

開水路流れにおける乱れのスペクトル特性について

今本博健・浅野富夫・石垣泰輔・杉浦秀之

ON THE CHARACTERISTICS OF TURBULENT ENERGY SPECTRA IN FREE SURFACE SHEAR FLOWS

By *Hirotake IMAMOTO, Tomio ASANO, Taisuke ISHIGAKI*
and *Hideyuki SUGIURA*

Synopsis

The spectral characteristics of the turbulent energy and the Reynolds stress in a two-dimensional free surface shear flow are experimentally investigated, using hot-film flowmeters.

Experimental results show that the turbulence in a free surface flow is multi-structural, that is, it depends on the depth of flow, the width of channel and so on. The turbulent energy spectrum, whose structure is considered to be controlled by the depth, is approximated by a constant in the production subrange, $-5/3$ power law in the inertial subrange and -3 or -7 power law in the viscous subrange, respectively. The larger Froude number, the smaller the spectral constant in the viscous subrange becomes while that in the inertial subrange can be treated as a universal constant. Through the dimensional consideration, the Reynolds stress spectrum may be represented by a constant in the production subrange and $-7/3$ or -3 power law in the inertial subrange.

1. 序 論

乱流現象の取扱いは相関関数あるいはスペクトルなどの統計的記述がきわめて有効であって、近代乱流理論の発展はこれらの特性を明らかにしようとした努力の歴史に他ならない。

すなわち、Taylor^{1,2)} に始まる統計的乱流理論は Kolmogorov³⁾⁻⁵⁾ らによる局所的等方性の概念を導入した相似理論へと引き継がれ、高波数領域とくに慣性領域についてのスペクトルの具体的な関数形が得られるに至っているが、粘性領域については Heisenberg⁶⁾ あるいは井上⁷⁾ らにより種々の相似則が提案されたものの、スペクトル定数については若干の問題が残されている。

一方、レイノルズ応力に関するスペクトル相似則についての検討がなされるようになったのは比較的最近であって、慣性領域における Lumley⁸⁾ らの $-8/3$ 乗則⁹⁾あるいは $-7/3$ 乗則⁹⁾が提案されているに過ぎない。

また、乱流場を支配するスケールが2種以上あるとき、その乱流場は多重構造性を示すことが従来より指摘されている¹⁰⁾。開水路流れにおいても定性的には水深あるいは水路幅がこのスケールに相当することが知られている。しかし、これらの諸スケールとスペクトル構造との関係、すなわち、スペクトル・ピークとその発生波数との具体的な関係については明確にされていない。

以上のような状況に鑑み、本研究は開水路流れを対象として、乱れのスペクトル相似則ならびに多重構造性について実験的に検討しようとしたものであって、乱れ計測器としてはホットフィルム流速計が使用されている。

2. 乱れのスペクトル相似則

2.1 乱れエネルギーのスペクトル相似則

乱流場を構成する波数空間は、一般に、レイノルズ応力の効果により平均流のエネルギーが乱れエネルギーへと変換される低波数領域と慣性の効果によりカスケード過程が形成される高波数領域とに分けられる。

低波数領域は乱れエネルギーの生成に関係することから生成領域とよばれ、乱れ速度の流れ方向成分 u のスペクトル $S_{uu}(k)$ はつぎのように近似される。

$$\text{生成領域 } S_{uu}(k) = \frac{2}{\pi} u'^2 L \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 u' は乱れの強さ、 L は平均スケールを表わす。

高波数領域はさらに慣性領域と粘性領域とに分けられる。すなわち、慣性領域は流れの運動方程式における慣性項（非線型項）の存在より推測されるようにあるスケールの乱れエネルギーがより小さなものへと伝播される領域であって、そのスペクトル $S_{uu}(k)$ はエネルギー逸散率 ε のみによって定められ、 k の $-5/3$ 乗則にしたがうことが Kolmogorov の第1相似則^{3~5)}として知られている。

$$\text{慣性領域 } S_{uu}(k) = S_\varepsilon \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 S_ε は普遍定数であって $S_\varepsilon = 0.48$ とされている⁶⁾。

また、粘性領域は流体の粘性の効果により乱れエネルギーが熱エネルギーへと変換される領域であって、やはり Kolmogorov の第2相似則によりこの領域のスペクトル $S_{uu}(k)$ は ε および流体の動粘性係数 ν によって定められることが知られているが、 k との関係は一意的に定まらず、

$$\text{粘性領域 } S_{uu}(k) = S_\nu \varepsilon^{(1+a)/4} \nu^{(5-3a)/4} k^{-a} \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここに、 S_ν は普遍定数、 a は任意定数であって Kolmogorov および井上⁷⁾は $a=3$ 、Heisenberg⁶⁾は $a=7$ としている。すなわち、Kolmogorov は乱流場内の2点を結ぶ方向の乱れ速度成分に関する2次の構造関数が2点間の距離の2乗に比例することより、つぎのような -3 乗則を得ている。

$$\text{粘性領域 } S_{uu}(k) = S_{\nu 3} \varepsilon \nu^{-1} k^{-3} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $S_{\nu 3}$ は -3 乗則における普遍定数である。

また、井上は自転角速度が大きさと速度との比で表わされる実体を通じてエネルギー逸散が行なわれるとして -3 乗則を得ている。

一方、Heisenberg は波数 k より大きな波数の乱れは k より小さな波数の乱れに対して拡散粘性として作用すると考え、次元解析により渦動粘性係数を決定してつぎのような -7 乗則を得ている。すなわち、

$$\text{粘性領域 } S_{uu}(k) = S_{\nu 7} \varepsilon^{2/3} \nu^{-4} k^{-7} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $S_{\nu 7}$ は -7 乗則における普遍定数である。

このように、粘性領域のスペクトル相似則には2種のものが提案されているが、現在では -3 乗則は粘性領域のうち低波数側の一部、すなわち、第1粘性領域に適用され、 -7 乗則はさらに高波数側の第2粘性領域において成立するとされている。

以上のような乱れ速度のスペクトル相似則を模式的に示すと **Fig. 1** のようであって、実際の乱れスペクトルにおいては波数 k が0から ∞ までの無限領域にわたってスペクトルが存在するとは考えられず、低波数および高波数において切断された有限領域内にスペクトルは限定されている。このような低波数におけるスペクトルの切断は赤外切断 (red catastrophe)、高波数における切断は紫外切断 (violet catastrophe) といわれている。

