略する)。

$$\tan ka + \frac{1}{\rho} \tan\left(\rho \frac{b}{a} ka\right) = 0, \quad \text{但し } \rho \equiv \sqrt{h_1/h_2} \dots\dots\dots (3'')$$

とし, 之を満足する根が存在するためには

$$\rho \frac{b}{a} \rightarrow 0$$

が必要で、然らざる場合には (3'') の根は不定だといふ。

然し、苟も三角函数の性質を學んだものは、氏の所論が全く不當であつて、(3'') の根は $\rho \frac{b}{a}$ の如何に拘らず幾つでも存在することを知るであらう。即ち

$$y_1 = \tan ka, \quad y_2 = -\frac{1}{\rho} \tan\left(\rho \frac{b}{a} \cdot ka\right) \quad (4)$$

なる二つの曲線を畫き、其の交點を求むれば、その交點の ka は總て (3'') 或は (3) の根を與ふるのである。特に棚が顯著に發達して主體に比し極めて淺く且つ狭い場合には (3'') は

$$ka = (2s-1)\frac{\pi}{2}, \quad s=1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

なる根を有し、從つて (2) より週期は

$$T_s = \frac{4a}{(2s-1)\sqrt{g h_1}} \quad (6)$$

となり、棚の縁をノードとする Merian 週期に相當する。だから筆者は自分の海棚及び湖棚の調査研究に當つては、其の週期を求むるために別に自分の理論を立つことなく、直ちに (6) 式を使用したものである。夫れは當然 Proudman の式に含まれて居るからである。

尚ほ序だから附言して置くが、(3) 或は (3') 式中には棚の振動週期を含んで居るばかりでなく、深い主體の振動週期をも含んで居るのである。即ち ka が $\frac{\pi}{2}$ の奇數倍に近い作用が働けば Proudman の云ふ通り棚の部分に共振が起り、結局棚振動週期を與へることは上記の通りであるが、それと同様に $k'b$ が π の整數倍に近い場合には主體部の振動週期を與へるのである。夫れを明かにするには、(3) 或は (3') を

$$\tan k'b + \rho \tan\left(\frac{1}{\rho} \frac{a}{b} k'b\right) = 0 \quad (3''')$$

とかけば、棚が充分に發達した湖海では根は

$$k'b = s\pi, \quad s=1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

なる根も存在することは明かで、從つて (2) より週期は

$$T_s = \frac{2b}{s\sqrt{gh_2}} \quad (7)$$

となり、棚の部分を除いた本体のタンク振動に相當する Merian 週期に一致する。

かくの如く第 1 圖の様な二階段水盆には浅い狭い棚の部と深い廣い主體との振動に相當する二様の振動が全水面に重合して居るべきことは、態々數理を用ふる迄もなく物理的常識から直ちに論斷してよいと筆者は信ずる。これ筆者等が日本沿岸の海棚振動を論ずるに當つて、別に數理的論議を繰返すことなく、實際の沿岸が明瞭に棚状をなし其縁端に於ては截然たる不連続狀を示すことを指摘するに止め、直ちに Merian 公式を以てその固有振動週期を計算した次第である。尙ほ大阪に於ける數學物理學會席上、諸氏の質問に應じては Proudman の理論があることを其の都度申述べたのであつた。

3. 二階段湖海に於ける Merian 週期の補正： 以上私は、二階段狀の湖海に於て棚部が主體に比し充分に浅い場合には所謂棚振動と主體振動とが重合して、其の各々の週期は夫れ夫れ Merian 公式により計算し得べく、又棚部と主體とが夫れ程懸隔のない場合でも兩種類の振動が必ず存在することを論じた。只棚部と主體との懸隔が左程著しくない場合には、其の各々の振動は他部の影響を受けて Merian 公式で與へられる週期とは違つて來る。然し何れにしても (3) 或は (3') 式を満足すべきことは同段である。故に本節では一般の場合に (3) 或は (3') が與へる實際の週期と Merian 週期とは如何程異なるかを知る必要がある。