2.2 レイノルズ応力のスペクトル相似則

レイノルズ応力のスペクトルはクロス・スペクトルの実部、すなわち、コ・スペクトル $-P_{uu}(k)$ によって与えられるが、従来よりレイノルズ応力のスペクトル相似則についてはあまり検討されておらず、

Lumley らにより慣性領域についての $-8/3$ 乗則⁸⁾あるいは $-7/3$ 乗則⁹⁾などが提案されているに過ぎない。

いま、レイノルズ応力のスペクトル $-P_{uv}(k)$ は乱れエネルギーのスペクトル $S_{uu}(k)$ と無次元数 D_0 との積によって表わされると仮定しよう。すなわち、

$$-P_{uv}(k) \sim D_0 S_{uu}(k) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 D_0 は対象とした波数領域の乱れを支配する物理量によって構成される。すなわち、乱流の運動方程式からも推定されるように $-P_{uv}(k)$ が平均速度勾配 $\partial U/\partial z$ の関数となることを考慮すると、 D_0 は生成領域では $\partial U/\partial z$, u' , L , 慣性領域では $\partial U/\partial z$, ε , k , 粘性領域では $\partial U/\partial z$, ε , ν , k によってそれぞれ構成される無次元数として取り扱われよう。

ところで、レイノルズ応力は Boussinesq¹¹⁾ の渦動粘性係数の概念によると $\partial U/\partial z$ に、Prandtl¹²⁾ の混合距離理論によると $\partial U/\partial z$ の 2 乗にそれぞれ比例することになるので、ここではこれら 2 種の方法を用いて $-P_{uv}(k)$ の相似則について検討を行なってみよう。

$-P_{uv}(k)$ が $\partial U/\partial z$ に比例する、すなわち、 D_0 が $\partial U/\partial z$ に比例するという考えに従うと D_0 は次元解析によりそれぞれの領域に対してつぎようになる。

$$\text{生成領域} \quad D_0 = \frac{\partial U}{\partial z} u'^{-1} L \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{慣性領域} \quad D_0 = \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{-1/3} k^{-2/3} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{粘性領域} \quad D_0 = \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{-(2-b)/4} \nu^{(2-3b)/4} k^{-b} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 b は任意定数である。したがって、 $S_{uu}(k)$ のスペクトル相似則を用いると (6) 式より $-P_{uv}(k)$ に関してつぎのような相似則が得られる。

$$\text{生成領域} \quad -P_{uv}(k) \sim \frac{\partial U}{\partial z} u' L^2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\text{慣性領域} \quad -P_{uv}(k) \sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{1/3} k^{-7/3} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{第 1 粘性領域} \quad -P_{uv}(k) \sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{(2+b)/4} \nu^{-(2+3b)/4} k^{-(3+b)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\text{第 2 粘性領域} \quad -P_{uv}(k) \sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{(6+b)/4} \nu^{-(14+3b)/4} k^{-(7+b)} \quad \dots\dots\dots (13)$$

なお、(11) 式によって示された慣性領域の相似則は、Lumley⁹⁾ によって提案されたものと一致しているが、粘性領域におけるスペクトル相似則は任意定数 b を含むためこれらの仮定のみでは決定されず、さらに他に何らかの条件が必要とされる。

一方、 $-P_{uv}(k)$ が $\partial U/\partial z$ の 2 乗に比例すると仮定すると、 D_0 はつぎようになる。

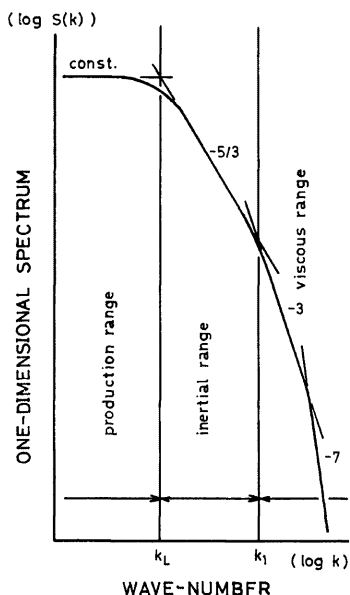


Fig. 1. Schematic illustration of one-dimensional spectrum.

$$\text{生成領域 } D_0 = \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 u'^{-2} L^2 \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$\text{慣性領域 } D_0 = \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 \varepsilon^{-2/3} k^{-4/3} \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$\text{粘性領域 } D_0 = \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 \varepsilon^{-(4-c)/4} \nu^{(4-3c)/4} k^{-c} \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここに, c は任意定数であって, $-P_{uw}(k)$ はつぎのように与えられる。

$$\text{生成領域 } -P_{uw}(k) \sim \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 L^3 \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$\text{慣性領域 } -P_{uw}(k) \sim \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 k^{-3} \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$\text{第1粘性領域 } -P_{uw}(k) \sim \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 \varepsilon^{c/4} \nu^{-3c/4} k^{-(3+c)} \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$\text{第2粘性領域 } -P_{uw}(k) \sim \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 \varepsilon^{(4+c)/4} \nu^{-(12+3c)/4} k^{-(7+c)} \quad \dots\dots\dots(20)$$

以上のようなスペクトル相似則をまとめると **Table 1** のようになる。ただし, $S_{uu}(k)$ における生成領域, 慣性領域および粘性領域の波数領域と $-P_{uw}(k)$ のそれとは必ずしも一致しない。

Table 1. Similarity of the Reynolds stress spectrum.

	production subrange	inertial subrange	viscous subrange	
$S_{uu}(k)$	$\sim u'^2 L$	$\sim \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$	$\sim \varepsilon \nu^{-1} k^{-3}$	$\sim \varepsilon^2 \nu^{-4} k^{-7}$
$-P_{uw}(k)$	$\sim \frac{\partial U}{\partial z} u' L^2$	$\sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{1/3} k^{-7/3}$	$\sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{(2+b)/4} \nu^{-(2+3b)/4} k^{-(3+b)}$	$\sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{(6+b)/4} \nu^{-(14+3b)/4} k^{-(7+b)}$
	$\sim \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 L^3$	$\sim \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 k^{-3}$	$\sim \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 \varepsilon^{c/4} \nu^{-3c/4} k^{-(3+c)}$	$\sim \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 \varepsilon^{(4+c)/4} \nu^{-(12+3c)/4} k^{-(7+c)}$

さらに, コ・スペクトル $P_{uw}(k)$ の減衰過程とクオドラチャ・スペクトル $Q_{uw}(k)$ のそれとの間に相似性があると仮定すると, コヒーレンシ $Coh_{uw}(k)$ の相似則としてつぎのようなものが得られる。

$$\text{生成領域 } Coh_{uw}(k) \sim \frac{\partial U}{\partial z} u'^{-1} L \text{ or } \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 u'^{-2} L^2 \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$\text{慣性領域 } Coh_{uw}(k) \sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{-1/3} k^{-2/3} \text{ or } \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 \varepsilon^{-2/3} k^{-4/3} \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$\text{粘性領域 } Coh_{uw}(k) \sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{-(2-b)/4} \nu^{(2-3b)/4} k^{-b} \text{ or } \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 \varepsilon^{-(4-c)/4} \nu^{(4-3c)/4} k^{-c} \quad \dots\dots\dots(23)$$

2. 3 多重構造性

2. 1で述べたスペクトル相似則は乱れエネルギーの生成を特性づけるスケールが単一とみなされる場合についてであって, 大気乱流¹³⁾あるいは海洋乱流¹⁴⁾と同様に, 種々のスケールが乱れエネルギーの生成に関与する開水路流れにはそのままの形で適用されない。たとえば, 実際の開水路流れにおける乱れ速度のスペクトル $S(k)$ は, 通常, **Fig. 2** に示されるように数個のスペクトル $S_1(k)$, $S_2(k)$, $\dots$ を重ね合わせたものとなる。すなわち,

$$S(k) = S_1(k) + S_2(k) + \dots \quad \dots\dots\dots(24)$$

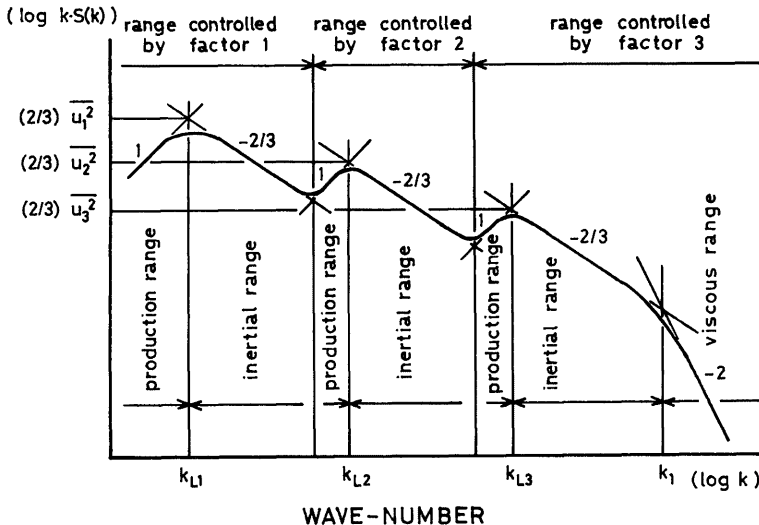


Fig. 2. Schematic illustration of the Eulerian one-dimensional wave-number spectrum for multi-structural turbulence.

ここに、 $S_i(k)$ ($i=1, 2, \dots$) は開水路の幾何的特性長 L_i のみに支配される乱れのスペクトルであって、代表的な特性長としては水深あるいは水路幅などが挙げられる。

したがって、実際に計測されるスペクトル $S(k)$ はかなり複雑なものとなり、とくに、支配スケールに大きな差がない場合、 $S(k)$ にはそれぞれのスペクトル相似則が適用される領域が明確に現れないこともある。しかし、このような場合にも $S_i(k)$ はそれぞれ 2.1 で述べたスペクトル相似則にしたがうと考えられ、スペクトル相似則の検討を行なうには支配スケールを大きく異ならせることが必要となる。

3. 実験的検討

3.1 実験装置および方法

3.1.1 実験装置

本実験に用いられた水路は長さ 13 m、幅 40 cm、深さ 20 cm のアクリル樹脂製の直線水路であって、路床勾配は $\pm 1/20$ の範囲内で任意に設定することが可能である。また、水路幅は一辺 5 cm の正方形断面を有する長さ 6 m の角パイプを水路床に敷き並べることにより適宜所要の値に設定されている。

速度計測にはホットフィルム流速計 (DISA 55D01 型) が用いられ、流れ方向および水深方向の速度の同時計測には、ファイバー型プローブ 2 本を組み合わせた X 型プローブ (DISA 55R61 型) が採用されている。ホットフィルム流速計の出力電圧の記録にはデータレコーダー (TEAC R410 型) が使用されている。

ホットフィルム流速計の検定は、プローブを静水中において所定の速度で移動させる方法により行なわれ、移動台車および駆動装置を備えた長さ 6 m、幅および深さ 30 cm の検定水路が用いられている。

3. 1. 2 実験方法

乱れ計測器としてホットフィルム流速計を使用する場合、流水中に含まれる微細粒子のプロープへの付着および流水の温度変化による応答特性の変化に十分の注意が必要であって、本実験においてもつぎのような処置が講じられている。すなわち、流水の清浄性を保つため、実験に先立ち水路、低水槽、高水槽を数回にわたって注意深く清掃するとともに、できるだけ同一の条件のもとで計測が行なわれるよう各計測ごとにプロープを専用の洗浄装置によって所定の時間水洗することとした。

さらに、計測時の出力電圧はシンクロスコープおよびペン書きレコーダーでつねに監視されており、応答特性に変化が認められた場合にはただちに計測を中止し、計測をやりなおすか、あるいは実験水を捨てて水路などの清掃を再び行ない改めて計測を開始する方法が用いられている。

一方、流水の温度変化による流速測定の見誤差は無視できないものであって、水温が 10^{-2}°C 程度の範囲で一定に保たれる場合を除くと温度補正の必要がある。温度補正は検定結果より容易に行なわれるが、この場合にも温度補正が可能な程度に水温の変化を抑えることが望ましく、本実験においても実験開始時と終了時の水温差は 2°C 程度に抑えられている。したがって、これ以上の水温差が生ずるときには、あらかじめ実験水を全面的に交換するという方法がとられており、同じ流水を3時間以上も連続して使用するというようなことは行なわれていない。なお、この時間は流水中に含まれる微細粒子の増加量から経験的に決定されたものである。

なお、本実験においては、スペクトル特性におよぼすフルード数 Fr の効果および水路幅・水深比 B/H の効果にその重点がおかれているため、水理条件としては、レイノルズ数 Re をほぼ一定に保ちつつ Fr を変化したシリーズおよび Re , Fr をそれぞれ一定に保ちつつ B/H を変化したシリーズが採用されている。