一般に (3) 式の根を求むる方法は、棚部に就いて言へば既述の如く (4) 式によつて ka を横軸にとり μ_1 及び μ_2 を縦軸にとつて曲線を書き、兩者の交點に應ずる ka を出せばよい。斯くして求めた ka の値が $\pi/2$ の奇數倍と差があれば、夫れに應ずるだけ Merian 週期と違ふわけである。例へば棚部 (a) の基本振動 ($s=1$) に對する Merian 週期は

$$T = 4a/\sqrt{gh_1} \quad (ka=\pi/2 \text{ に相當す})$$

であるのに、實際には (2) 式より

$$T_a = \frac{2\pi a}{ka\sqrt{gh_1}} = \frac{\pi/2}{ka} \cdot T \quad (8)$$

で、補正量 $\Delta T_a = T_a - T$ は

$$\Delta T_a = \frac{2\pi a}{ka\sqrt{gh_1}} - \frac{2\pi a}{\frac{1}{2}\pi\sqrt{gh_1}} = -\frac{\frac{\pi}{2} - ka}{ka} \cdot T \quad (9)$$

ka が $\pi/2$ と大差なき場合には上式は

$$\frac{\Delta T_a}{T} = \frac{\frac{1}{2}\pi - ka}{\frac{1}{2}\pi}$$

としてよい。

同様に主體 (b の部) の基本振動 ($s=1$) に対しては, (4) の代りに

$$y_1 = \tan k'b, \quad y_2 = -\rho \tan\left(\frac{a}{\rho b} \cdot k'b\right) \quad (4_b)$$

によつて, $k'b$ を横軸とし y_1, y_2 を縦軸とした曲線の交点から $k'b$ を求める。さすれば主體の基本振動週期 T_b は

$$T_b = 2\pi b / k'b \sqrt{gh_2} \quad (8_b)$$

で, Merian 週期 $T = 2b / \sqrt{gh_2}$ に対する補正量は

$$\Delta T_b = \frac{2\pi b}{k'b \sqrt{gh_2}} - \frac{2\pi b}{\pi \sqrt{gh_2}} = \frac{\pi - k'b}{k'b} \cdot T \quad (9_b)$$

となる。 $k'b$ が π と大差なき場合には

$$\frac{\Delta T_b}{T} = \frac{\pi - k'b}{\pi}$$

としてよい。

Merian 週期と著しく違ふ解が (3) 式に含まれて居ても, その振幅は Proudman の振幅式によると到底顯著には發達しないことが分るので, 實際上には顧慮の必要がない。

4. 實例: 從來吾々の研究した太平洋沿岸の海棚及び琵琶湖につき Merian 週期に加ふべき補正量を求めて見よう。

(1) 日本沿岸太平洋側海棚: 我等の海棚固有振動調査⁽⁷⁾は北は北海道より南は九州に亘つて居るので, それを一々述べることは煩はしいから, 其の全平均を取つて, 大體

$$a=20 \text{ 軒}, \quad b=8000 \text{ 軒}, \quad h_1=100 \text{ 米}, \quad h_2=4000 \text{ 米}$$

とする。さすれば

$$b/a=400, \quad h_1/h_2=1/40, \quad \rho=k'/k=\sqrt{h_1/h_2}=0.158$$

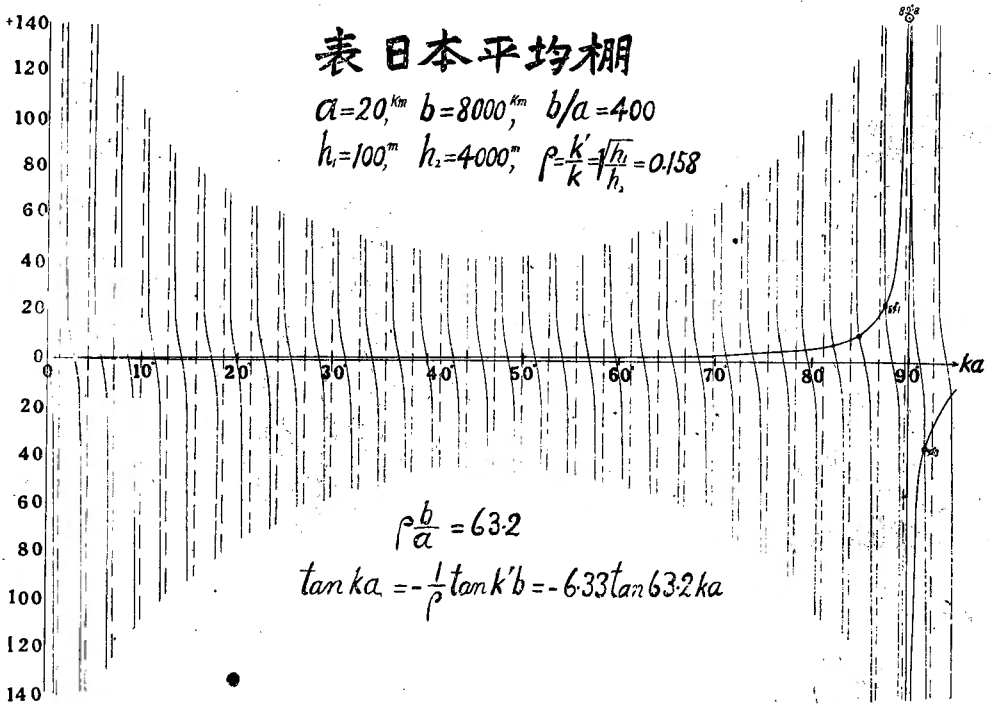
であるから, 棚振動の週期を與へる條件式は

(7) 既出 (1)

$$\tan ka = -\frac{1}{p} \tan k'b = -6.33 \tan 63.2 ka$$

である。依て $y_1 = \tan ka$ と $y_2 = -6.33 \tan 63.2 ka$ とを圖に畫けば第 2 圖を得る。下の (b)