3. 1. 3 データ処理

ホットフィルム流速計の出力電圧は一旦データレコーダーに記録されたのち、A-D 変換器 (TEAC DP-300 型) によって数値化され、京都大学計算センターの KDC-II (HITAC-5020) によって統計処理されている。このとき、計算は少なくとも5ブロック以上の速度変動記録について行なわれ、くり返し数を高め平均化することにより計測値の信頼性を向上させている。なお、数値化において1ブロックのデータ数は500個とされ、20 Hz～1600 Hz のサンプリング周波数が適宜選定されている。

一方、検定結果も速度変動記録と同時に数値化され、つぎのようにして電圧・速度変換に使用される検定式を得ている。すなわち、電圧 E と速度 U との関係は、流速計の受感部の温度と水温との温度差を T としたとき、流水の温度変化に伴う T の変化が微小であれば、つぎのような多項式で近似される。

$$U = \sum_{i=0}^n A_i \{E - \alpha(T - T_0)\}^i \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここに、 A_i は基準となる温度差 T_0 における係数、 α はプロープおよび計測条件によって定まる定数であって、それぞれ各種の温度差のもとで検定を行なうことにより決定されるものである。なお、最高次数 n としては、通常、 $n=6$ が採用されている。また、温度差 T は 10^{-2}°C 読みの水温計により一定時間ごとに計測された実験中の水温を 10^{-3}°C まで内挿したものが用いられている。

3. 2 相関特性

相関係数は Taylor¹⁾ によりその概念が乱流理論に導入されて以来、乱流現象を解明するための基本特性として広く用いられている。しかしながら、相関計測における計測スケールの効果はスペクトル計測にみられるような分離性を有せず、さらに開水路流れにおいてみられる多重構造的な効果もスペクトルに対してよりも著しく、相関係数はきわめて複雑な様相を呈することになる。

相関係数 $R_{uu}(t)$, $R_{uv}(t)$ および $R_{ww}(t)$ の計測例として、フルード数 Fr を大きく変化した実験シリーズにおける相対水深 $z/H=0.5$ のものを示すと Fig. 3 のようになる。なお、Fig. 3 はいずれについて

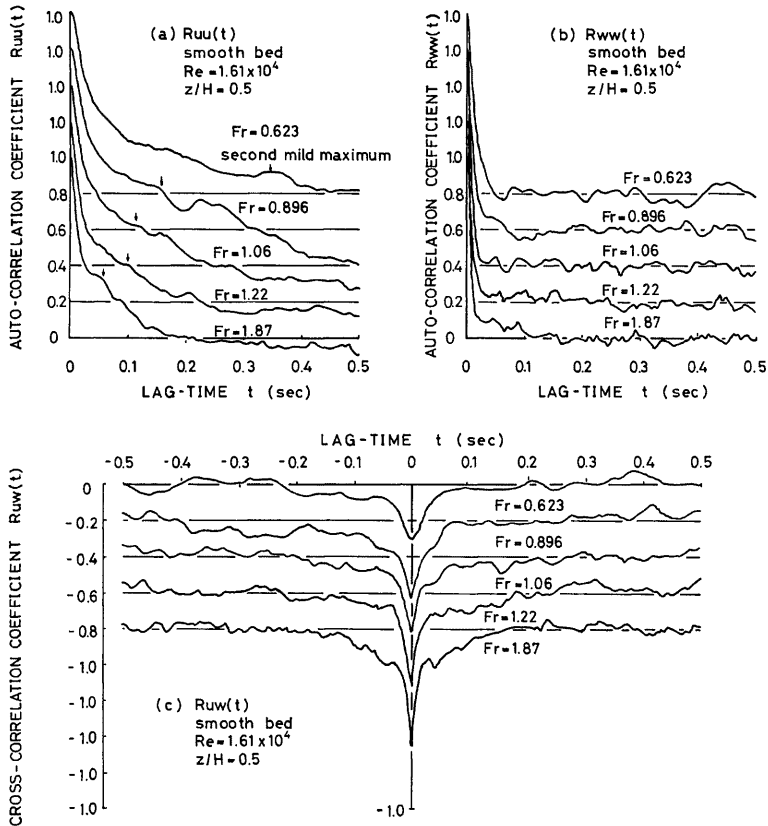


Fig. 3. Effect of Froude number on correlation coefficient.

もサンプリング周波数 $f_s = 160$ Hz, くり返し数 $N_R = 5$ のもので示されている。

Fig. 3 (a) および **(b)** にみられるように, 自己相関係数 $R_{uu}(t)$ および $R_{ww}(t)$ は遅れ時間 $t=0$ に於いて最大値 1 をとり, t の増加とともに減少して 0 に漸近する傾向をもち, $R_{ww}(t)$ の減少の度合いは $R_{uu}(t)$ のそれに比し著しく大きい。また, いずれにおいても Fr の増加とともに相関係数の減少は著しくなり, さらに t が小さい領域では急激な減少を示しているものの t が大きくなるとその減少の度合いが急に緩慢となるという乱れの多重構造性の特徴がよく現われている。

Fig. 3 (a) にみられるように $R_{uu}(t)$ はその減少過程においてゆるやかなピークを示すことがあり, このゆるやかなピークのうち最初のものは Kim ら¹⁵⁾によってバーストの発生周期の推定に利用されたものであって second mild maximum とよばれている。しかし **Fig. 3 (b)** に示された $R_{ww}(t)$ においてはその減少の度合いが著しいため, $R_{uu}(t)$ にみられたような second mild maximum は明確には認められない。

一方, 相互相関係数 $R_{uw}(t)$ の計測例を示すと **Fig. 3 (c)** のようになり, $R_{uw}(t)$ は $t=0$ に関して非対

称になるとともに、 $t=0$ において負の極小値をとり、 f の絶対値の増加とともに増大して0に漸近している。なお、 $R_{uw}(0)$ は水理条件によって異なり、 Fr 数が増加すると減少する傾向をもっている。

3. 3 スペクトル特性

3. 3. 1 乱れ速度のスペクトル特性

乱れに関するスペクトルは、平均値評価時間と瞬間値評価時間との比が大きい場合、これらの計測スケールに影響されない周波数領域が存在し、とくに多重構造性の乱れを対象とする場合には支配スケールごとの特性を抽出することも可能でありきわめて有効である。

乱れ速度の流れ方向成分 u および水深方向成分 w の周波数スペクトル $S_{uu}(f)$ および $S_{ww}(f)$ の計測結果の一例を示したものがFig. 4 (a) および (b) であって、図に示された計測値は3種の数値化を重ね合わせたものである。図においていずれのスペクトルにも一定となる領域、 $-5/3$ 乗則および -3 乗則あるいは -7 乗則が成立する領域がかなり明確に認められ、生成領域、慣性領域および粘性領域の存在が確かめられる。

なお、Fig. 4 においては縦軸としてスペクトルに周波数 f を乗じたものが用いられているため、生成領域、慣性領域および粘性領域に相当する領域は、それぞれ勾配1、 $-2/3$ および -2 あるいは -6 で与えられている。

また、Fig. 4 (a) と (b) とを比較すると、 $S_{ww}(f)$ の慣性領域および粘性領域はそれぞれ $S_{uu}(f)$ の領域よりも若干高周波数側の周波数領域においてみられる傾向があると

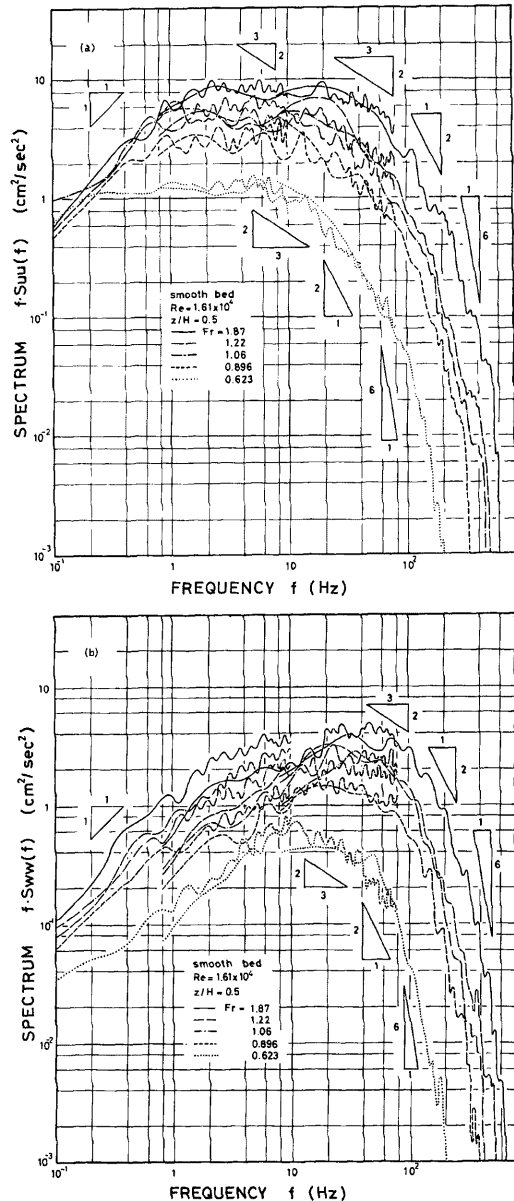


Fig. 4. Examples of one-dimensional spectrum.

ともに、生成領域では $S_{uv}(f)$ の方が $S_{uw}(f)$ よりもかなり大きく、慣性領域および粘性領域では逆に $S_{uw}(f)$ の方が若干大きくなるようである。このような傾向は等方性乱流に関するスペクトルの特性とも一致しており、局所的等方性の概念の有効性が示されている。

また、**Fig. 4** に示されたスペクトルには $-5/3$ 乗則の成立する領域として低および高周波数領域における 2 種のものが存在し、乱れの 2 重構造性が認められるが、これについては **3.3.3** で詳述することとする。

さらに、フルード数 Fr の変化に着目すると、 Fr の増加に伴いスペクトル密度は大きくなるとともに、スペクトルピークの発生周波数および生成領域、慣性領域あるいは粘性領域は高周波数側に移行していくが、スペクトルの形そのものには相似性が認められ、この程度の Fr の領域では乱流構造に変化が認められない。しかし、さらに Fr が大きくなると流れの不安定性が増し転波列も発生することから、乱流構造そのものも大きく変化すると予想される。

以上のように、高周波数領域の乱れについては局所的等方性の概念が適用されることが確かめられたが、(3) 式に示されるように粘性領域のスペクトル相似則には任意定数 a が含まれ、若干のあいまいさが残されている。そこで、粘性領域のスペクトル定数 S_v の普遍性について検討を行なったものが **Fig. 5** であり、つぎのような興味ある結果が得られた。

Fig. 5 (a) は任意定数を $a=3$ とした (4) 式のスペクトル定数 S_{v3} を示したものであって、 S_{v3} はフルード数 Fr が 1 より小さな常流については Fr に関係なくほぼ一定値を示し $S_{v3} \approx 0.023$ であるが、 Fr が 1 より大きな射流については Fr の増加に伴い S_{v3} は若干減少する傾向が認められ、 S_{v3} の普遍性は失われ、(4) 式の相似則は適用されなくなる。

一方、 $a=7$ とした (5) 式のスペクトル定数 S_{v7} を示した **Fig. 5 (b)** によると、 S_{v7} は Fr の増加とともにつねに減少しており、 S_{v7} を水理条件に関係しない普遍定数とみなすことは困難なようである。

このように実験結果と相似則とが矛盾する原因としてはつぎの事項が挙げられよう。

- 1) 粘性領域におけるスペクトル相似則そのものに含まれるあいまいさ
- 2) 粘性領域における凍結乱流の仮定の妥当性
- 3) 本実験で対象とした 1 次元スペクトルに対する 3 次元スペクトル相似則の適用性
- 4) 粘性領域という高周波数領域における乱れ計測の有効性

しかしながら、**Fig. 5** にみられるような S_{v3} あるいは S_{v7} と Fr との関係を説明づけるには、2) あるいは 3) の原因は明確さに欠けることが多い。これに対し、1) は乱流運動においては流体自身のもつ物理特性によってあるスケール以上の周波数成分を持ち得ないといういわゆる紫外切断 (violet catastrophe) の効果が反映されたものと解され、4) とともに有力な原因と考えられる。

3.3.2 レイノルズ応力のスペクトル特性

レイノルズ応力 $-uw$ のスペクトルは乱れ速度 u および w に関するコ・スペクトル $-P_{uw}(f)$ によって与えられ、**Fig. 4** に対応したものを示すと **Fig. 6** のようになる。 $-P_{uw}(f)$ も低周波数領域においては周波数 f に関係なく一定となるような領域が存在しており、また、高周波数領域において f の増加とともに急激に減少し、 $-P_{uw}(f)$ にも生成・慣性・粘性領域が存在し何らかの相似則に従うと考えられる。しかしながら、 f の増加に伴うスペクトルの減少傾向は連続的にその度合いを増すため、相似則を **Fig. 6** からみいだすことは困難である。たとえば、慣性領域のスペクトル相似則として従来より提案されている $-7/3$ 乗則あるいは $-8/3$ 乗則はいずれの $-P_{uw}(f)$ においてもみられている。