第 2 圖 (a)



圖は横軸の 90° 附近を擴大したものである。圖を見ると、 90° に最も近い ka の値は 89.8° であつて、Merian 週期に對する補正量は僅に

$$\frac{90^\circ - 89.8^\circ}{90^\circ} = 0.22 \%$$

にすぎない。セイシ週期を實際に調査した人ならば、此の程度の補正は實測誤差範圍を出でぬものとして、Merian 週期をその儘使つてよいといふことに異議はないと思ふ。従つ

て吾人の海棚振動研究結果には少しも修正を施す要を見ない。

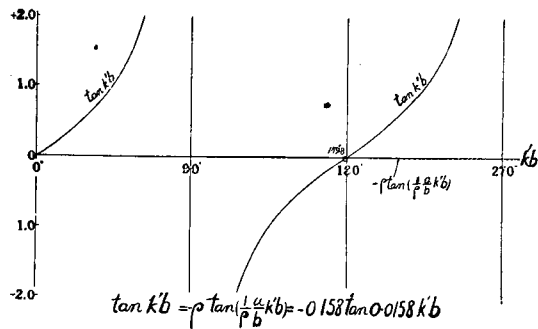
尙ほ第2圖で注意すべきことは、(3) 或は (3') 式を満足する ka の値が 89.8° の外に 87.1° , 92.3° 等 90° を界として夫れより大きいもの及び小さいものが幾つもあることである。之は海棚セイシの週期が實際上必ずしも一定せず、時により多少大きくなつたり小さくなつたりすることの理由の一つではあるまいか。勿論 ka が 90° に遠かるほど其の振幅は微弱となることが Proudman の理論で示されて居るから、Merian 週期と餘り懸け離れた週期の振動は実際上は現はれぬけれども、Merian 週期を中心に少しづつ週期の違ふセイシの起る頻度が多少の間隔を置いて群をなすことはよく知られて居る現象である。かゝる現象は勿論海棚の縁邊が第1圖の様に絶壁にはなつて居ないのでノードの位置が事情によつて変化をするためなどもあるであらうけれども、上にのべた様な ka の値が多數にあることが寧ろ一層重要な理由であると

第3圖 表日本の海棚の影響

私は信ずる。

大洋本體の固有振動は第3圖のよ
うに、 $k'b=179.8^\circ$ で Merian 週期
に對する補正量は 0.1% にすぎず、
全く無視して可なりである。

(2) 琵琶湖の湖棚固有振動：棚
のよく發達してゐる今津及び大溝附



近に就て前論文⁽⁸⁾の材料を使用し、同様の計算をすると次表を得る。

湖 棚	$\rho \frac{b}{a}$	$\frac{90^\circ - ka}{90^\circ}$	T (メリアン 週期)	T_a	
				計 算 値	観 測 値
今 津	10.1	7.6 %	$\frac{4.5}{14.4}$	$\frac{4.8}{16.8}$	$\frac{5.0}{15.0}$
大 溝	3.1	17.3 %			{ 17~18

表中には ka が 90° に最も近きものだけを示した。此の外にも幾つかの根が ka にあるけれども、Proudman の振幅式からそれ等は著しく微弱となるべきもの故略した。

5. 結 論： 以上を概括すれば

(8) 既出 (5)

- 1) 日高博士の棚振動存立條件は思ひ違ひである。
- 2) 顯著なる海棚では必ず棚振動が起り得るし、其の週期は灣振動と同じく Merian 式を其儘使用して差支ない。
- 3) 湖棚にては其の深さも廣さも湖の主體と甚だしい懸隔がない場合には、Merian 公式に多少の修正を要する。然し棚振動の可能なることは海棚と異ならない。
- 4) 湖棚がある場合には主體の固有振動も亦それだけ影響を受け Merian 公式には修正を要するが、棚の部を除いた殘部主體のタンク振動が可能なることは注意を要する。
- 5) 要するに判然たる二階段をなす湖水の振動は、棚部と主部との各々に應ずるものが共在する。從來の如く之を只一連のものとして平均水深を求め全體に Merian 公式を適用して得らるゝ只一種の振動とするのは當らない。