そこで、相似則の妥当性について $Fr=1.87$ のものを例にとって **Fig. 7** により検討してみるとつぎのようになる。**Fig. 7 (a)** は生成領域のスペクトル相似則について検討するために、 $S_{uv}(f)$ 、 $S_{uw}(f)$ および $-P_{uw}(f)$ を示したものである。図より、 $S_{uv}(f)$ あるいは $S_{uw}(f)$ が一定となる周波数領域において $-P_{uw}(f)$ もほぼ一定となっており、生成領域では $-P_{uw}(f)$ も (10) 式あるいは (17) 式のような相似則に従うと考えられる。

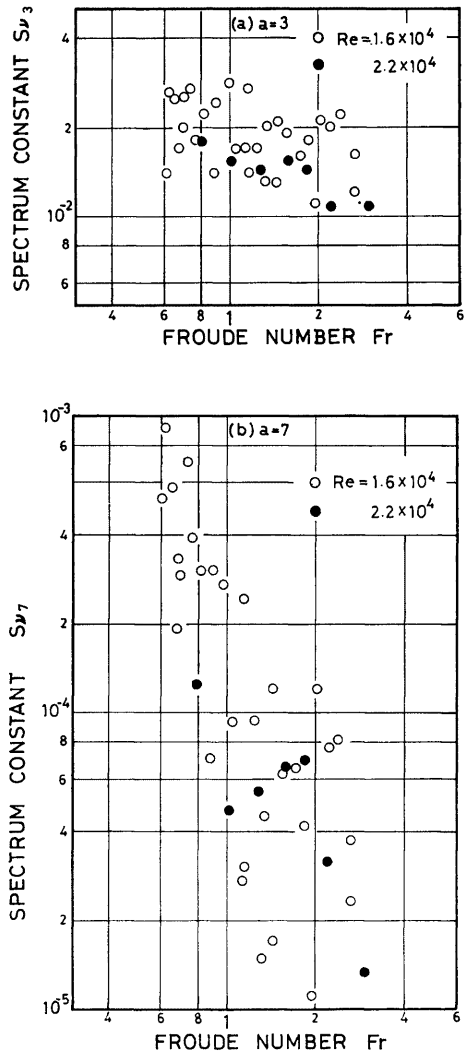


Fig. 5. Effect of Froude number on spectral constants in the viscous subrange.

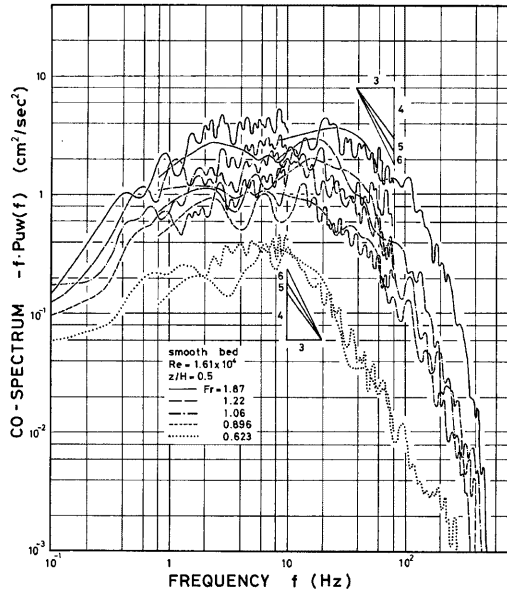


Fig. 6. Example of cospectrum.

また、Fig. 7 (b) は慣性領域を対象として示したものであり、 $S_{uu}(f)$ および $S_{ww}(f)$ には f の $5/3$ 乗が、 $-P_{uw}(f)$ には f の $7/3$ 乗、 $8/3$ 乗あるいは 3 乗が乗じられている。3.3.1 でも指摘したように、 $f^{5/3} \cdot S_{uu}(f)$ が一定となる領域は $f^{5/3} S_{uu}(f)$ に対する領域よりも高周波数側の周波数領域であって、両者の慣性領域は一致していない。したがって、 $-P_{uw}(f)$ の慣性領域も $S_{uu}(f)$ あるいは $S_{ww}(f)$ のそれと一致するとは限らないと推測されるが、妥当的にはこれら 2 種の周波数領域の間に存在すると考えてよからう。このような考え方に従うと、 $-f^{7/3} P_{uw}(f)$ が一定となる領域がこれにもっとも近く、また、この一定領域の幅ももっとも広いことより、 $-7/3$ 乗則が有力な相似則とされるかもしれない。

さらに、Fig. 7 (c) は粘性領域について示したものであり、図には一応粘性領域の無次元数 D_0 に含まれる任意定数を波数 k の指数が慣性領域のそれと一致するよう $b=2/3$ あるいは $c=4/3$ としたもので示されている。偶然的にも慣性領域と同様に $-P_{uw}(f)$ が $\partial U / \partial z$ に比例すると仮定した (12) 式において $b=2/3$ としたものの一定領域は $S_{uu}(f)$ あるいは $S_{ww}(f)$ に対する領域とかなりよく一致している。なお、 $b=2/3$ としたとき、(12) 式あるいは (13) 式における ν の指数は -1 あるいは -4 となり、エネルギーのスペクトル相似則における ν の指数とまったく一致し、粘性領域の乱れのスペクトル構造は ν が支配的となっているとも解される。

しかしながら、以上のような $-P_{uw}(f)$ の特性は Fig. 6 に示されたものの一部のものについてはあまり顕著ではなく、相似則についてはさらに多くの検討が必要である。

また、 u と w との間の相関度を周波数成分ごとにみたコヒーレンシ $Coh_{uw}(f)$ を示すと Fig. 8 のようになる。図より、 $Coh_{uw}(f)$ は生成領域において (21) 式、慣性領域において (22) 式の相似則に従うような傾向もみられるが、 $Coh_{uw}(f)$ の計測は $-P_{uw}(f)$ 以上に困難であって、詳細に検討することは難し

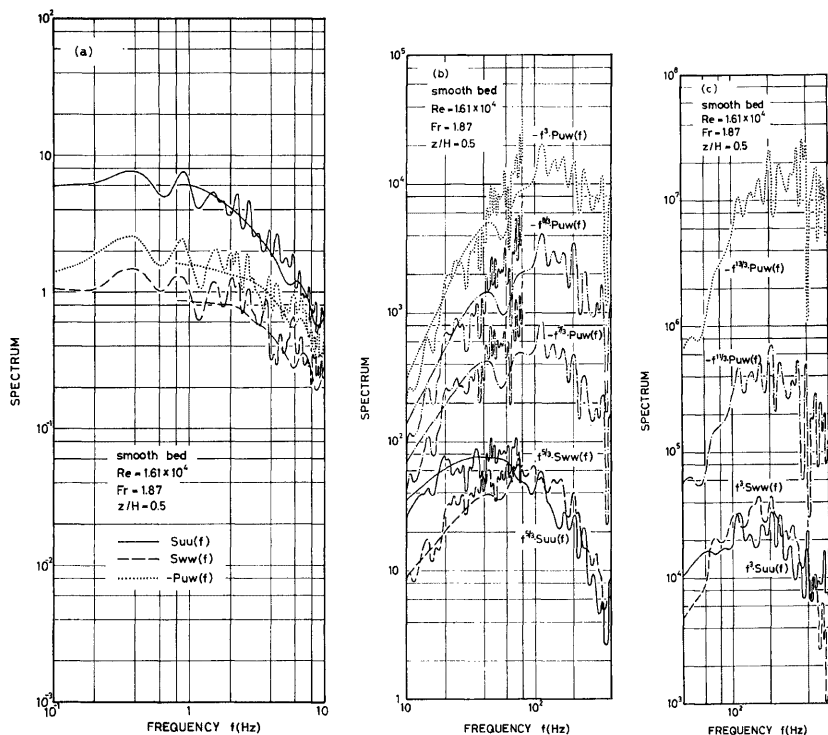


Fig. 7. Comparison of cospectral similarity.

い。なお、粘性領域の $-P_{uw}(f)$ における任意定数を $b=2/3$ あるいは $c=4/3$ とすることは、慣性領域および粘性領域の $Coh_{uw}(f)$ が f について同じ相似則に従うことを意味しており、矛盾とも考えられ問題が多いようである。

3. 3. 3 多重構造性

Fig. 4 でみられたように本実験で対象とした開水路乱流場は多重構造性をもっていると考えられ、乱れを支配するスケールとしては、まず、水深 H と水路幅 B とが挙げられる。そこで、多重構造性と水路幅・水深比 B/H との関係を検討するとつぎようになる。

Fig. 9 は、まず、スペクトル $S_{uu}(f)$ が多重構造性を示す度合いをデータ処理上におけるくり返し数 N_R について検討したものである。図にみられるように N_R を大きくすると、 $-5/3$ 乗則が成立する慣性領域が2カ所に認められていたスペクトルが、一見1カ所にしか存在しないような様相を呈してしまうことがある。これは現象自身はかなり不安定であり、多重構造性を示すスペクトルピークにも不安定性が伴われるためと考えられる。すなわち、くり返し数を上げることによってスペクトルが平滑化されてしまい、その結果、多重構造性という特性がかくされてしまうことになる。しかし、 $N_R=1$ のスペクトルはあまりにもばらつきが大きく相似則そのものの検討が困難となる。

したがって、多重構造性と水路幅・水深比 B/H との検討には $N_R=5$ のものを用いることとし、数種の

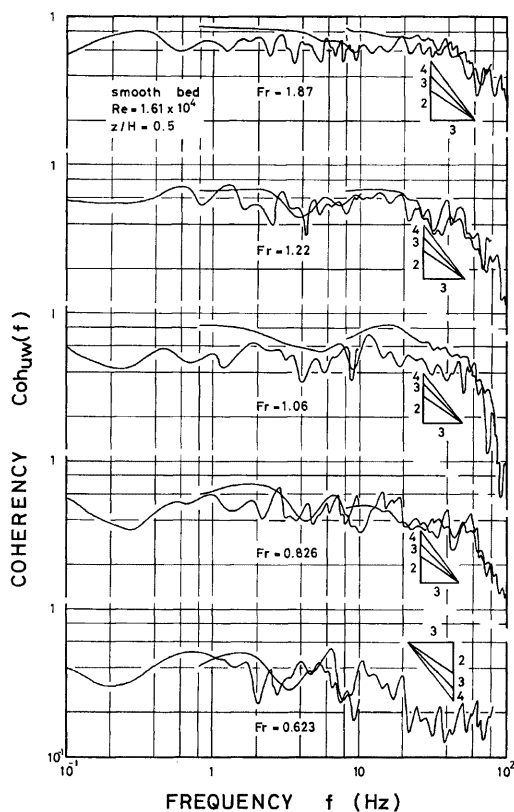


Fig. 8. Example of coherency.

B/H についての計測結果を示すと Fig. 10 のようになる。図において、 B/H の増加に伴い低周波数側の慣性領域はより低周波数側に移行していく傾向がみられるのに対し、高周波数側の慣性領域はあまり変化していないようである。これは B/H を変化させる場合 H を始めとして他の水理量をほぼ一定に保ちつつ B のみを変化させたことによるものと考えられ、低周波数側の慣性領域は B に、高周波数側のそれは H にそれぞれ支配されていると解される。しかし、 B/H の変化の度合いが実験水路幅に限定されて狭かったことにより、多重構造性によらず B/H の効果を明確にすることはできない。

4. 結 論

本研究は、開水路流れにおける乱れエネルギーおよびレイノルズ応力のスペクトル相似則と多重構造性について検討したものであり、速度計測にはホットフィルム流速計が使用されている。

本研究によって得られたおもな結果を列挙するとつぎのようである。

- 1) 乱れエネルギーのスペクトルには、乱れ速度の流れ方向成分のスペクトル $S_{uu}(f)$ および鉛直方向

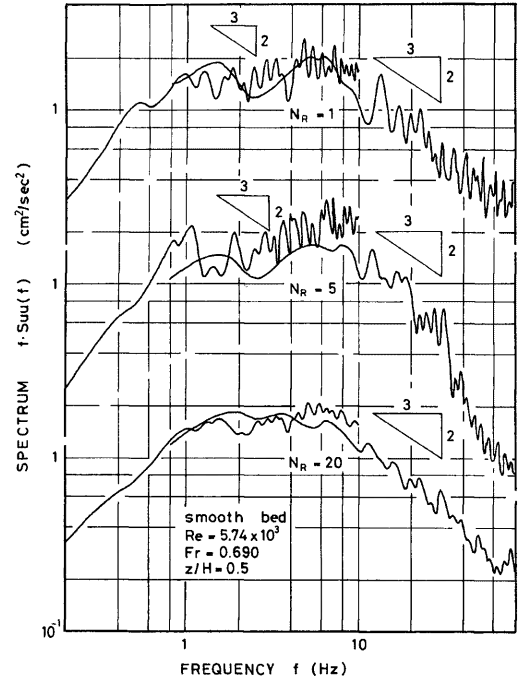


Fig. 9. Example of one-dimensional spectrum for multi-structural turbulence.

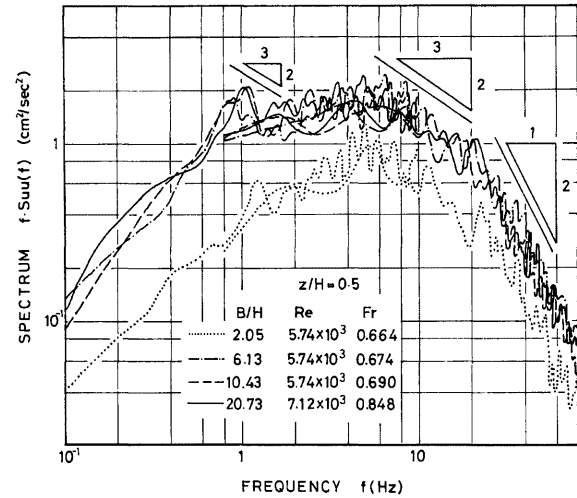


Fig. 10. Effect of aspect ratio on one-dimensional spectrum for multi-structural turbulence.

成分のスペクトル $S_{uu}(f)$ のいずれについても生成領域、慣性領域および粘性領域において従来より提案されている相似則にそれぞれ従うことが確かめられた。なお、 $S_{uu}(f)$ の慣性領域および粘性領域は $S_{uu}(f)$ に関する領域よりも若干高周波数側の周波数領域となっている。

2) フルード数 Fr を 0.6 から 2 程度まで変化させた水理条件のもとでのスペクトルは、 Fr の増加に伴いスペクトル密度は大きくなり、スペクトルピークの発生周波数および生成領域、慣性領域あるいは粘性領域は高周波数側に移行していくが、スペクトルの形には相似性が認められ、従来の計測結果と一致している。

3) 第 1 粘性領域におけるスペクトル定数 S_{v1} は常流においてはほぼ一定値 0.023 を示すが、射流では Fr の増加とともに若干減少し、第 2 粘性領域におけるスペクトル定数 S_{v2} は Fr の増加に伴いつねに減少する傾向がみられた。このようになる有力な原因としては、粘性領域におけるスペクトル相似則そのものに含まれるあいまいさと粘性領域という高周波数領域における乱れ計測の有効性に関する問題とがあげられる。

4) レイノルズ応力のスペクトル $-P_{uu}(k)$ が乱れエネルギーのスペクトルと乱れ構造を支配する物理量によって構成される無次元数との積によって表わされると仮定することにより、 $-P_{uu}(k)$ について 2 種の相似則が得られた。しかし、粘性領域に関しては任意定数の存在により一義的に決定することはできず、さらに検討が必要である。

5) コヒーレンシ $Coh_{uu}(k)$ に関する相似則も $-P_{uu}(k)$ に対応して 2 種のものが考えられるが、高波数領域の $Coh_{uu}(k)$ の計測はかなり困難であり、さらに精度の高い速度計測が必要とされる。

6) スペクトルに多重構造性が認められ、水深スケールと水路幅スケールの乱れの存在が確認された。

以上が本研究によって得られたおもな結果であるが、数多くの問題点が残されており今後の研究に期待されるところが多い。とくに大きな課題としては、レイノルズ応力のスペクトルに関する相似則およびコヒーレンシの相似則の確立があげられ、今後さらに詳細な実験的検討が必要である。

参 考 文 献

- 1) Taylor, G.I.: Diffusion by continuous movements, Proc. Lond. Math. Soc., 2, 20, 1921, pp. 196-211.
- 2) Taylor, G.I.: Statistical theory of turbulence, Parts I-IV, Proc. Roy. Soc., A151, 1935, pp. 421-478.
- 3) Kolmogorov, A.N.: The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number, Comptes Rendus (Doklady) de l'Academie des Sciences de l'U.R.S.S., 30, 1941, pp. 301-305.
- 4) Kolmogorov, A.N.: On degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid, Comptes Rendus (Doklady) de l'Academie des Science de l'U.R.S.S., 31, 1941, pp. 538-540.
- 5) Kolmogorov, A.N.: Dissipation of energy in locally isotropic turbulence, Comptes Rendus (Doklady) de l'Academie des Sciences de l'U.R.S.S., 32, 1941, pp. 16-18.
- 6) Heisenberg, W.: On the theory of statistical and isotropic turbulence, Proc. Roy. Soc., A195, 1949, pp. 402-406.
- 7) 井上栄一：乱れの最小乱子について，東大理工研報告，4，1950，pp. 194-201.
- 8) Lumley, J.L. and H.A. Panofsky,: The Structure of Atmospheric Turbulence, Interscience Publishers, a division of John Wiley & Sons, New York, 1964.
- 9) Lumley, J.L.: Theoretical aspects of research on turbulence in stratified flows, Proc. Int. Coll. Atoms. Turbulence and Radio Wave Propagation (Yaglom, A.M., Tatarsky, V.L., Eds., Nauka, Moscow) 1967, pp. 105-110.

- 10) Yokoshi, S.: The structure of river turbulence, Bull., Disaster Prevention Research Institute, Kyoto Univ., 17-2, 1948, pp. 1-29.
- 11) Boussinesq, J. : Essai sur la théorie des eaux courantes, Mémoires présenté par divers savants à l'Académie des Sciences, 23, 1877.
- 12) Prandtl, L.: Bericht über Untersuchungen zur Ausgebildeten Turbulenz, Z.a.M.M., 5, 1925, pp. 62-74.
- 13) Hoven, Van Der: Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycle per hour, Jour. Met., 14, 1957, pp. 160-164.
- 14) Ozmidov, R.V.: Energy distribution between oceanic motions of different scales, Izv. Acad. Sci., USSR, Geophy Ser., 1965.
- 15) Kim, H.T., S.J.Kline and W.C. Reynolds: The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer, Jour. Fluid Mech., 50-1, 1971, pp. 133-160.